Übung Algorithmische Geometrie
Voronoi-Diagramme + Delauney Triangulierung

LEHRSTUHL FÜR ALGORITHMIK I · INSTITUT FÜR THEORETISCHE INFORMATIK · FAKULTÄT FÜR INFORMATIK

Andreas Gemsa

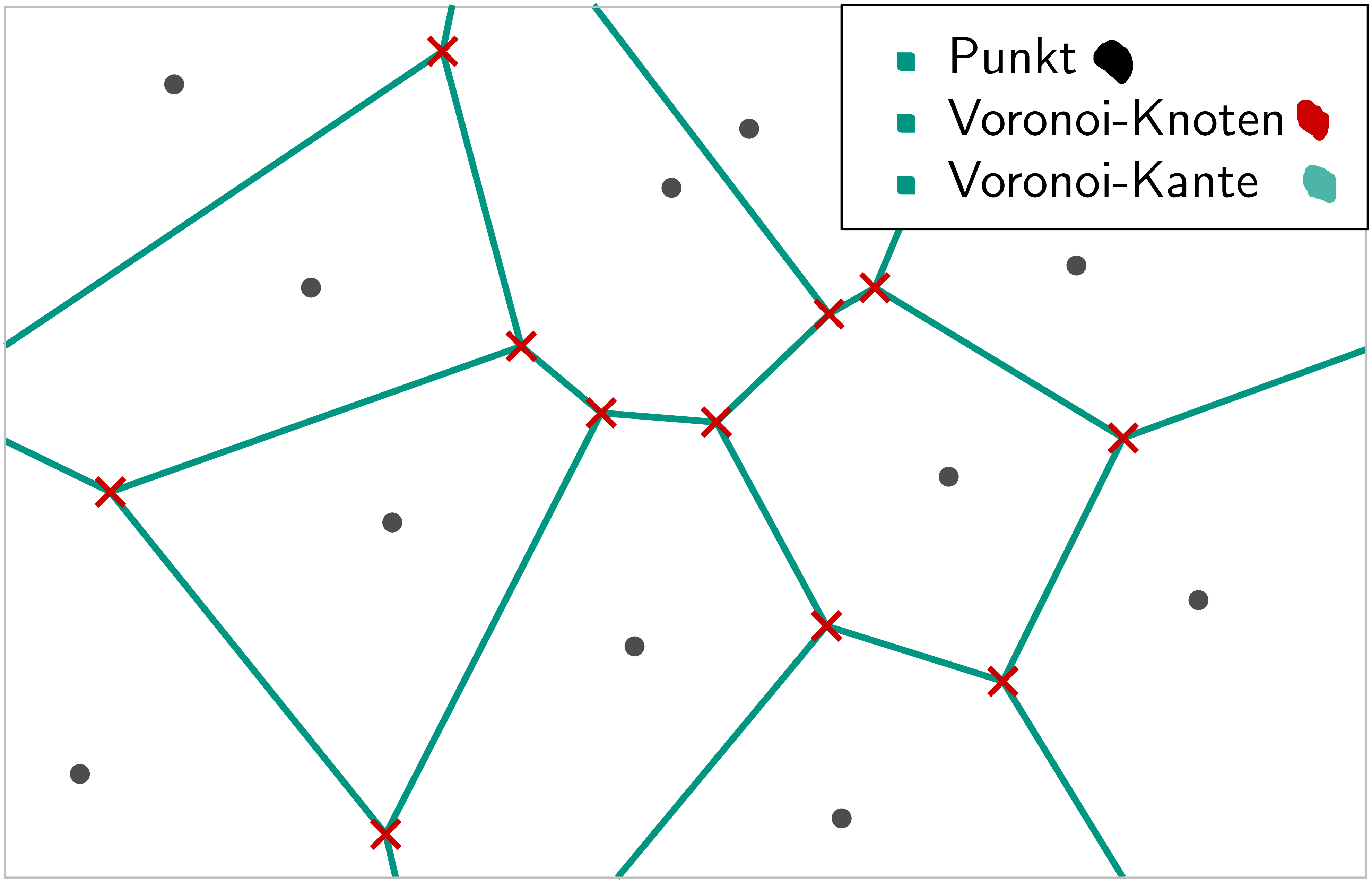
13.06.2012

Übersicht

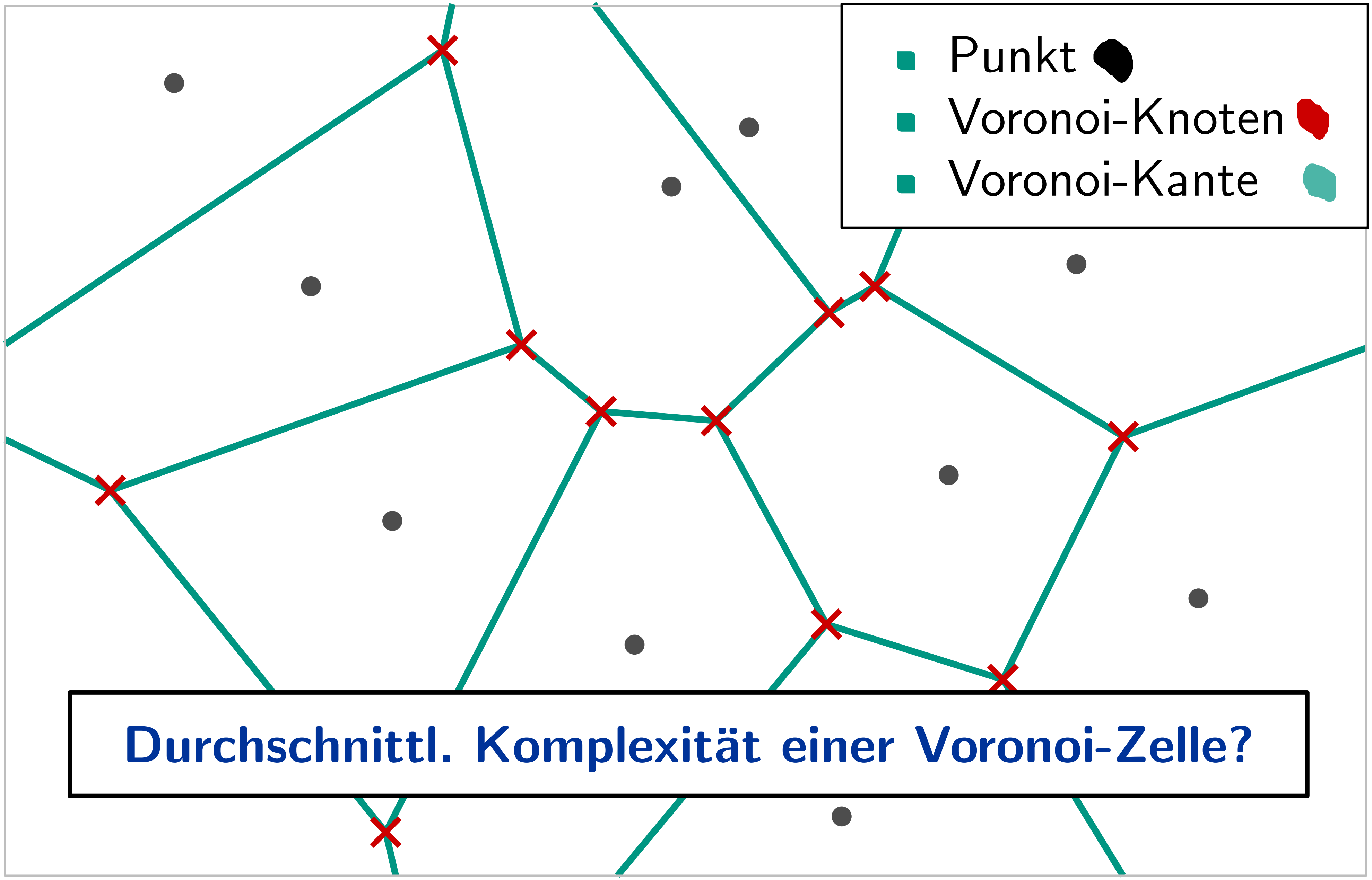
Übungsblatt 7 – Voronoi-Diagramme

Übungsblatt 8 – Delauney-Triangulierung

Aufgabe 1



Aufgabe 1



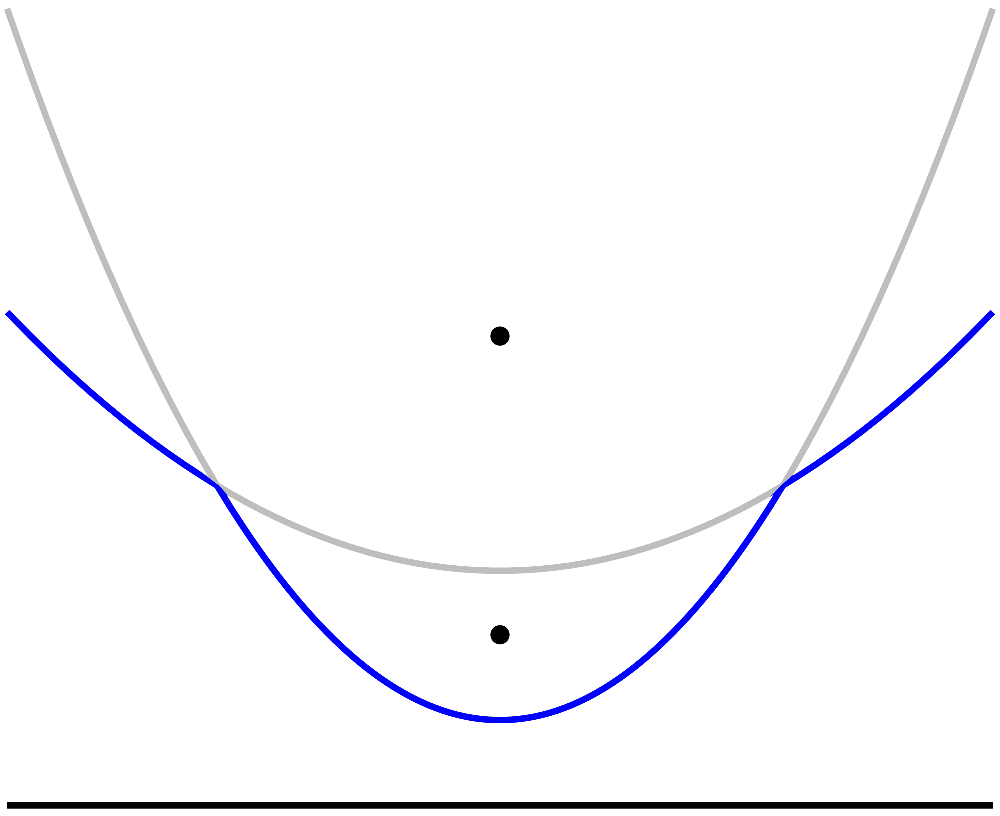
Durchschnittl. Komplexität einer Voronoi-Zelle?

Aufgabe 2

Beispiel: Eine Parabel mehr als einen Parabelbogen zu einer 'Beach-Line' beisteuert.

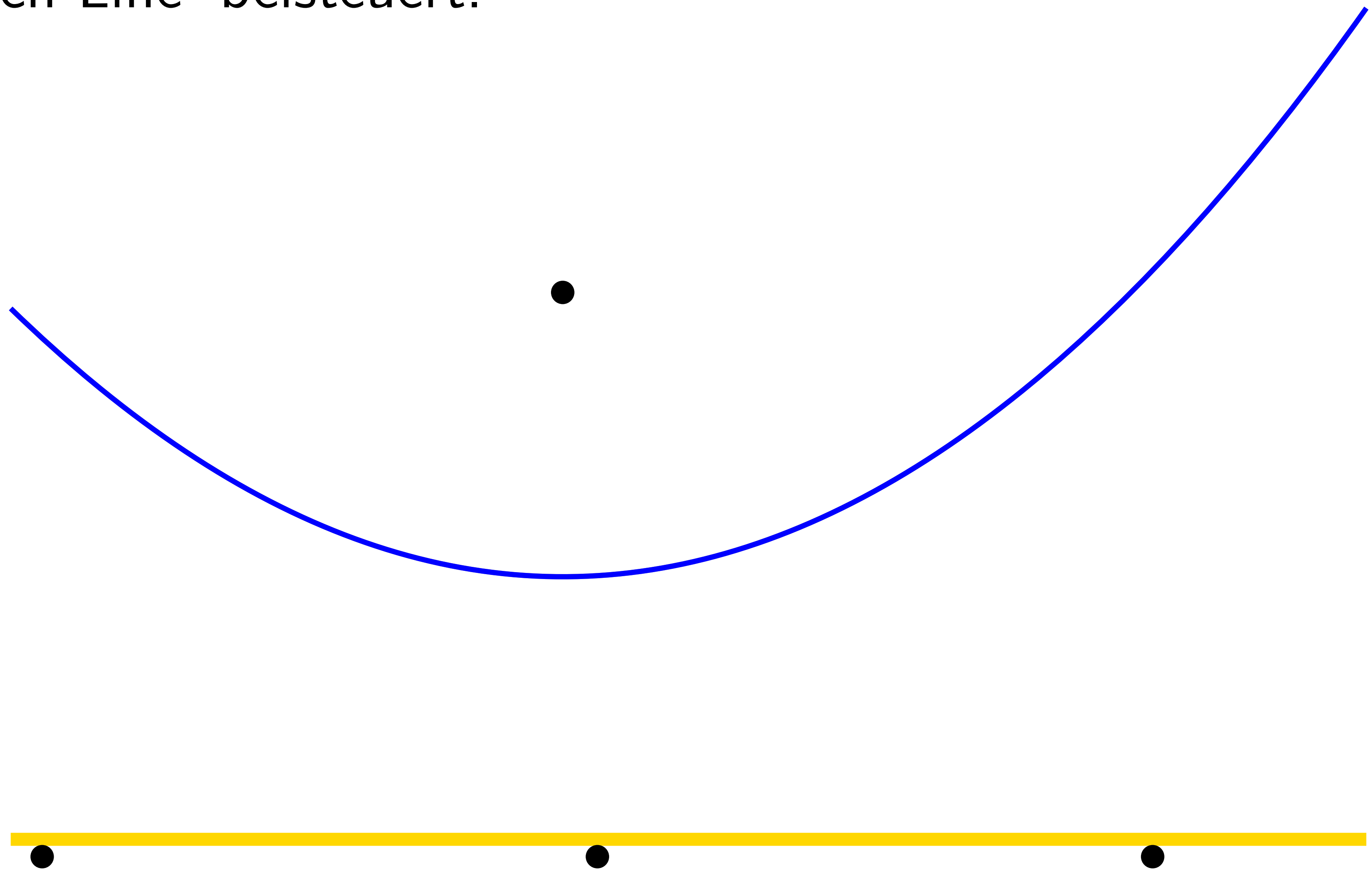
Aufgabe 2

Beispiel: Eine Parabel mehr als einen Parabelbogen zu einer 'Beach-Line' beisteuert.



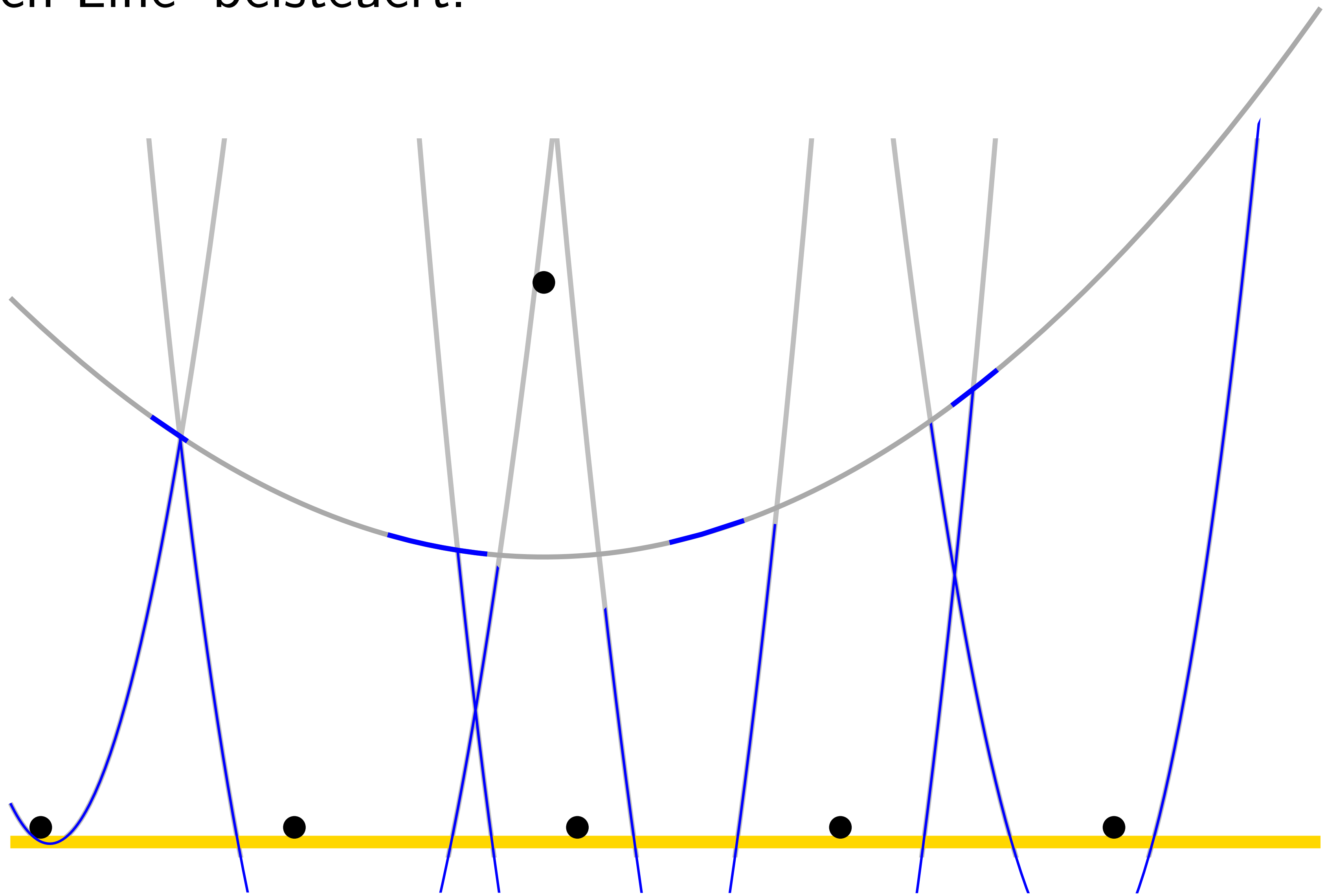
Aufgabe 2

Beispiel: Eine Parabel linear viele Parabelbögen zu einer 'Beach-Line' beisteuert.



