Universität Karlsruhe
Fakultät für Informatik
ILKD Wagner

Algorithmen für Sensor und AdHoc-Netze
SS 2005
Prof. Dr. D. Wagner, Dr. F. Schulz, S. Mecke

4. Übungsblatt

Ausgabe: 31. Mai 2005
Abgabe: 7. Juni in der Vorlesung

Die Bearbeitung in Zweiergruppen ist ausdrücklich erwünscht.

Problem 1: Spanner ***

Sei $GG = (V, E_G)$ ein Gabrielgraph, d.h.

$$\{v, w\} \in E_G \text{ gdw. } |v, w|^2 < |v, x|^2 + |x, w|^2 \text{ für alle } x \in V, v \neq x \neq w.$$

Für welche Werte von $\alpha \in \{1, 2, 3\}$ ist die folgende Aussage wahr?

„Zu jedem Paar (v_0, v_k) von Knoten des Gabrielgraphen gibt es einen energieoptimalen Pfad, das heißt einen Pfad $(v_0, v_1, \ldots, v_k)$ mit

$$\sum_{i=0}^{k-1} |v_i, v_{i+1}|^\alpha$$

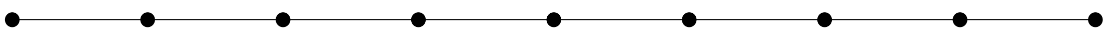
minimal.“

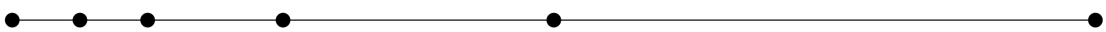
Problem 2: Interferenz I ** (****)

Die Diversität einer Punktemenge $V \subset \mathbb{R}^2$ ist definiert als

$$g(V) := |\{m |\ \exists u, v \in V \colon \lfloor \log |u, v|_2 \rfloor = m\}|.$$

Wie groß sind Diversität und Interferenz eines Pfades von n kollinearen Punkten, die

(a) 
äquidistant sind,

(b) 
exponentiell wachsenden Abstand haben.

(c) Optional: Für eine Menge $V \subset \mathbb{R}^2$ mit n Punkten gilt: $g(V) = \Omega(\log n)$.

(d) Optional: Für eine Menge $V \subset \mathbb{R}^2$ mit n Punkten gilt: $g(V) = O(n)$.

Problem 3: Interferenz II */**/***

Für einen Graphen $G = (V, E)$ sei die Kanteninterferenz (vgl. Vorlesung) I_E definiert durch

$$I_E(G) := \max_{e \in E} |\{e' \in E \colon e' \text{ interferiert mit } e\}|$$

und die Knoteninterferenz ($\neq$ Vorlesung!) I_V^R definiert durch

$$I_V^R(G) := \max_{v \in V} |\{e' \in E \colon e' \text{ interferiert mit } v \text{, d.h. } v \in \operatorname{cov}(e')\}|$$

(a) Überzeugen Sie sich, dass sich folgende Aussage aus der Vorlesung auf diese andere Definition von Knoteninterferenz übertragen lässt:
Sei $G = (V, E)$ ein Graph, der für jeden Knoten die Kante zum nächstgelegenen Nachbarn enthält. Dann kann G eine Knoten–Interferenz haben, die $\Omega(n)$ mal schlechter ist als die der optimalen Topologie.

(b) Es gibt Graphen mit $I_V(G) = \Omega(n)$ und $I_V^R(G) = O(1)$

(c) Es gibt Konstanten a und b so, dass für alle Graphen G gilt

$$I_V^R(G) \;\leq\; a \cdot I_E(G) + b \qquad \text{und} \qquad I_E(G) \;\leq\; a \cdot I_V^R(G) + b.$$