Universität Karlsruhe
Fakultät für Informatik
ITI Wagner

Algorithmen für Routenplanung
Sommersemester 2009
Daniel Delling, Thomas Pajor

## Fünftes Theorie- und Praxis-Übungsblatt

**Ausgabe:** 6. Juli 2009
**Abgabe:** 17. Juli, in der Vorlesung oder in Raum 322 (Informatik-Hauptgebäude, 3. Stock)

# Theorieteil

### Aufgabe 1: Dynamische Kontraktionshierarchien **

Gegeben sei eine Kontraktionshierarchie, wobei wir nur den Upwardgraphen $G_\uparrow = (V, E_\uparrow, \text{len}_\uparrow)$ betrachten. Der Graph ist außerdem zeitunabhängig, also $\text{len}_\uparrow : E_\uparrow \to \mathbb{R}^+$.

Für eine Menge von Kanten $E_\Delta \subseteq E_\uparrow$ ändere sich für jede Kante $e \in E_\Delta$ das Gewicht von $\text{len}(e)$ auf $\text{len}(e) + \Delta_e$ mit $\Delta_e > 0$.

(a) Wie lassen sich zu einer Kante $e \in E_\Delta$ alle Shortcuts $\text{SC}(e)$ identifizieren, die durch die Gewichtsänderung beeinflusst sein können? Diese Shortcuts müssen gegebenenfalls invalidiert werden.

(b) Geben Sie ein effizientes Verfahren an, um alle invalidierten Shortcuts zu aktualisieren.

(c) In einem mobilen Szenario sollen die Aktualisierungen der Shortcuts erst zur Anfragezeit "on-demand" durchgeführt werden. Beschreiben Sie einen Anfragealgorithmus, der nur diejenigen Shortcuts aktualisiert, die für den kürzesten Weg relevant sind.

*Hinweis:* Benutzen Sie Ideen aus der Vorlesung zum dynamischen Highway-Node-Routing.

### Aufgabe 2: Gemischte Schienenfunktionen ***

In realistischen zeitabhängigen Graph-Modellen von Eisenbahnnetzen kommen sowohl Schienenfunktionen $f \in \mathbb{F}$ (für die Zugfahrten) als auch konstante Werte $c \in \mathbb{R}^+$ (für Transferzeiten an Bahnhöfen) als Gewichte an den Kanten vor. Bei der Durchführung von Profil-Anfragen können dabei gemischte Schienenfunktionen entstehen; Zum Beispiel wenn man $\min(f, c)$ berechnet.

Formal sei $\hat{\mathbb{F}}$ der Funktionenraum der *gemischten Schienenfunktion*. Für Elemente $\hat{f} \in \hat{\mathbb{F}}$ sei $\hat{f} := (f, c)$, wobei $f \in \mathbb{F}$ eine reguläre Schienenfunktion (wie in der Vorlesung eingeführt) gegeben durch die Interpolationspunkte $I^f := \{(t_1^f, w_1^f), \ldots, (t_k^f, w_k^f)\}$, und $c \in \mathbb{R}^+$ eine Konstante ist. Ein Punkt $(t_i^f, w_i^f)$ einer Funktion $f = \text{len}(e)$ kann dadurch interpretiert werden dass zum Zeitpunkt $t_i$ ein Zug entlang der Kante $e$ mit Reisezeit $w_i$ fährt.

(a) Zeichnen Sie die Funktion $\hat{f} = (f, c)$ mit Periode 6, $c = 2$ und den Interpolationspunkten aus Tabelle 1.

Tabelle 1: Interpolationspunkte einer Funktion $f$.

| $i$ | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|
| $t_i^f$ | 1 | 3 | 5 |
| $w_i^f$ | 1 | 2 | 2 |

(b) Zeigen Sie, dass für die Interpolationspunkte beim gemischten Linken einer regulären Funktion $f \in \mathbb{F}$ mit einer Konstanten $c \in \mathbb{R}^+$ jeweils gilt:

- Für $g := c \oplus f$ gilt $I^g := \{(t_1^f - c, w_1^f + c), \dots, (t_k^f - c, w_k^f + c)\}$,
- und für $g' := f \oplus c$ gilt $I^{g'} := \{(t_1^f, w_1^f + c), \dots, (t_k^f, w_k^f + c)\}$.

Insbesondere ist damit $c \oplus f \neq f \oplus c$.

(c) Zeigen Sie, dass $\hat{\mathbb{F}}$ unter den Operationen $\oplus$ und min abgeschlossen ist.

# Praxisteil

In dieser Übung sollen die grundlegenden Operation (`get_weight`, `link` und `min`) einer Schienenfunktion implementiert werden. Laden Sie sich dazu das aktuelle Framework von der Vorlesungsseite herunter und erweitern Sie die Schienenfunktion in der Datei `Rail_PwlFn.h`. Die Platzhalter `get_weight`, `link` und `min` sind bereits angelegt.

Evaluieren Sie Ihre Implementation mit Hilfe der Datei `railFunctions.cc`. Dieses Programm lädt zwei Funktionen (Parameter `-f` und `-g`) und überprüft sowohl das Linken als auch das Minimum. Beispielfunktionen finden Sie im Verzeichnis `data`.

*Hinweis:* Die Dateien `function1.f` und `function2.f` entsprechen den Beispielfunktionen aus der Vorlesung.

Schicken Sie Lösungsvorschläge per E-Mail an `pajor@ira.uka.de`. Dabei ist es ausreichend Ihre Version der Datei `Rail_PwlFn.h` mitzuschicken.