Aufgabe 2

Beispiel: Eine Parabel linear viele Parabelbögen zu einer 'Beach-Line' beisteuert.



Aufgabe 3

Nächster Nachbar

Gegeben:

- Punktmenge P, $|P| = n$
- Voronoi-Diagramm zu P

Finde in $\mathcal{O}(n)$ zu jedem Punkt $p \in P$ seinen nächsten Nachbarn $a(p) \in P$.

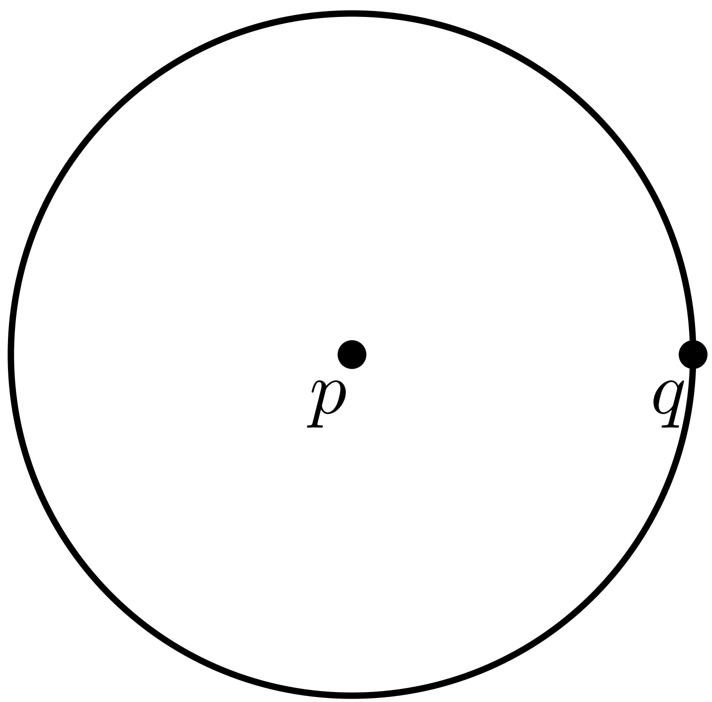
Aufgabe 3

Nächster Nachbar

Gegeben:

- Punktmenge P, $|P| = n$
- Voronoi-Diagramm zu P

Finde in $\mathcal{O}(n)$ zu jedem Punkt $p \in P$ seinen nächsten Nachbarn $a(p) \in P$.



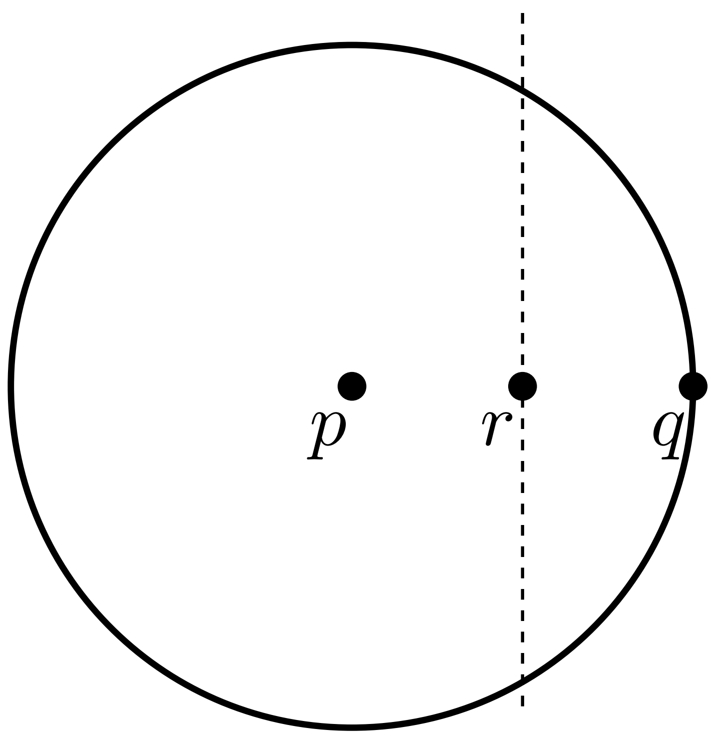
Aufgabe 3

Nächster Nachbar

Gegeben:

- Punktmenge P, $|P| = n$
- Voronoi-Diagramm zu P

Finde in $\mathcal{O}(n)$ zu jedem Punkt $p \in P$ seinen nächsten Nachbarn $a(p) \in P$.



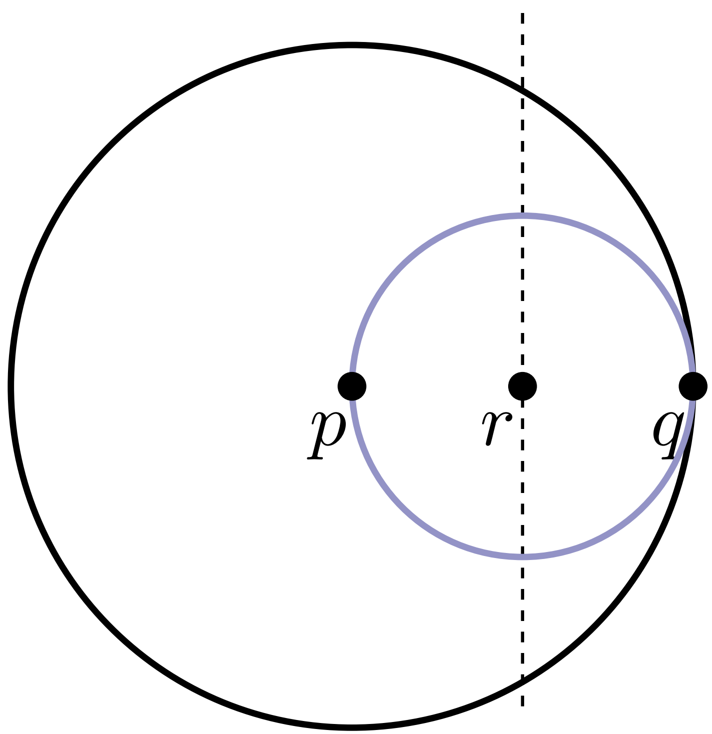
Aufgabe 3

Nächster Nachbar

Gegeben:

- Punktmenge P, $|P| = n$
- Voronoi-Diagramm zu P

Finde in $\mathcal{O}(n)$ zu jedem Punkt $p \in P$ seinen nächsten Nachbarn $a(p) \in P$.



Aufgabe 4

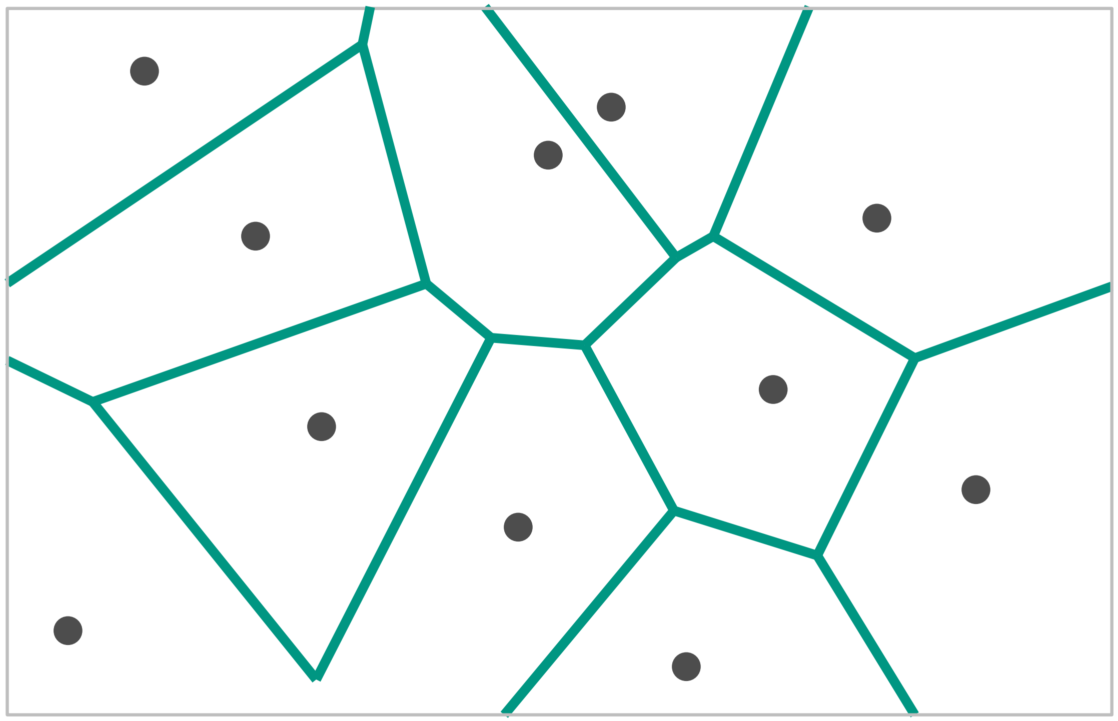
Atom-Kraftwerke

Finde Punkt der am Weitesten von allen AKWs entfernt ist.

Aufgabe 4

Atom-Kraftwerke

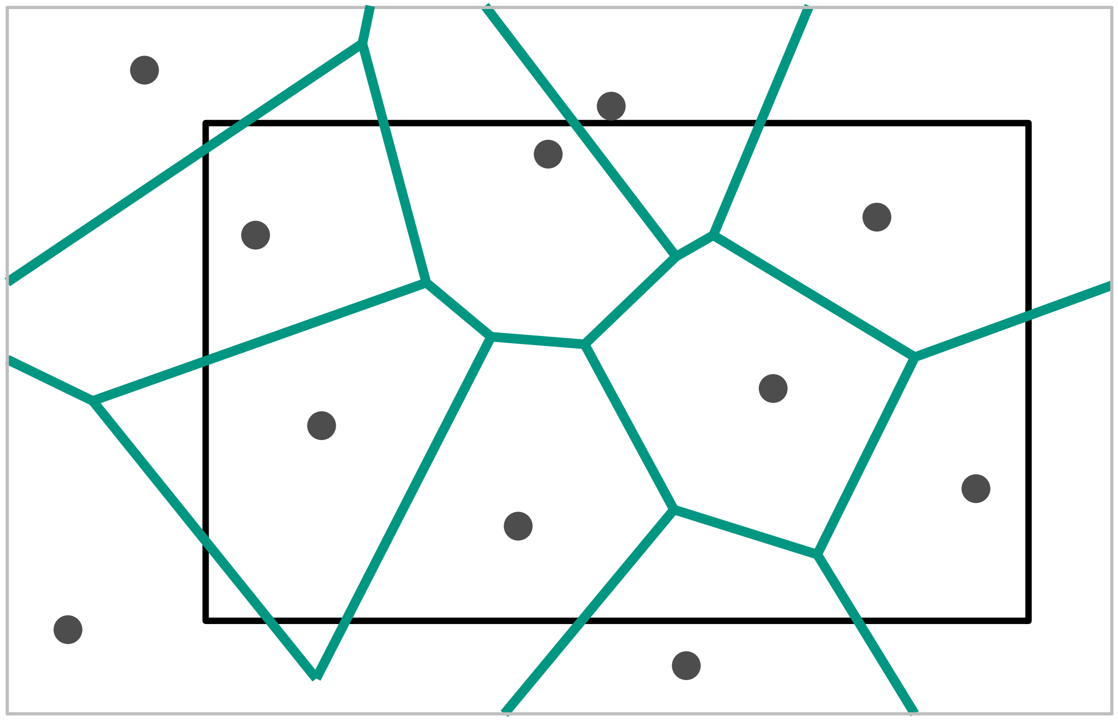
Finde Punkt der am Weitesten von allen AKWs entfernt ist.



Aufgabe 4

Atom-Kraftwerke

Finde Punkt der am Weitesten von allen AKWs entfernt ist.

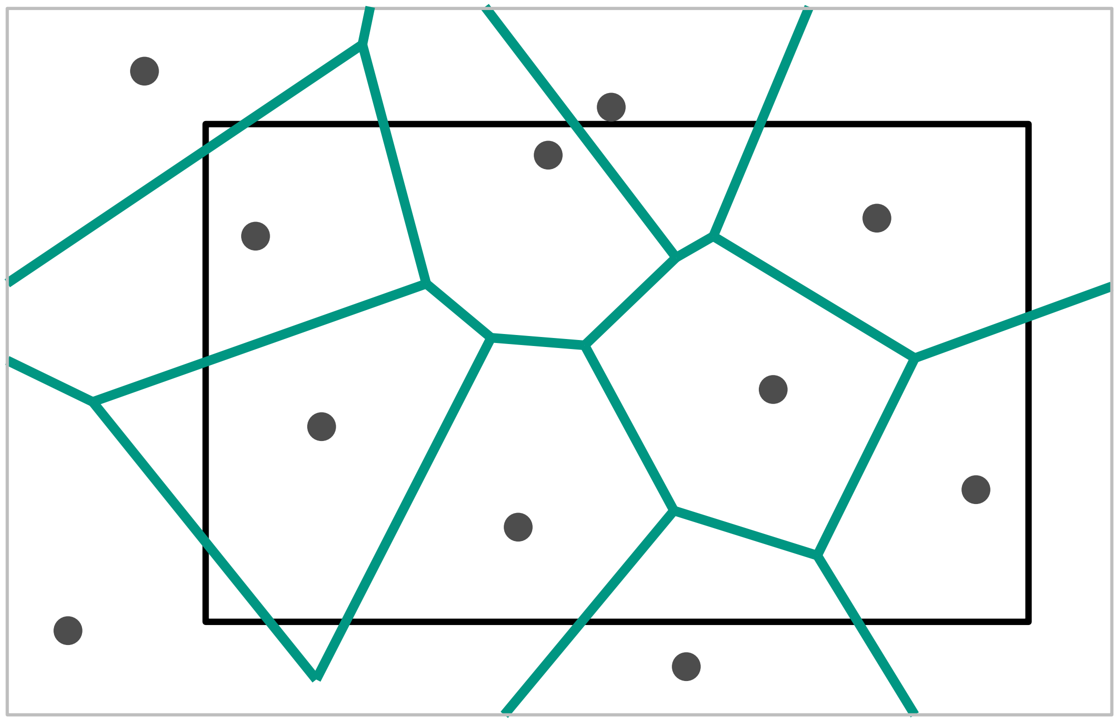


Aufgabe 4

Atom-Kraftwerke

Finde Punkt der am Weitesten von allen AKWs entfernt ist.

- Voronoi-Knoten
- Ecken des Rechtecks R
- Schnittpunkt R & Voronoi-Kanten



a) Kandidaten reichen aus

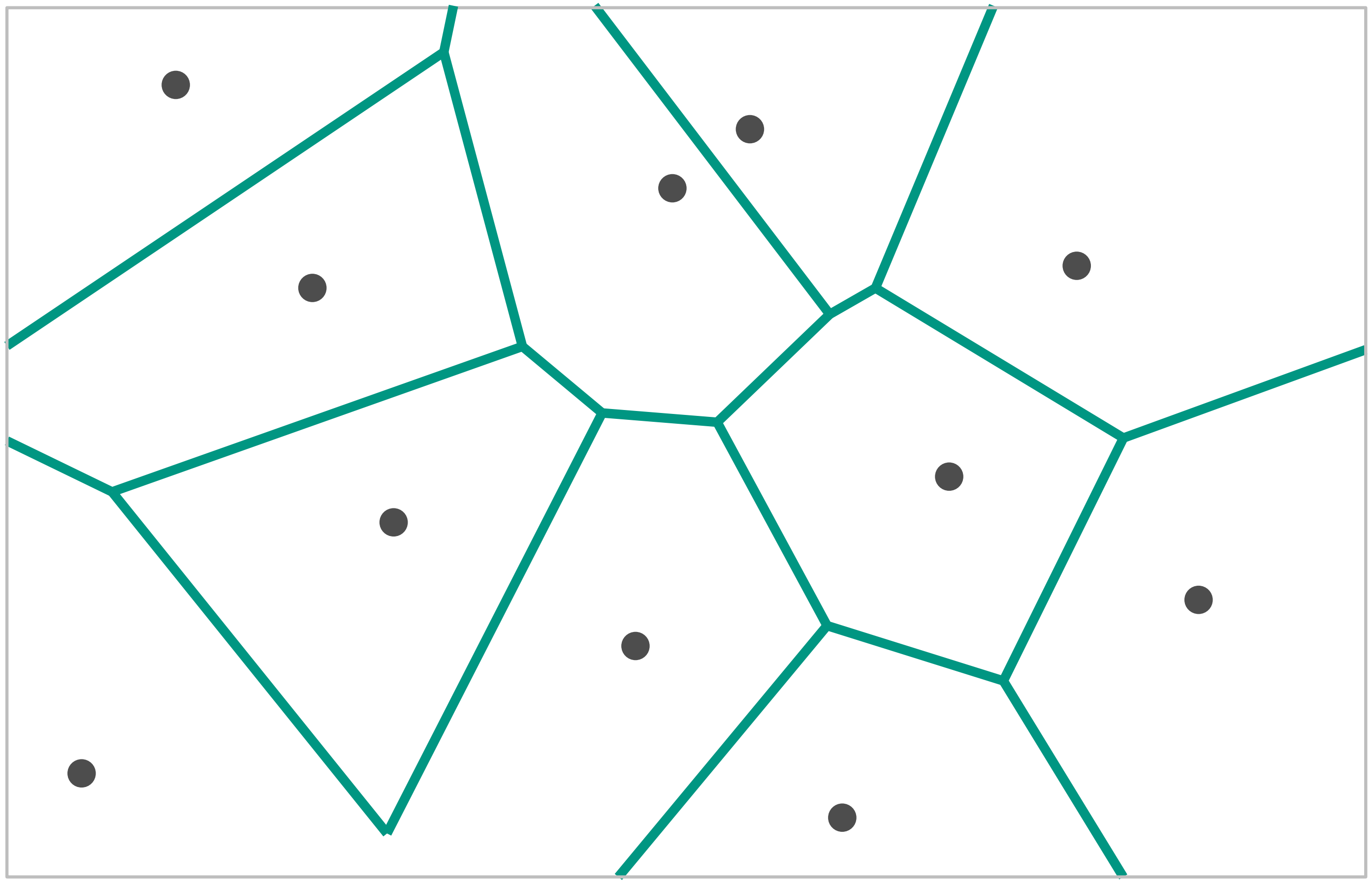
b) Algorithmus zur Lösung in $\mathcal{O}(n)$

Aufgabe 4

Atom-Kraftwerke

Finde Punkt der am Weitesten von allen AKWs entfernt ist.

Dieses mal: Statt Rechteck konvexes Polygon P mit m Knoten.

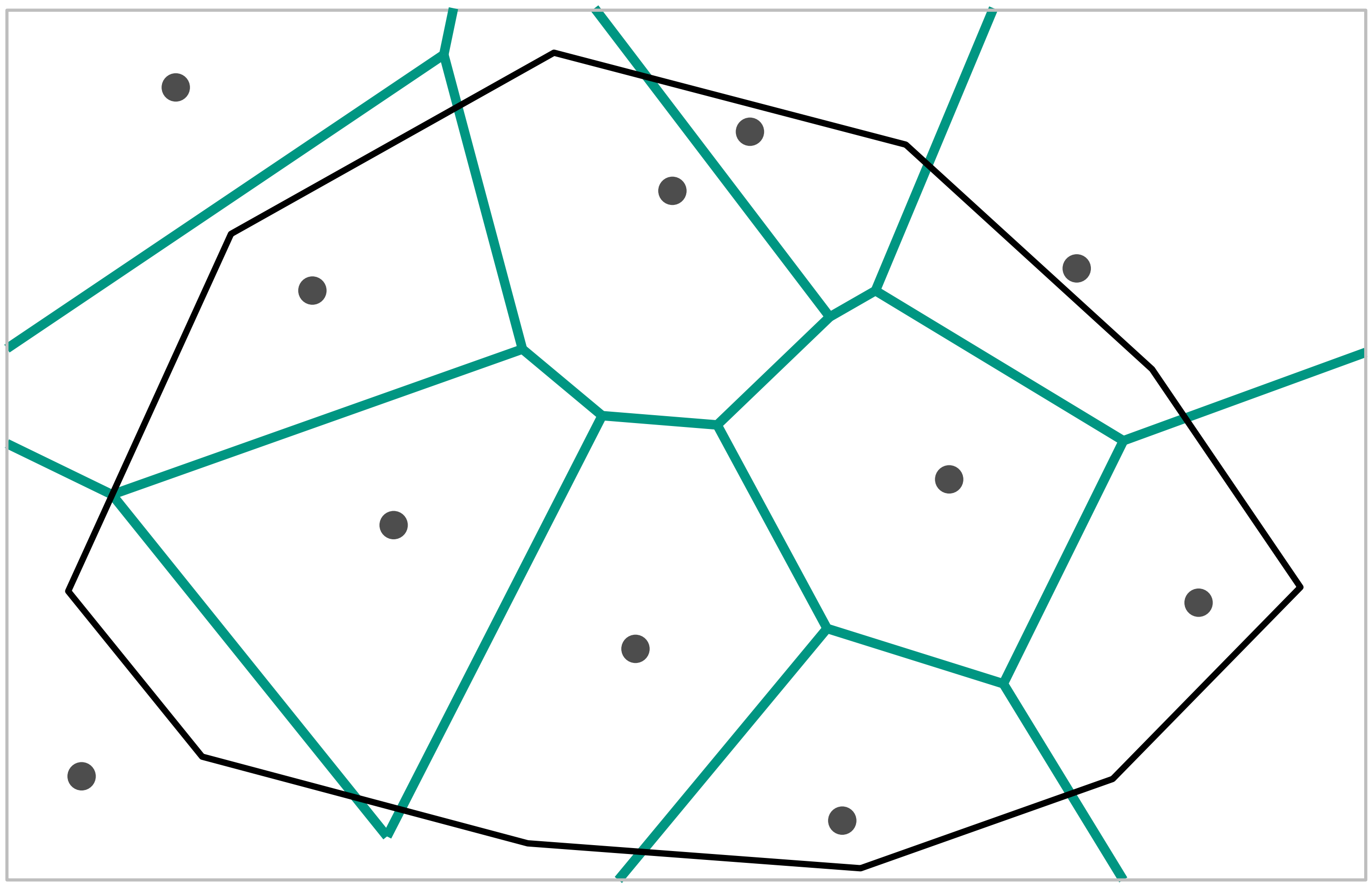


Aufgabe 4

Atom-Kraftwerke

Finde Punkt der am Weitesten von allen AKWs entfernt ist.

Dieses mal: Statt Rechteck konvexes Polygon P mit m Knoten.

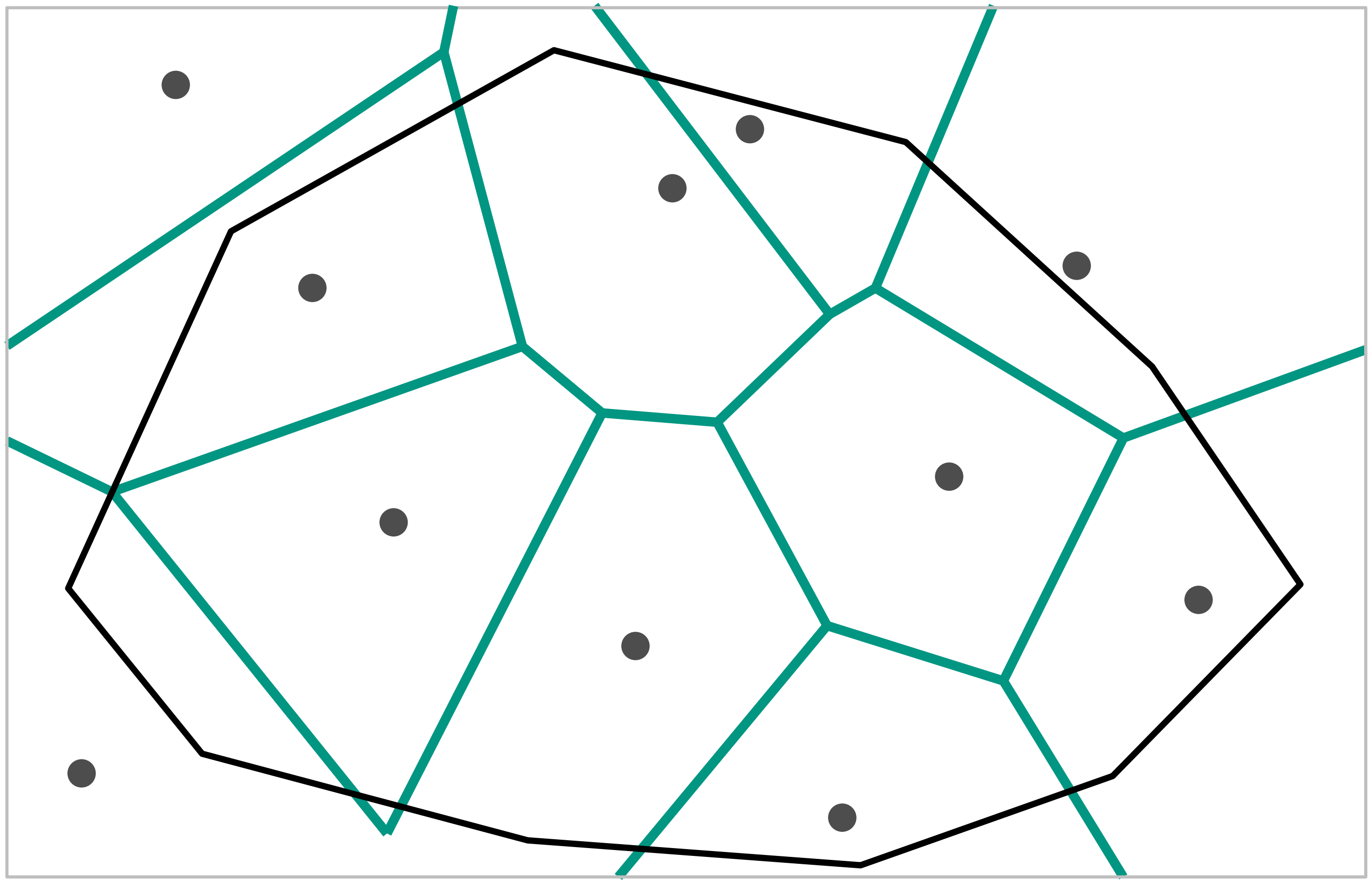


Aufgabe 4

Atom-Kraftwerke

Finde Punkt der am Weitesten von allen AKWs entfernt ist.

Dieses mal: Statt Rechteck konvexes Polygon P mit m Knoten.



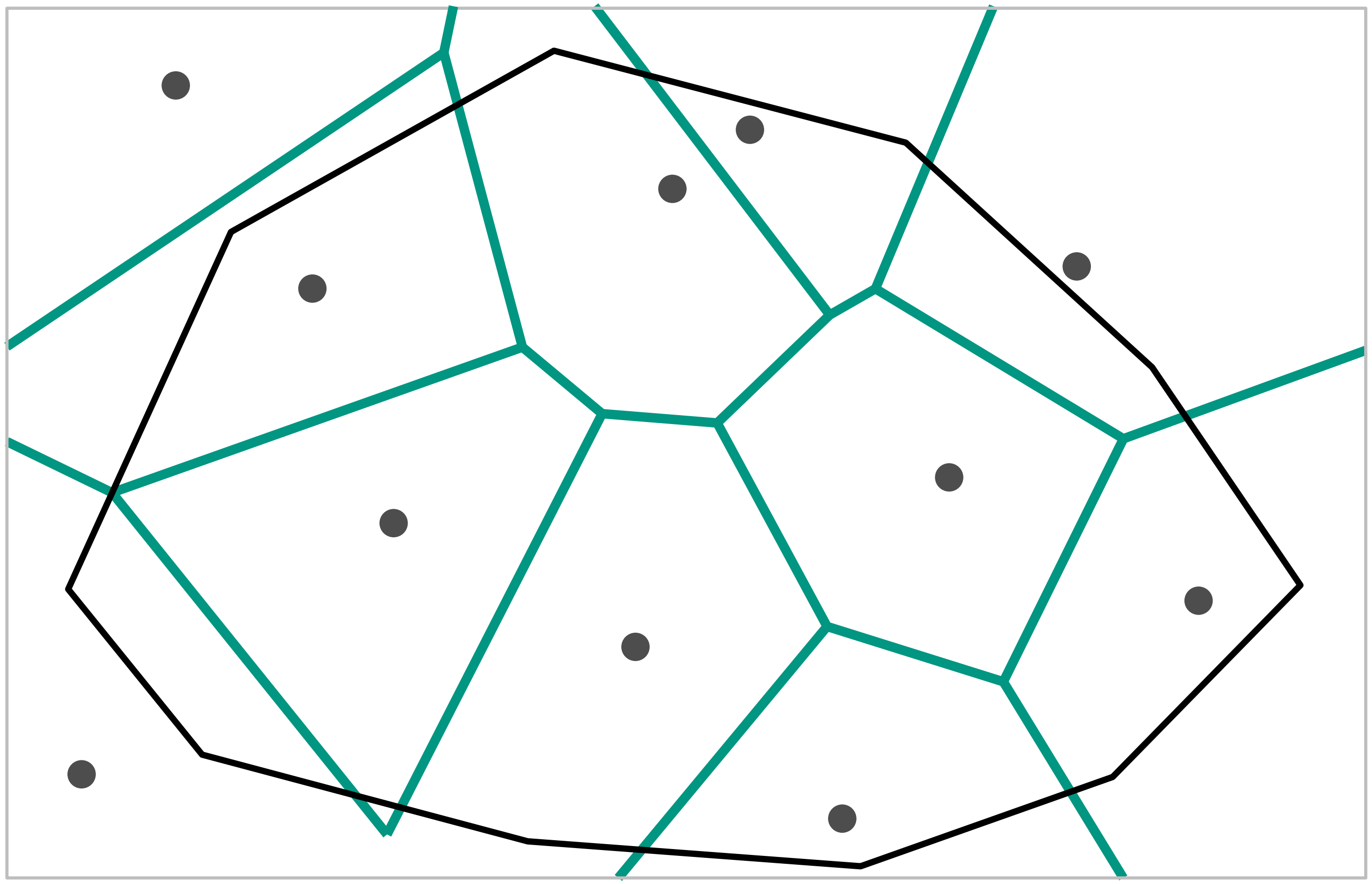
Gesucht:
Algorithmus in $\mathcal{O}(n+m)$

Aufgabe 4

Atom-Kraftwerke

Finde Punkt der am Weitesten von allen AKWs entfernt ist.

Dieses mal: Statt Rechteck konvexes Polygon P mit m Knoten.



Gesucht:

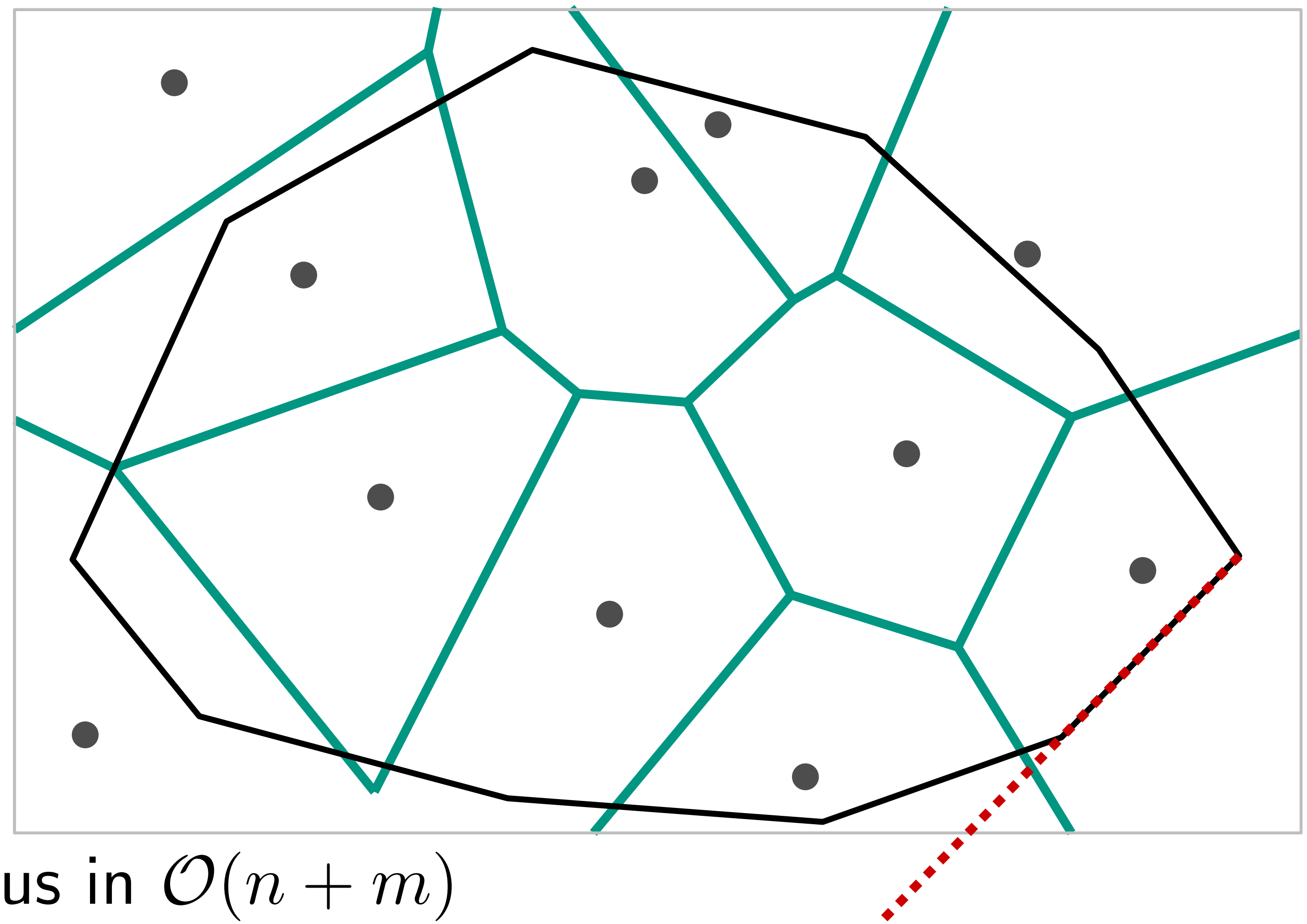
Algorithmus in $\mathcal{O}(n + m)$

Aufgabe 4

Atom-Kraftwerke

Finde Punkt der am Weitesten von allen AKWs entfernt ist.

Dieses mal: Statt Rechteck konvexes Polygon P mit m Knoten.

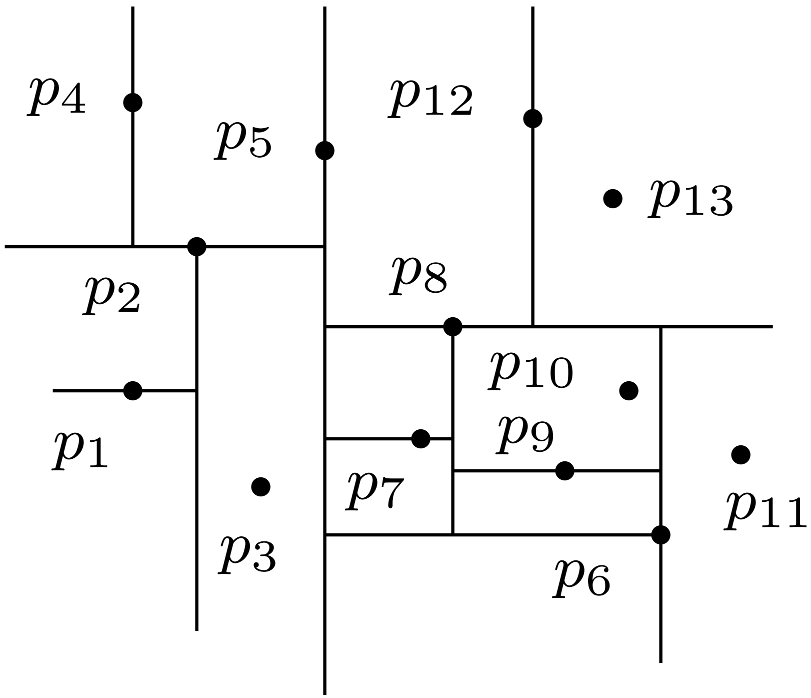


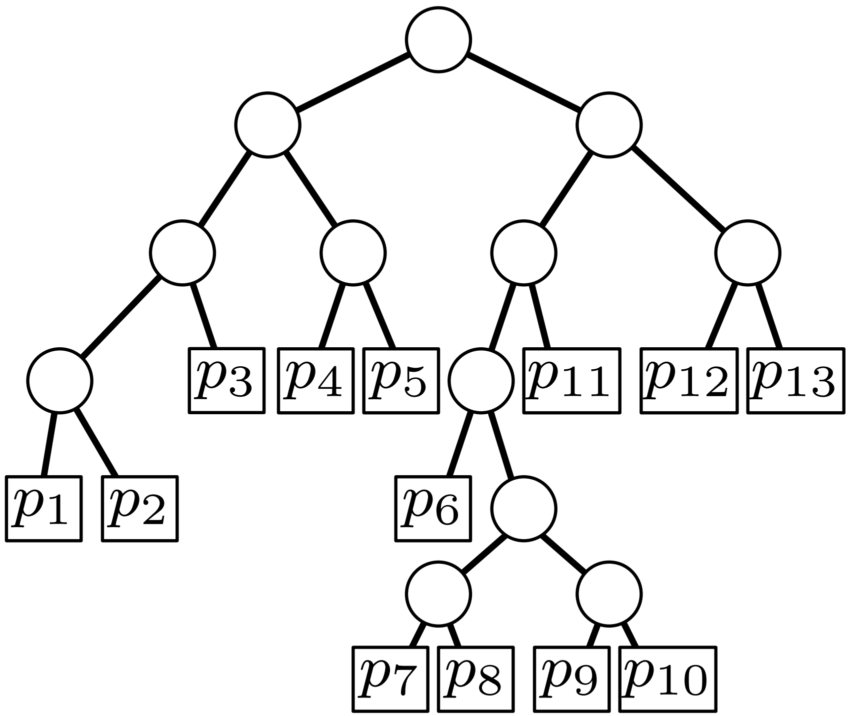
Gesucht:
Algorithmus in $\mathcal{O}(n+m)$

Aufgabe 5

kd-Trees

Wie dynamisiert man kd-Trees? [Rebalancieren der Baumstruktur kann ignoriert werden]

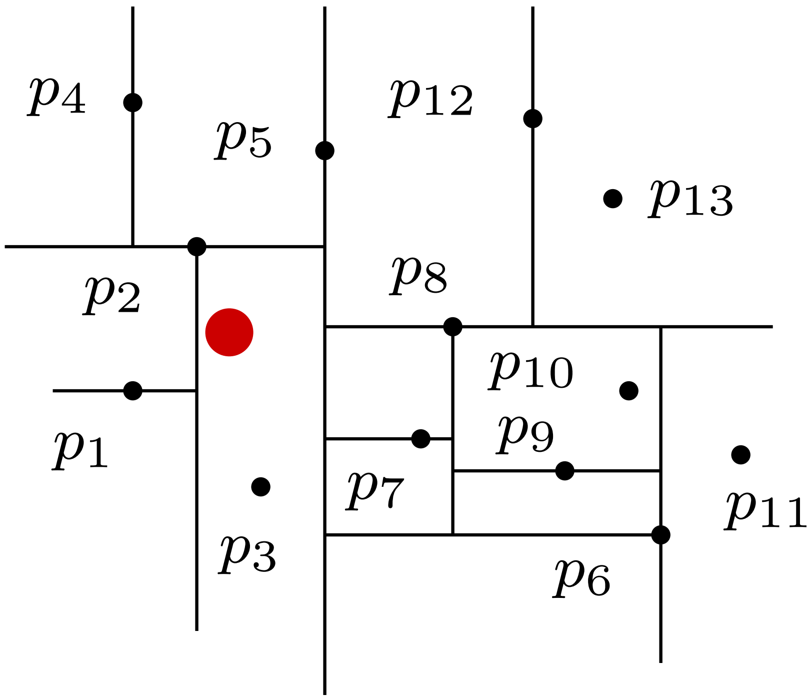


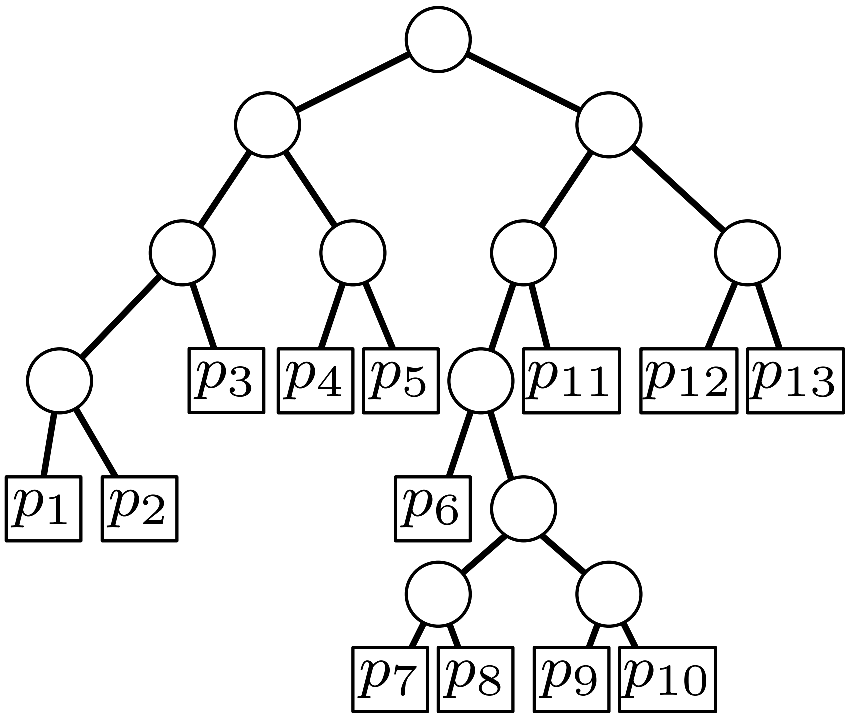


Aufgabe 5

kd-Trees

Wie dynamisiert man kd-Trees? [Rebalancieren der Baumstruktur kann ignoriert werden]

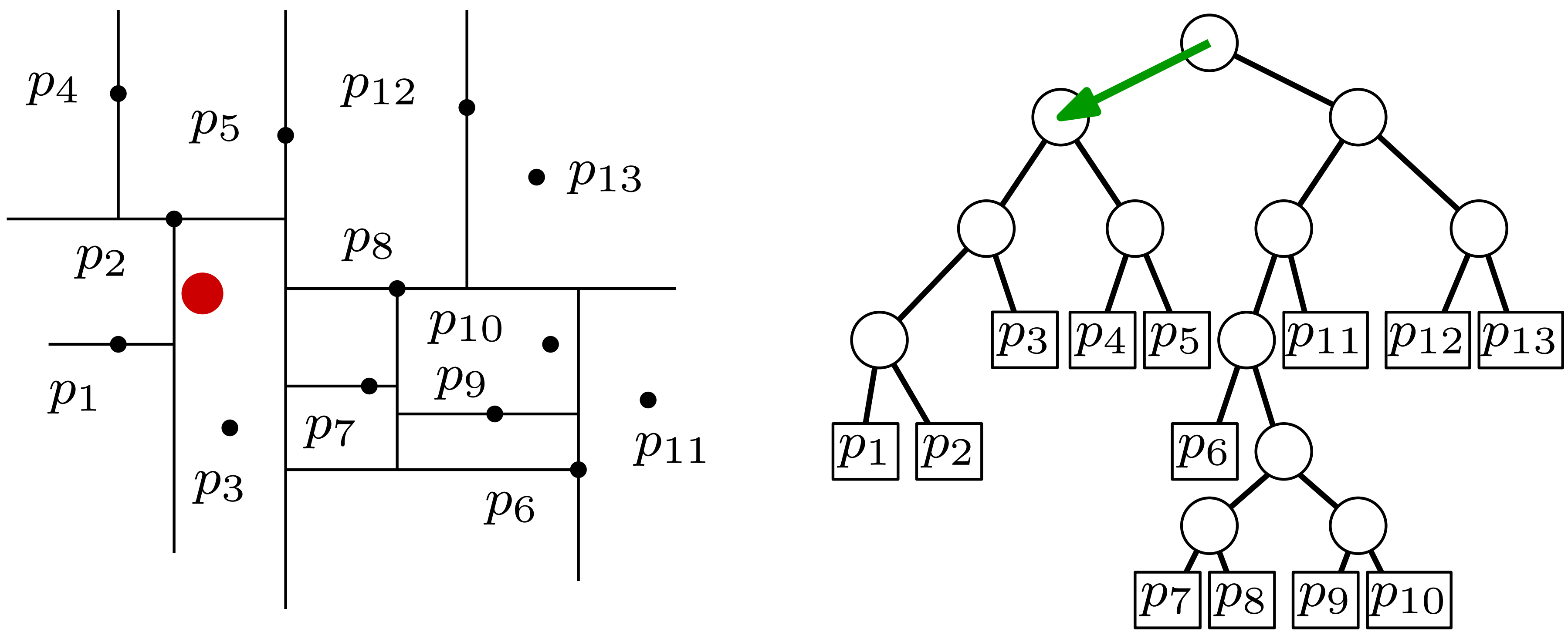




Aufgabe 5

kd-Trees

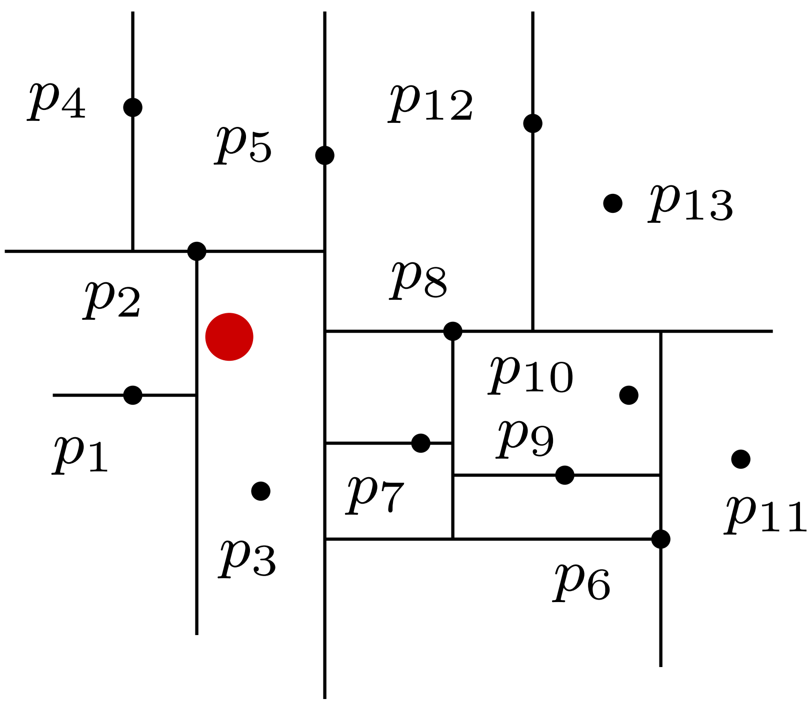
Wie dynamisiert man kd-Trees? [Rebalancieren der Baumstruktur kann ignoriert werden]

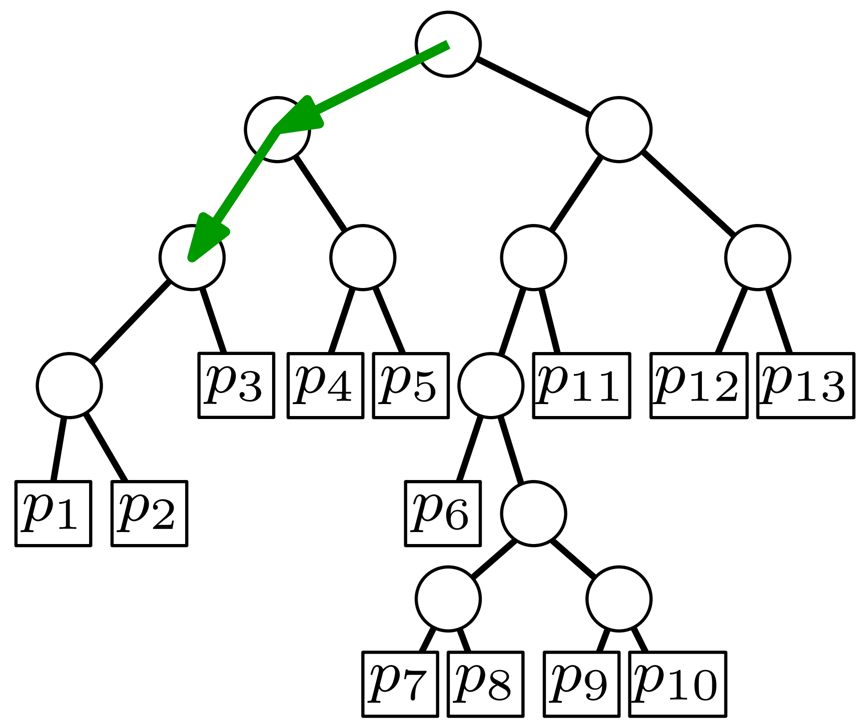


Aufgabe 5

kd-Trees

Wie dynamisiert man kd-Trees? [Rebalancieren der Baumstruktur kann ignoriert werden]

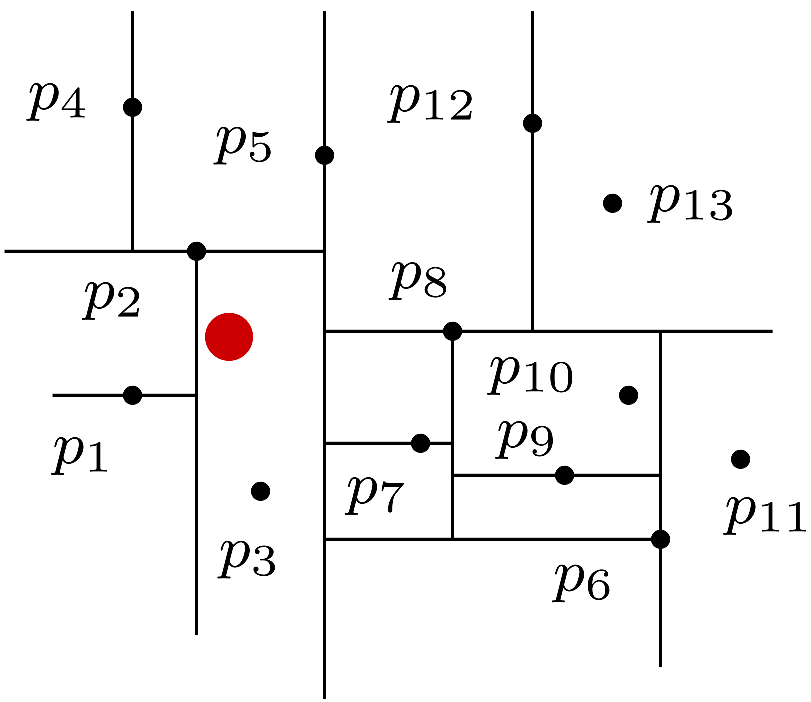


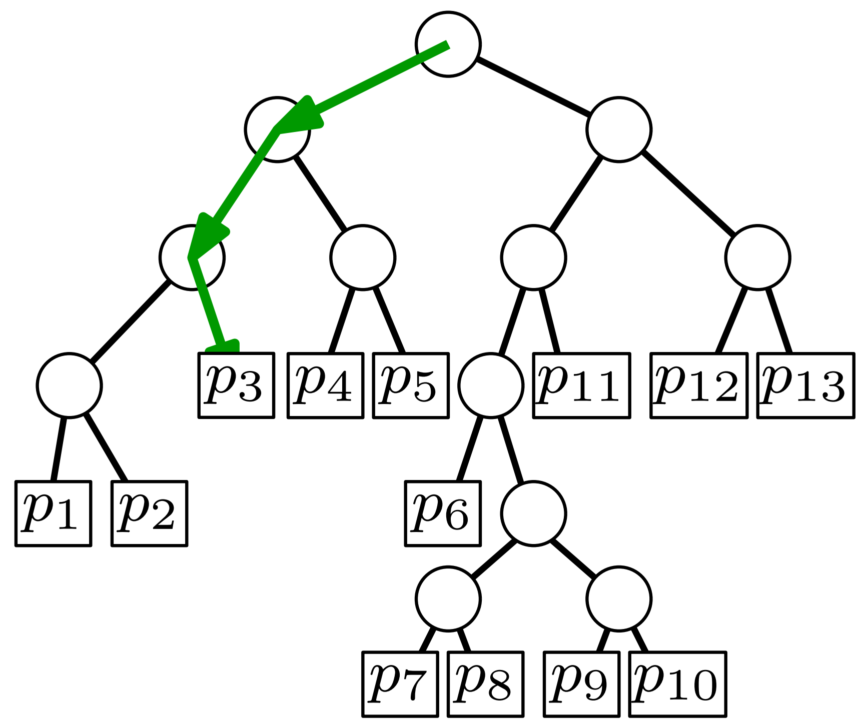


Aufgabe 5

kd-Trees

Wie dynamisiert man kd-Trees? [Rebalancieren der Baumstruktur kann ignoriert werden]

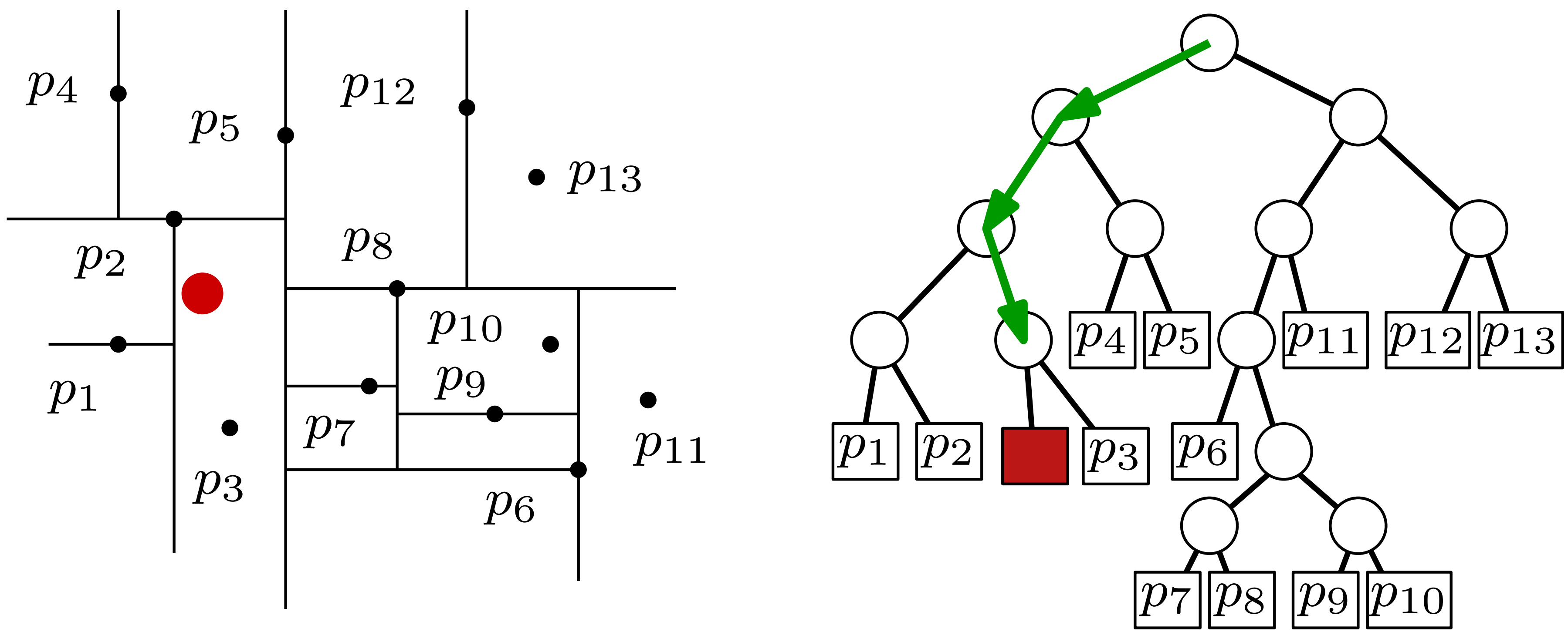




Aufgabe 5

kd-Trees

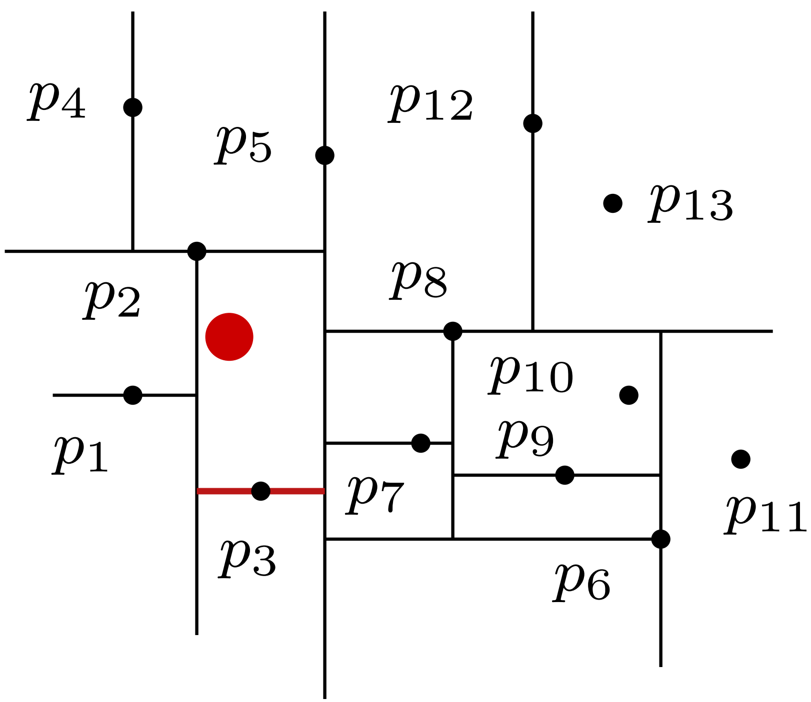
Wie dynamisiert man kd-Trees? [Rebalancieren der Baumstruktur kann ignoriert werden]

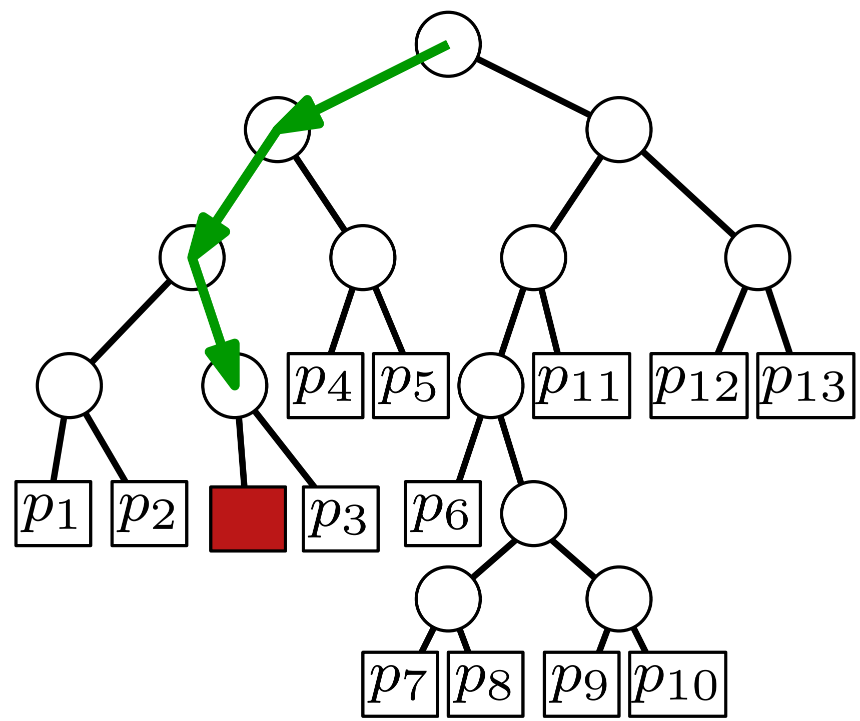


Aufgabe 5

kd-Trees

Wie dynamisiert man kd-Trees? [Rebalancieren der Baumstruktur kann ignoriert werden]

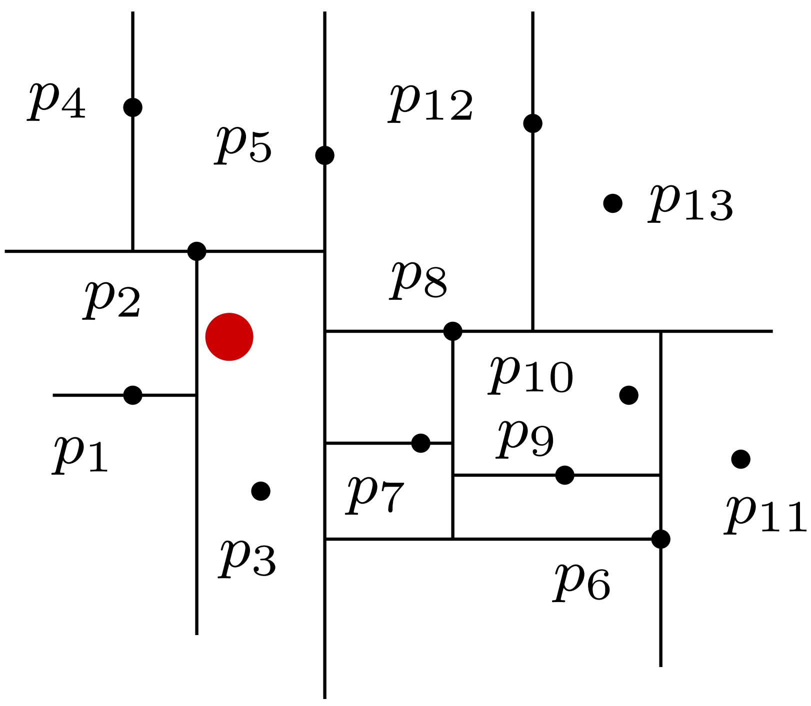


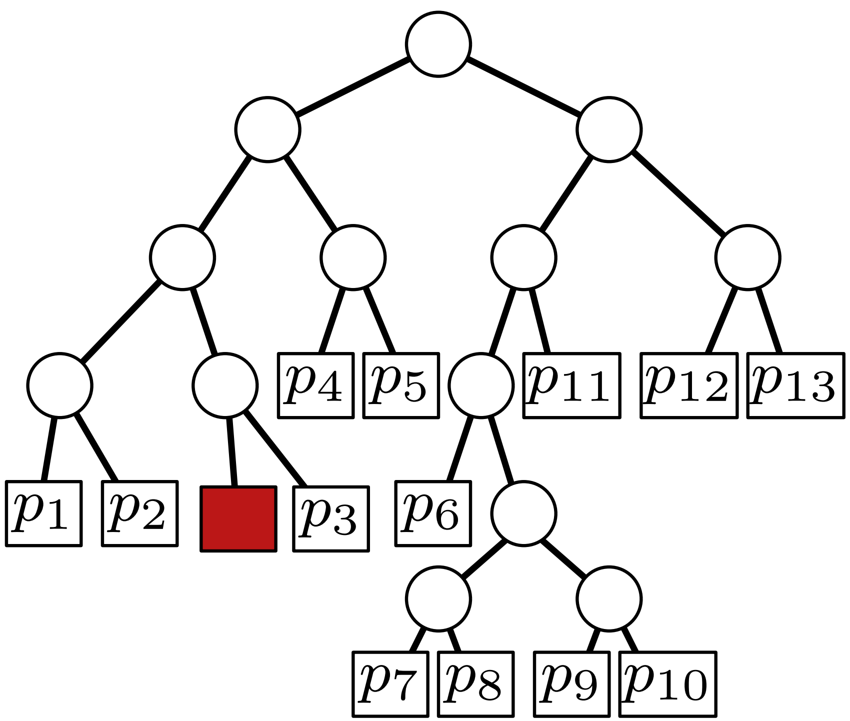


Aufgabe 5

kd-Trees

Wie dynamisiert man kd-Trees? [Rebalancieren der Baumstruktur kann ignoriert werden]

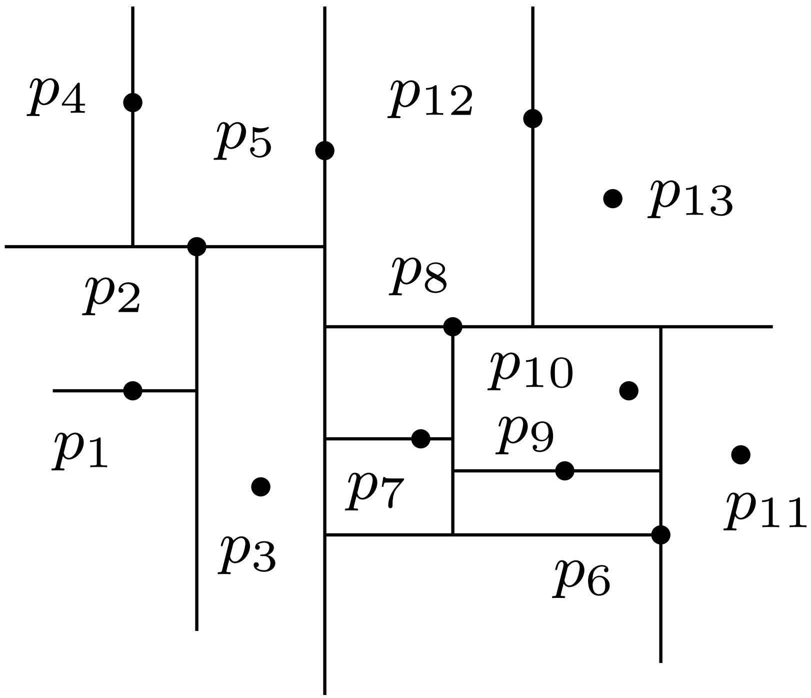


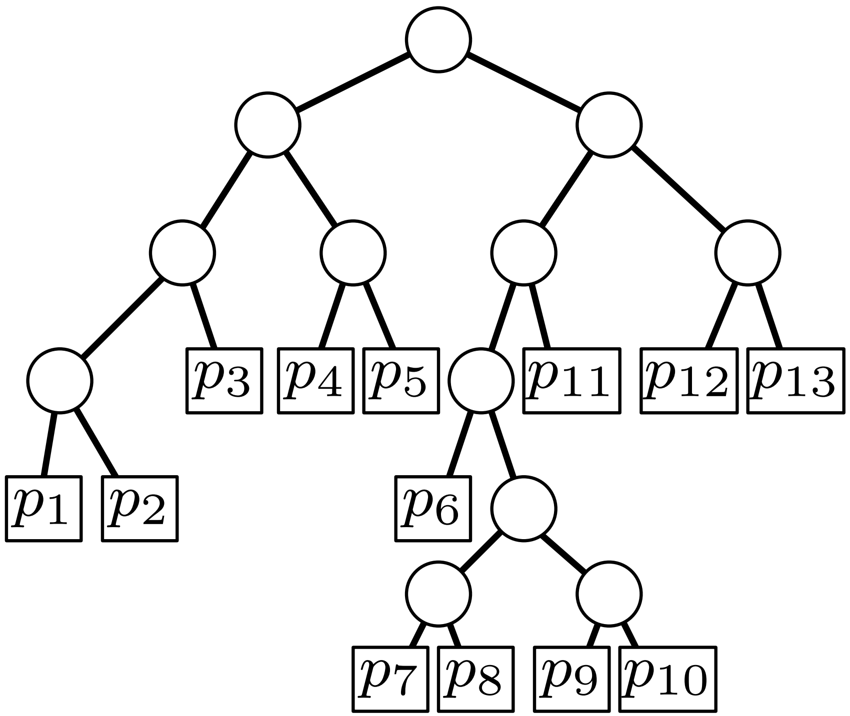


Aufgabe 5

kd-Trees

Wie dynamisiert man kd-Trees? [Rebalancieren der Baumstruktur kann ignoriert werden]

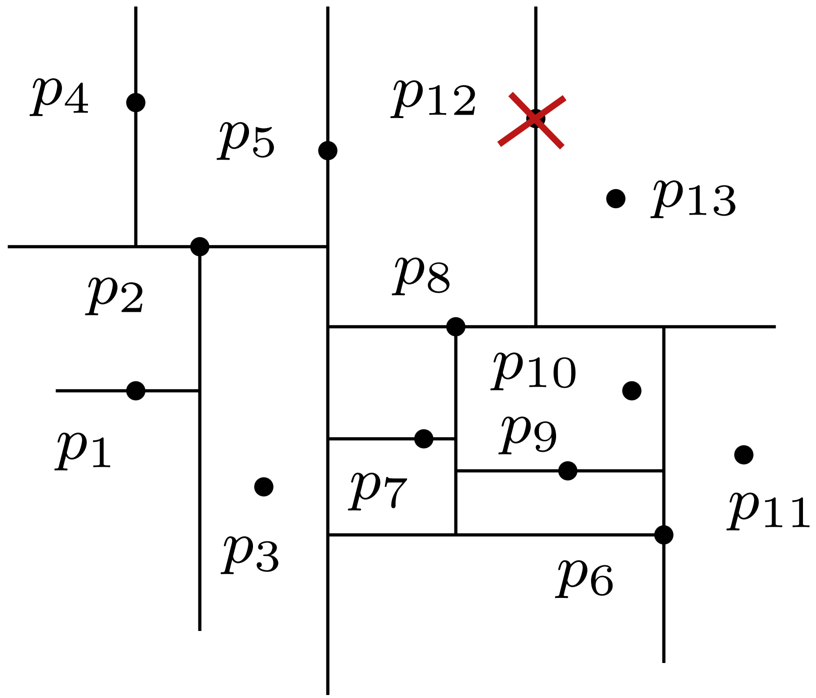


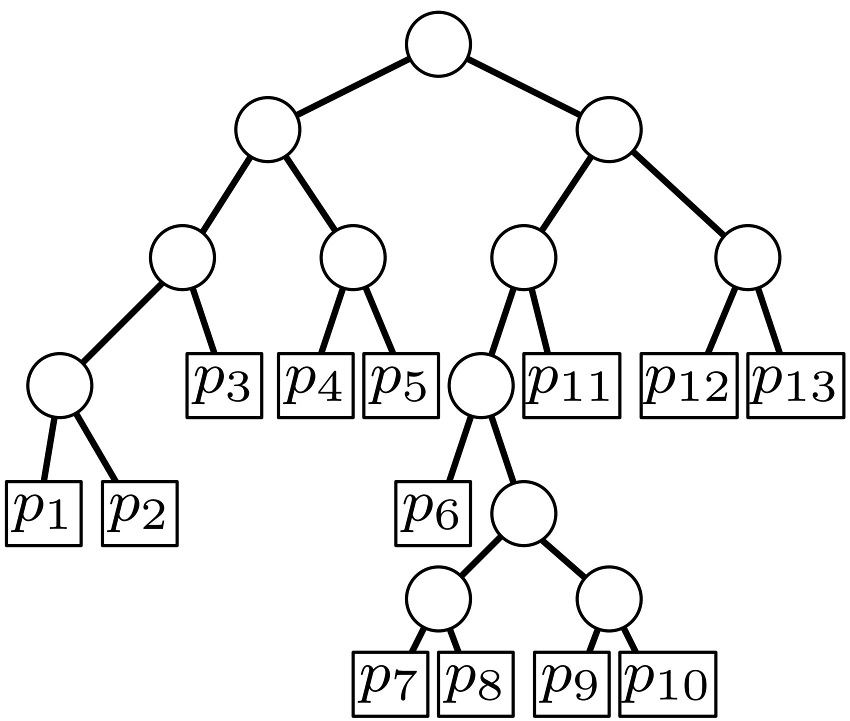


Aufgabe 5

kd-Trees

Wie dynamisiert man kd-Trees? [Rebalancieren der Baumstruktur kann ignoriert werden]

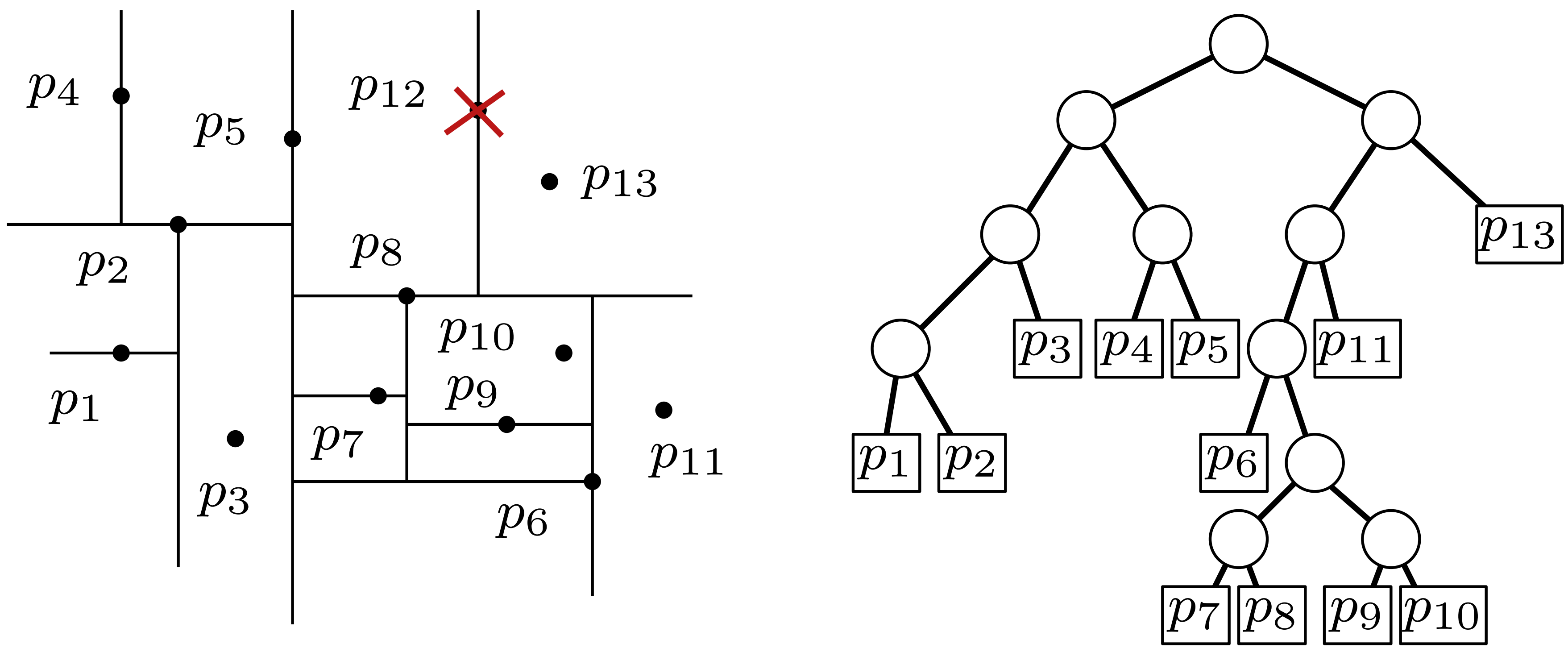




Aufgabe 5

kd-Trees

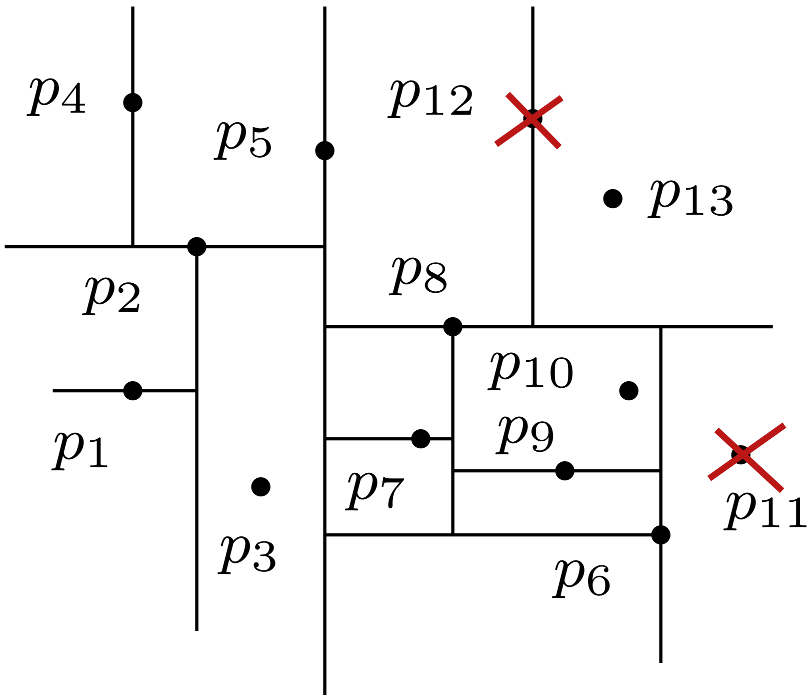
Wie dynamisiert man kd-Trees? [Rebalancieren der Baumstruktur kann ignoriert werden]

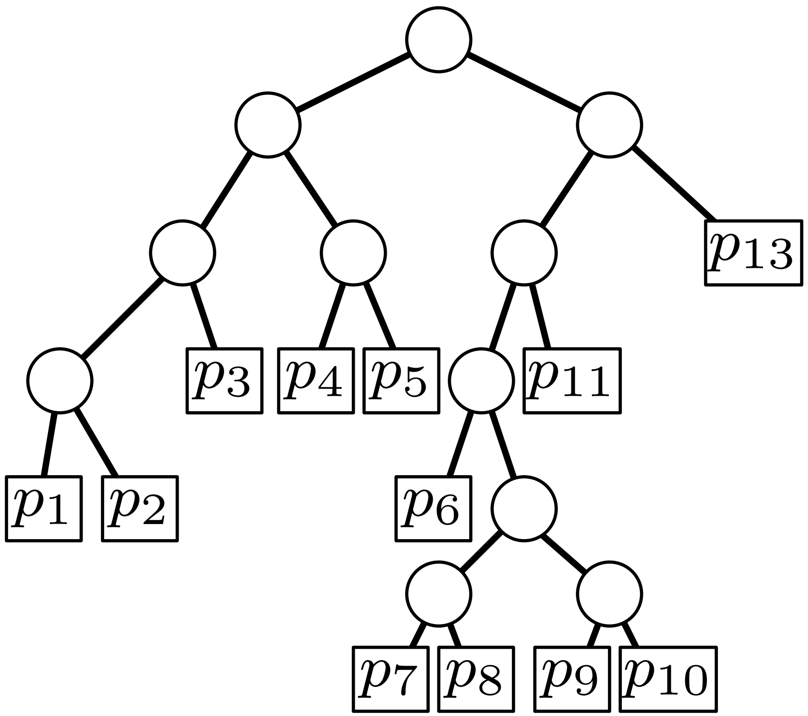


Aufgabe 5

kd-Trees

Wie dynamisiert man kd-Trees? [Rebalancieren der Baumstruktur kann ignoriert werden]

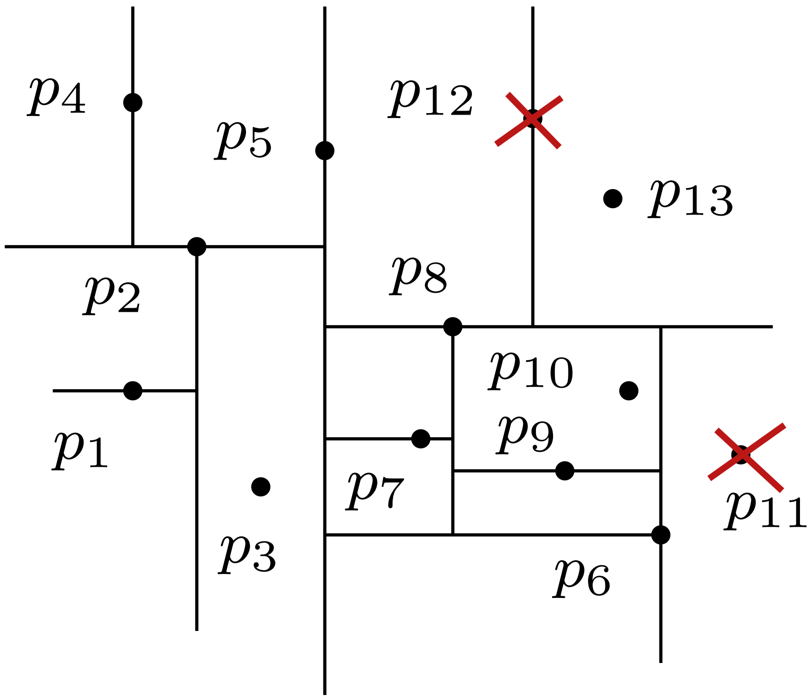


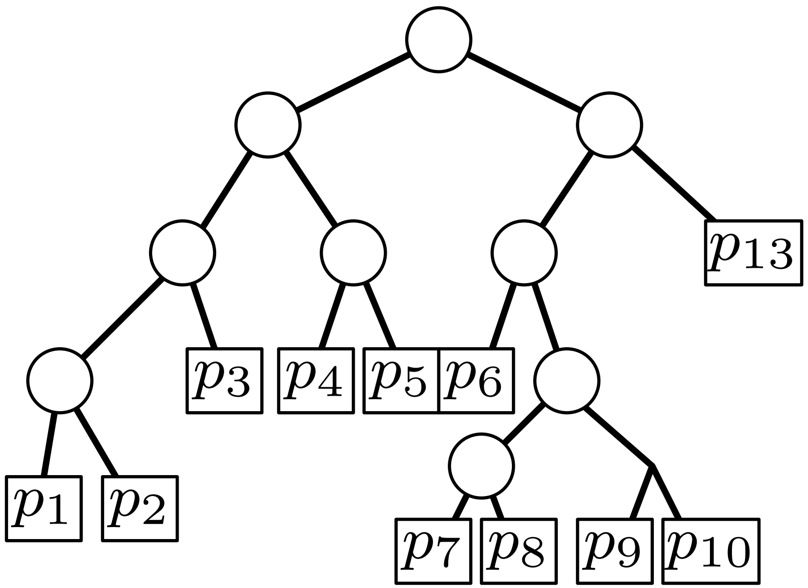


Aufgabe 5

kd-Trees

Wie dynamisiert man kd-Trees? [Rebalancieren der Baumstruktur kann ignoriert werden]





Übersicht

Übungsblatt 7 – Voronoi-Diagramme

Übungsblatt 8 – Delauney-Triangulierung

Aufgabe 1

Problem:

Sei $P \subset \mathbb{R}^2$ eine Menge von n Punkten.

a) Maximale Anzahl an verschiedenen Triangulierungen für P beschränkt durch $2^{\binom{n}{2}}$.

b) Beispielmenge P bei der für jede Triangulierung ein Knoten ex. der Grad $n-1$ hat?

Aufgabe 1

Problem:

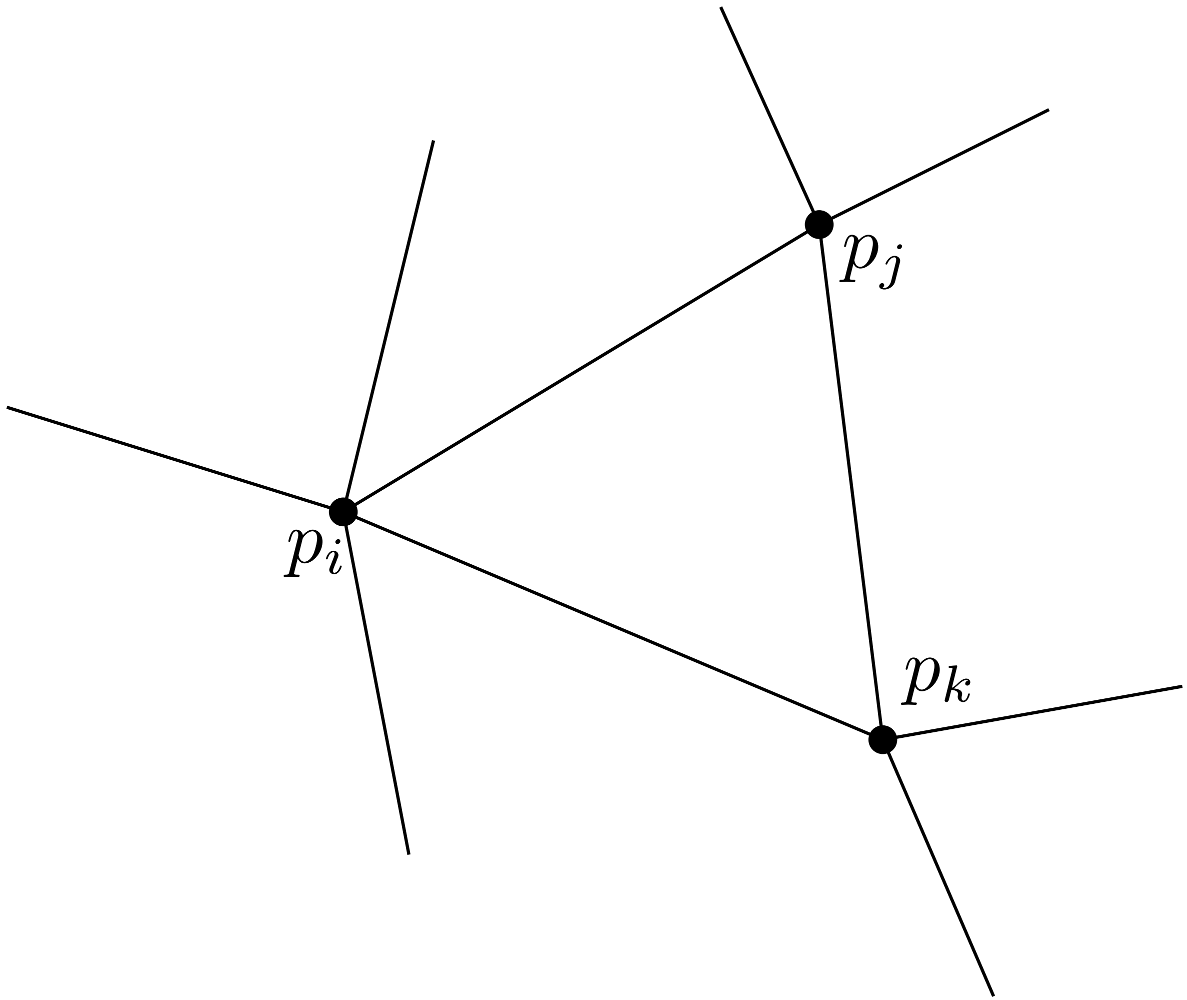
Sei $P \subset \mathbb{R}^2$ eine Menge von n Punkten.

a) Maximale Anzahl an verschiedenen Triangulierungen für P beschränkt durch $2^{\binom{n}{2}}$.

b) Beispielmenge P bei der für jede Triangulierung ein Knoten ex. der Grad $n-1$ hat?

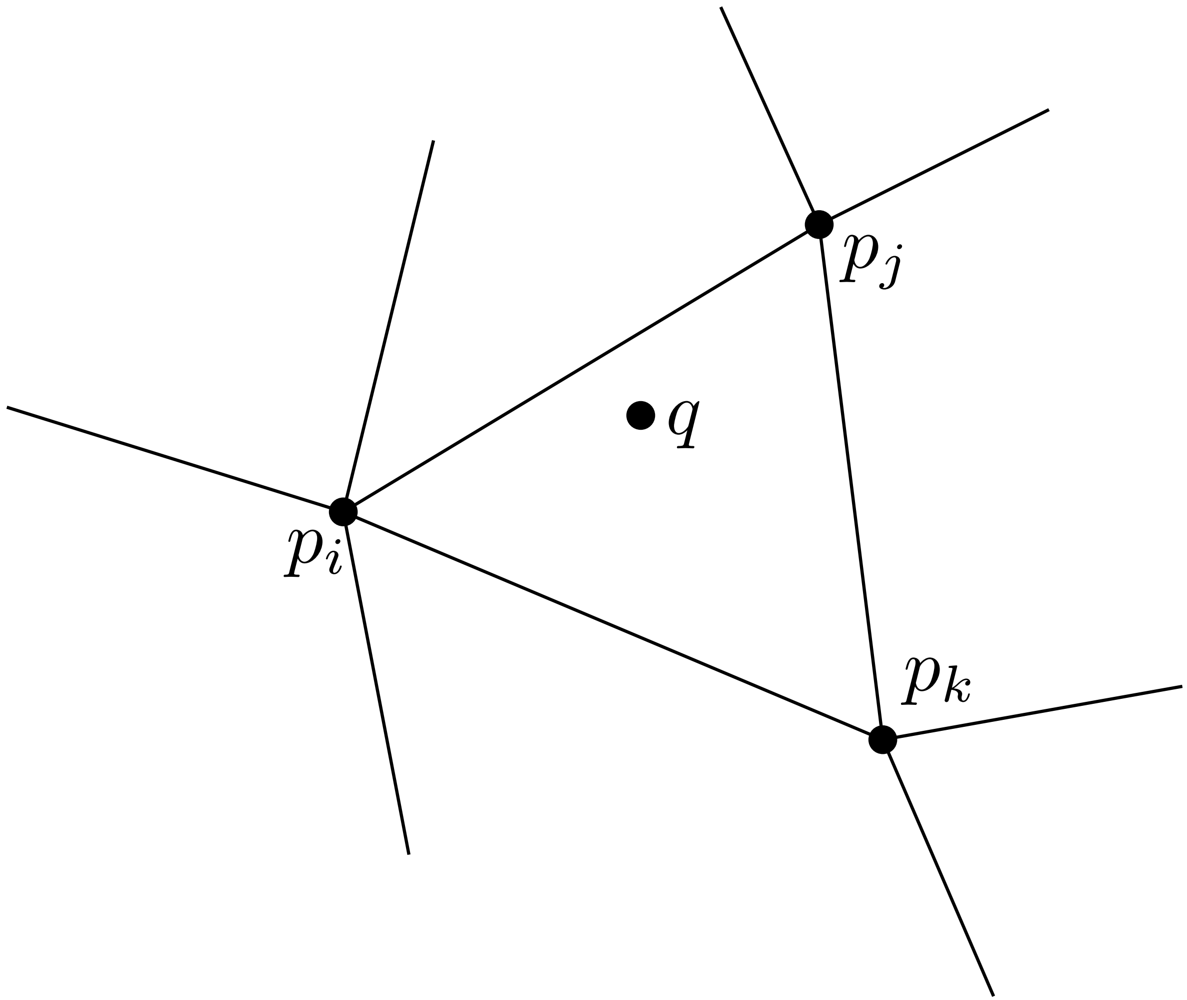
Aufgabe 2

- Punktmenge $P \subset \mathbb{R}^2$, alle Punkte in allgemeiner Lage.
- Außerdem $q \notin P$ aber in der konvexen Hülle von P.



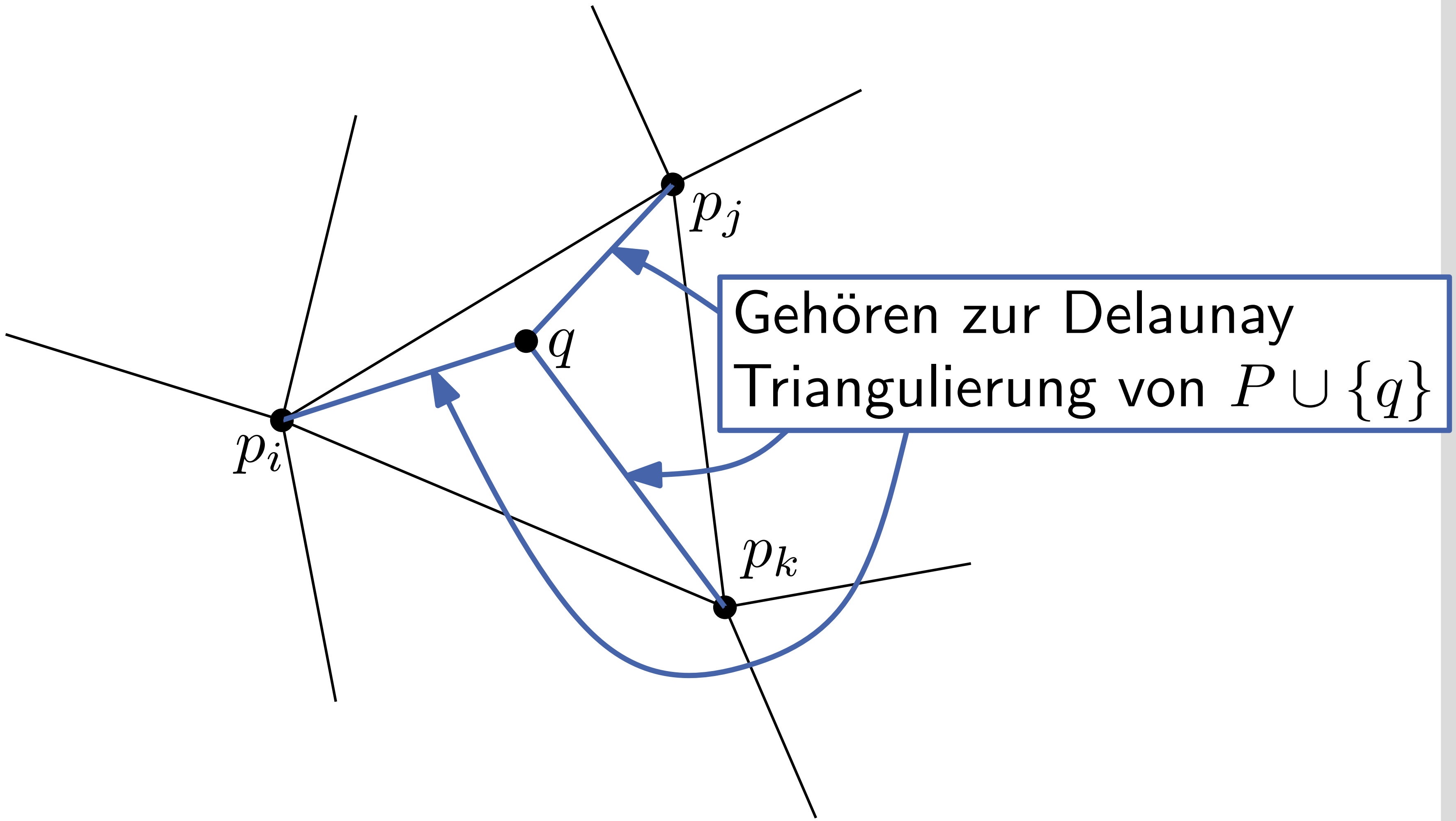
Aufgabe 2

- Punktmenge $P \subset \mathbb{R}^2$, alle Punkte in allgemeiner Lage.
- Außerdem $q \notin P$ aber in der konvexen Hülle von P.



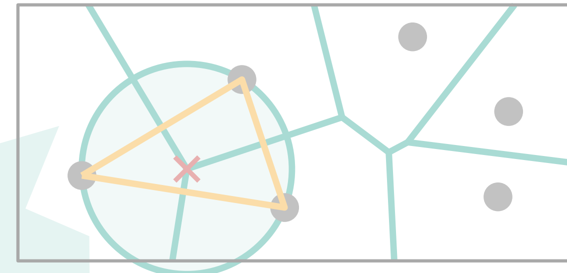
Aufgabe 2

- Punktmenge $P \subset \mathbb{R}^2$, alle Punkte in allgemeiner Lage.
- Außerdem $q \notin P$ aber in der konvexen Hülle von P.

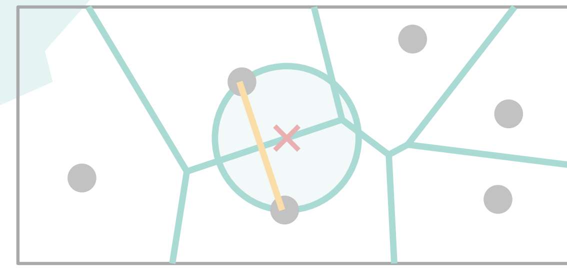


Charakterisierung

Satz über Voronoi-Diagramme:



- Ein Punkt q ist ein Voronoi-Knoten $\Leftrightarrow |C_P(q) \cap P| \geq 3$,
- der Bisektor $b(p_i, p_j)$ definiert eine Voronoi-Kante $\Leftrightarrow \exists q \in b(p_i, p_j)$ mit $C_P(q) \cap P = \{p_i, p_j\}$.



Satz 4: Sei P eine Menge von Punkten.

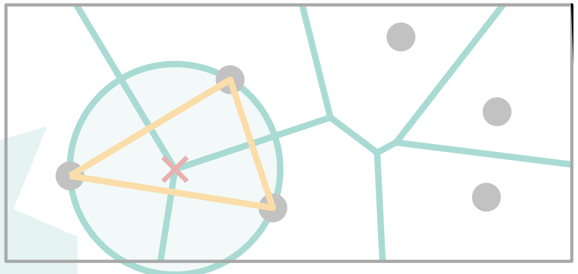
- Punkte p, q, r sind Knoten der gleichen Facette in $\mathcal{DG}(P) \Leftrightarrow$ Kreis durch p, q, r ist leer
- Kante pq ist in $\mathcal{DG}(P)$ $\Leftrightarrow$ es gibt einen leeren Kreis $C_{p,q}$ durch p und q

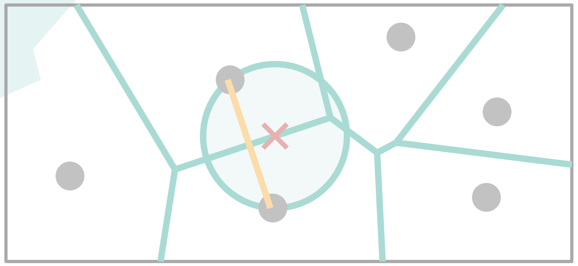
Satz 5: Sei P Punktmenge und $\mathcal{T}$ eine Triangulierung von P. $\mathcal{T}$ ist Delaunay-Triangulierung $\Leftrightarrow$ Umkreis jedes Dreiecks ist im Inneren leer.

Charakterisierung

Satz über Voronoi-Diagramme:

- Ein Punkt q ist ein Voronoi-Knoten $\Leftrightarrow |C_P(q) \cap P| \geq 3$,
- der Bisektor $b(p_i, p_j)$ definiert eine Voronoi-Kante $\Leftrightarrow \exists q \in b(p_i, p_j)$ mit $C_P(q) \cap P = \{p_i, p_j\}$.





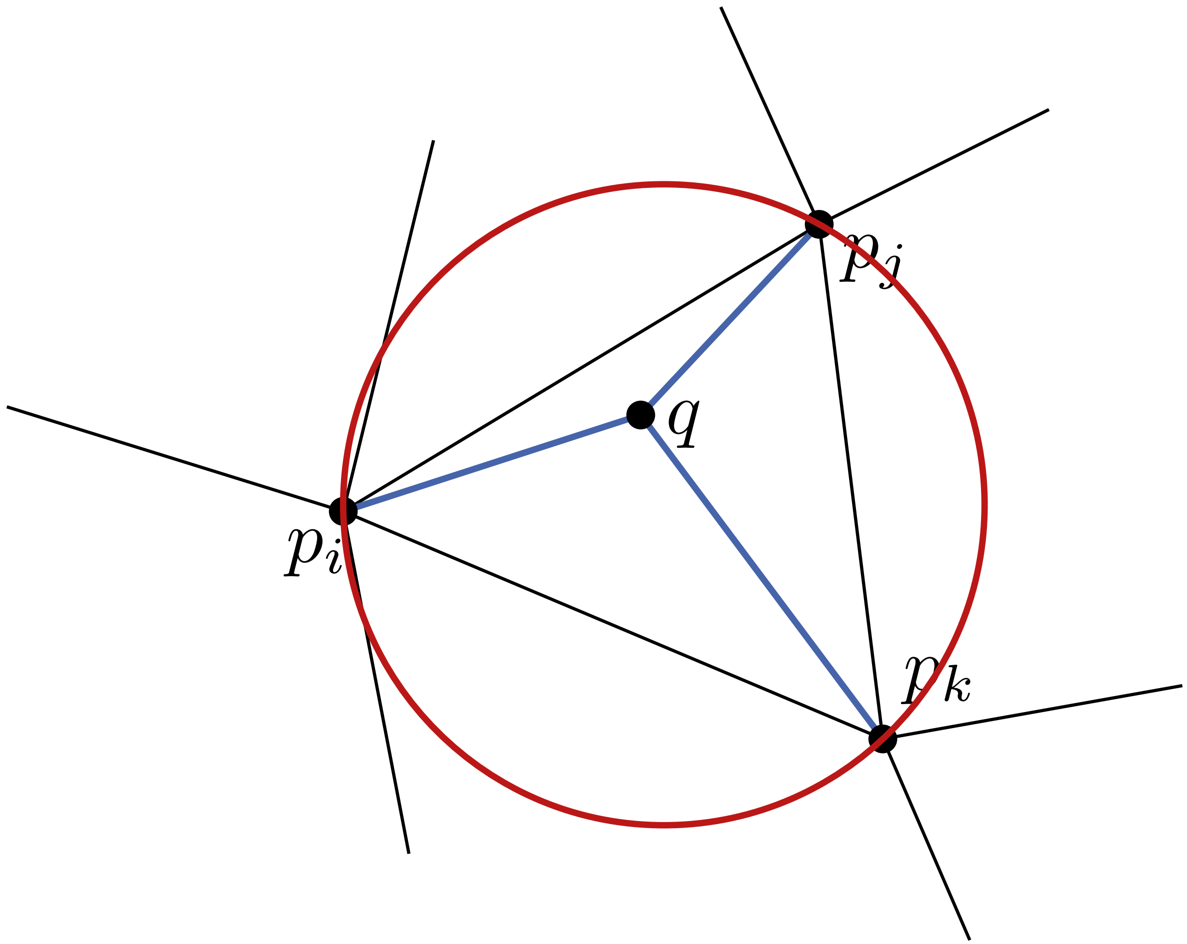
Satz 4: Sei P eine Menge von Punkten.

- Punkte p, q, r sind Knoten der gleichen Facette in $\mathcal{DG}(P) \Leftrightarrow$ Kreis durch p, q, r ist leer
- Kante pq ist in $\mathcal{DG}(P)$ $\Leftrightarrow$ es gibt einen leeren Kreis $C_{p,q}$ durch p und q

Satz 5: Sei P Punktmenge und $\mathcal{T}$ eine Triangulierung von P. $\mathcal{T}$ ist Delaunay-Triangulierung $\Leftrightarrow$ Umkreis jedes Dreiecks ist im Inneren leer.

Aufgabe 2

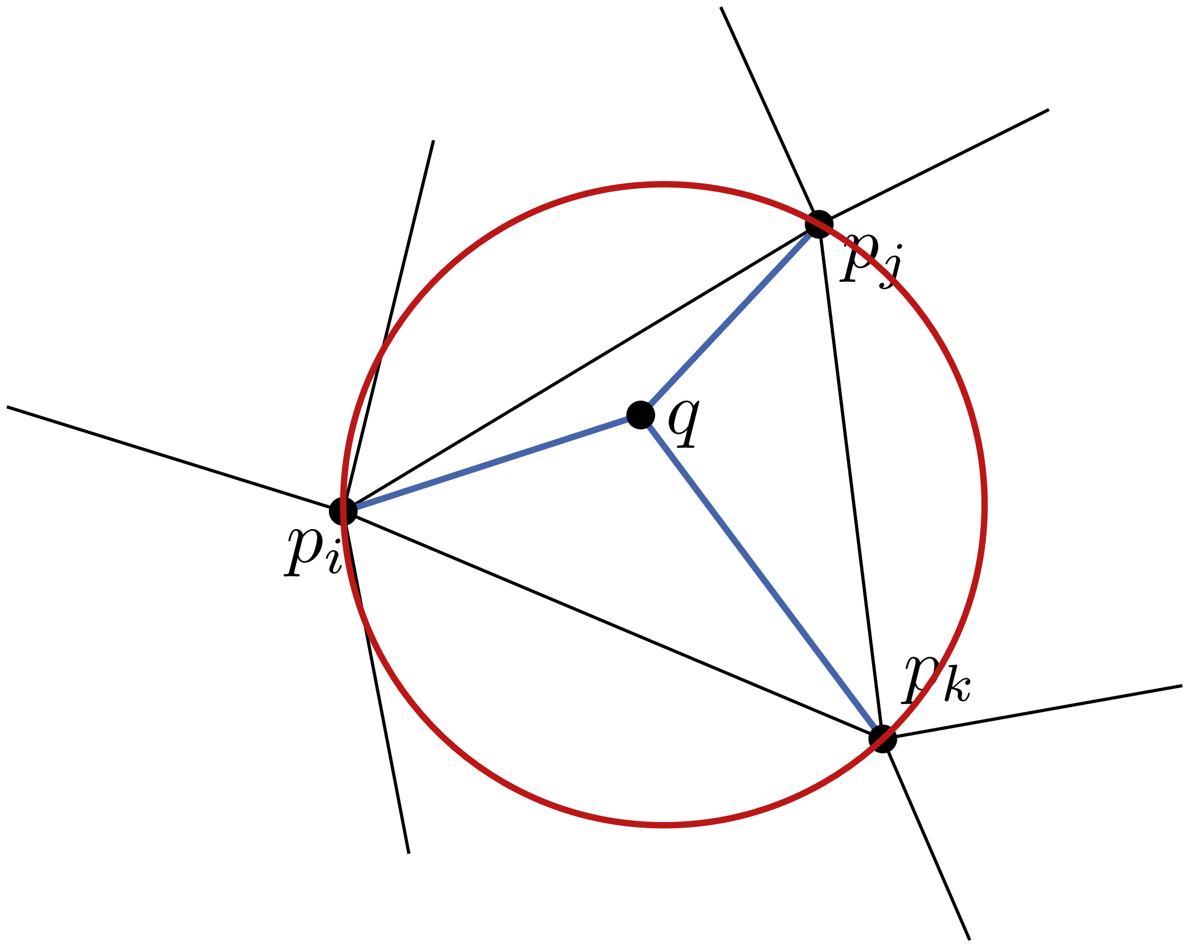
- Punktmenge $P \subset \mathbb{R}^2$, alle Punkte in allgemeiner Lage.
- Außerdem $q \notin P$ aber in der konvexen Hülle von P.



Kante pq ist in $\mathcal{DG}(P) \Leftrightarrow$ es gibt einen leeren Kreis $C_{p,q}$ durch p und q

Aufgabe 2

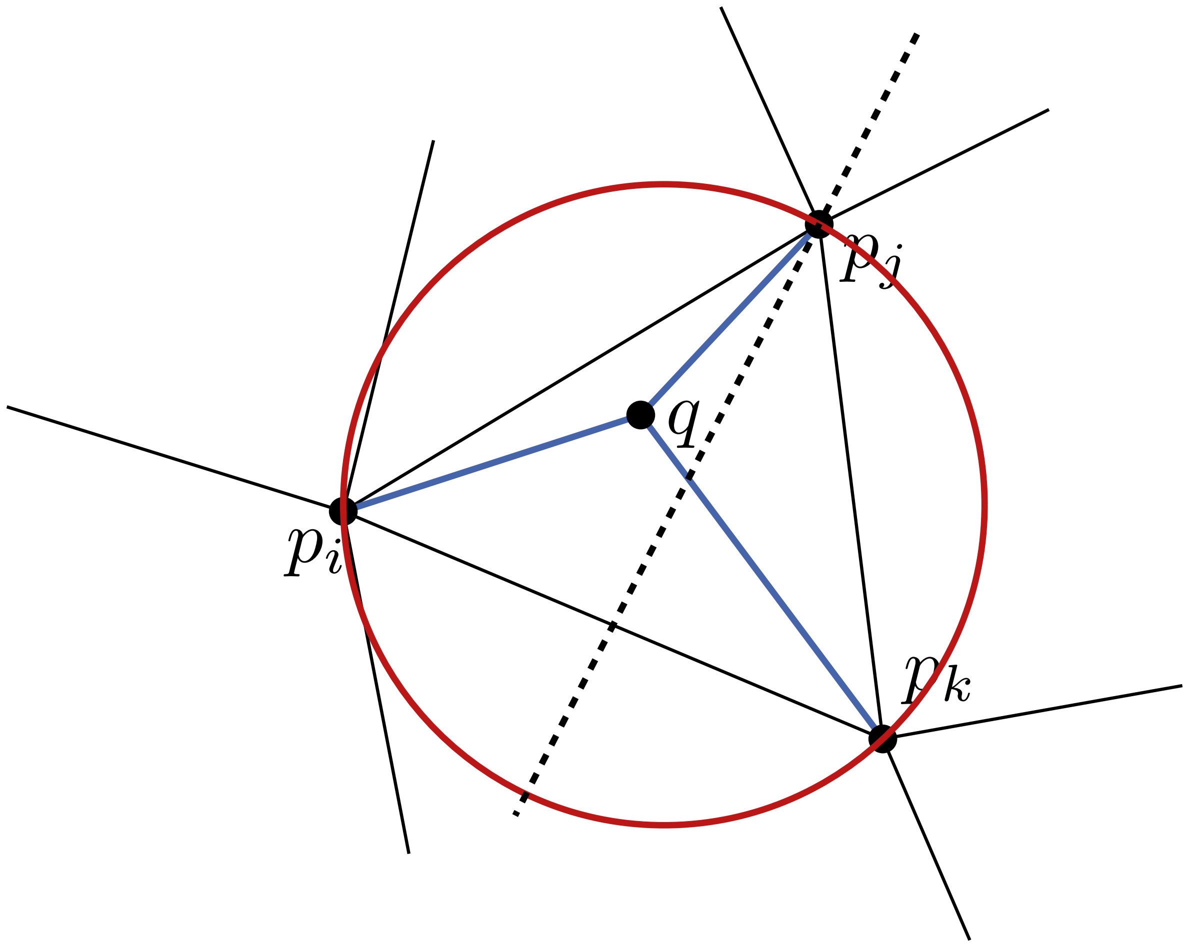
- Punktmenge $P \subset \mathbb{R}^2$, alle Punkte in allgemeiner Lage.
- Außerdem $q \notin P$ aber in der konvexen Hülle von P.



Kante pq ist in $\mathcal{DG}(P) \Leftrightarrow$ es gibt einen leeren Kreis $C_{p,q}$ durch p und q

Aufgabe 2

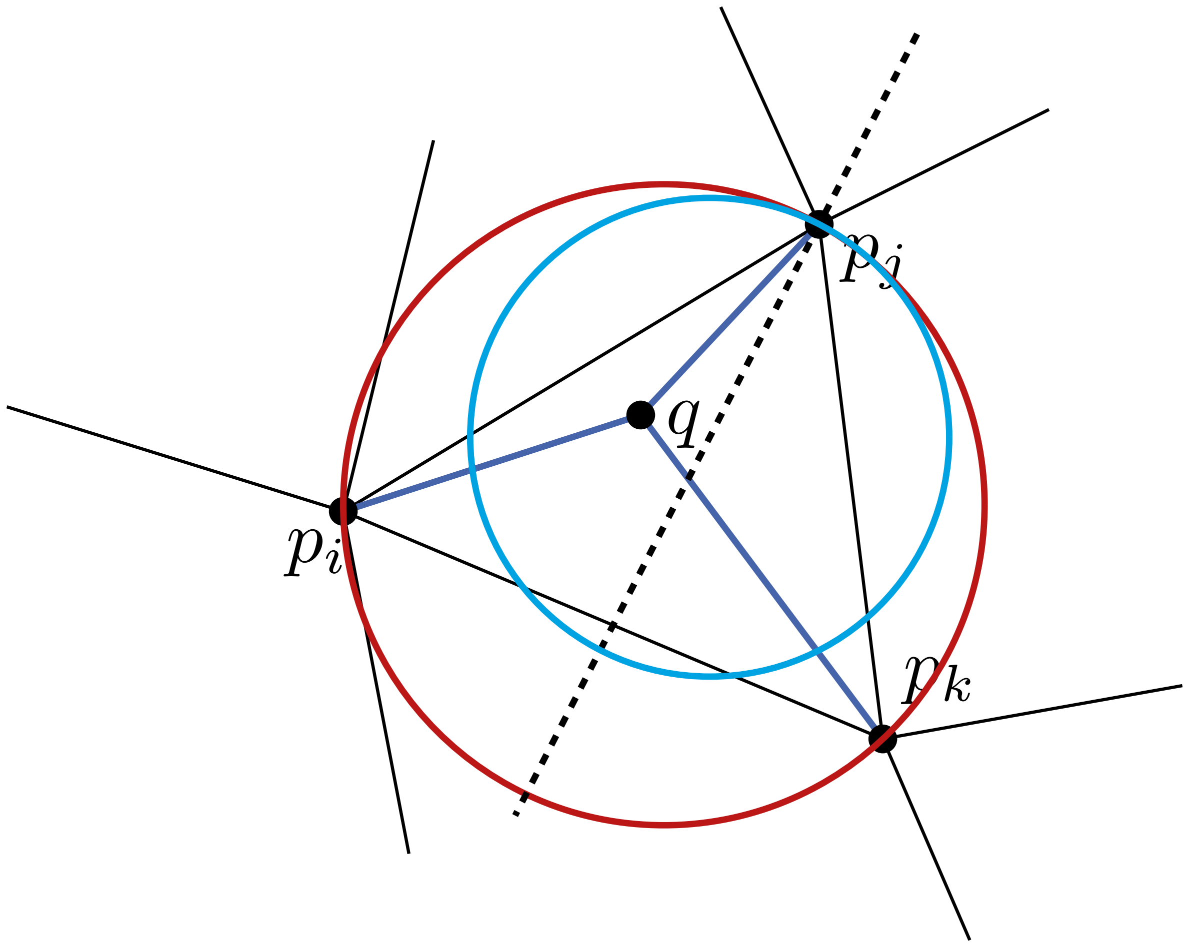
- Punktmenge $P \subset \mathbb{R}^2$, alle Punkte in allgemeiner Lage.
- Außerdem $q \notin P$ aber in der konvexen Hülle von P.



Kante pq ist in $\mathcal{DG}(P) \Leftrightarrow$ es gibt einen leeren Kreis $C_{p,q}$ durch p und q

Aufgabe 2

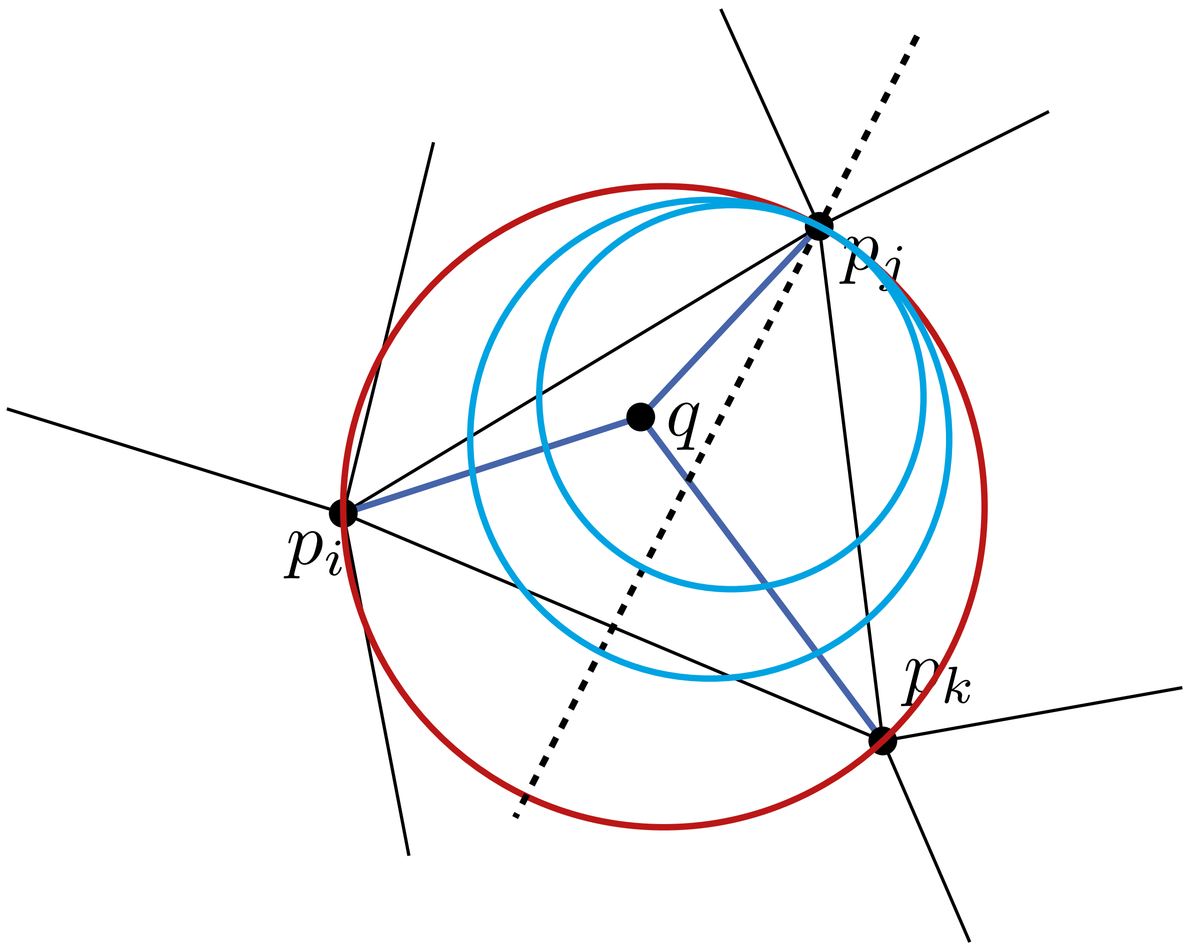
- Punktmenge $P \subset \mathbb{R}^2$, alle Punkte in allgemeiner Lage.
- Außerdem $q \notin P$ aber in der konvexen Hülle von P.



Kante pq ist in $\mathcal{DG}(P)$ $\Leftrightarrow$ es gibt einen leeren Kreis $C_{p,q}$ durch p und q

Aufgabe 2

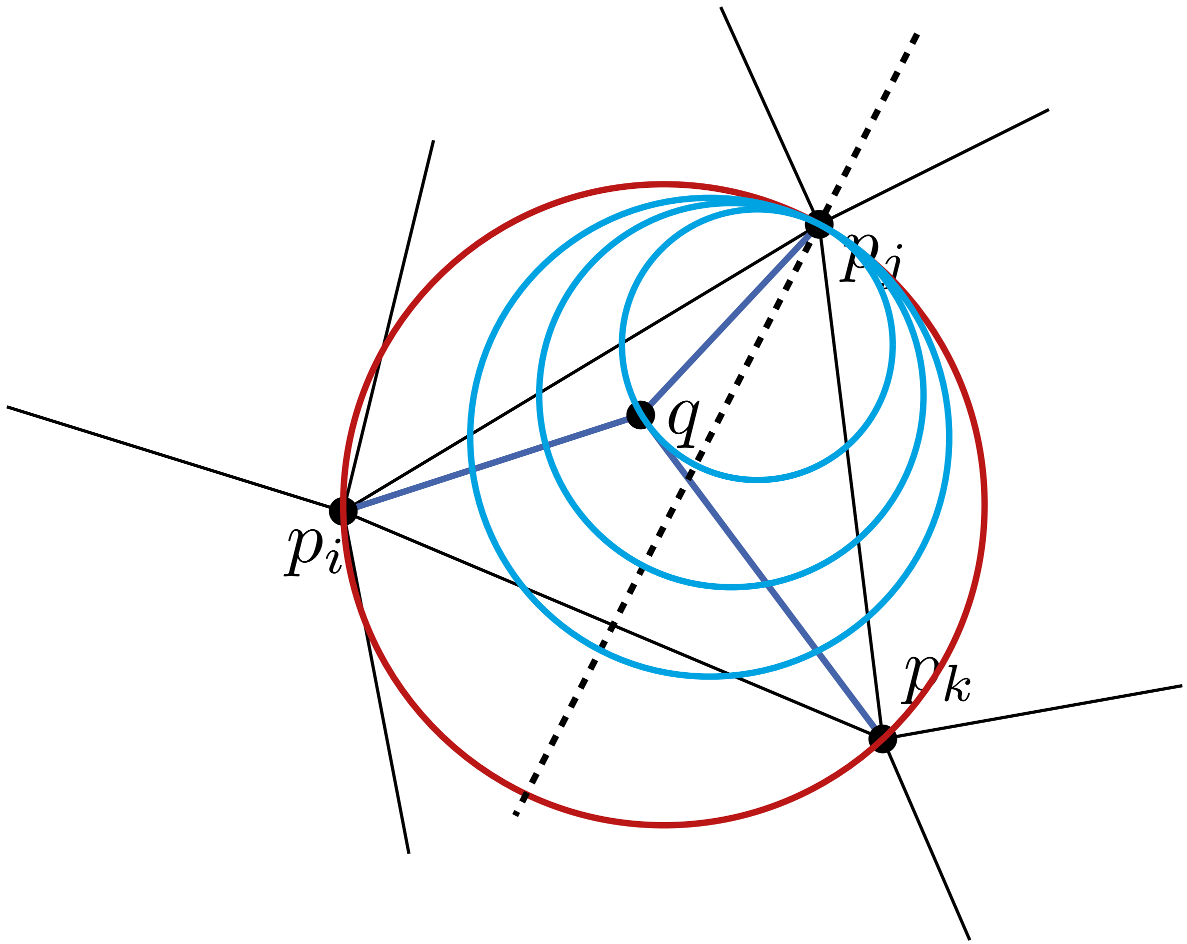
- Punktmenge $P \subset \mathbb{R}^2$, alle Punkte in allgemeiner Lage.
- Außerdem $q \notin P$ aber in der konvexen Hülle von P.



Kante pq ist in $\mathcal{DG}(P) \Leftrightarrow$ es gibt einen leeren Kreis $C_{p,q}$ durch p und q

Aufgabe 2

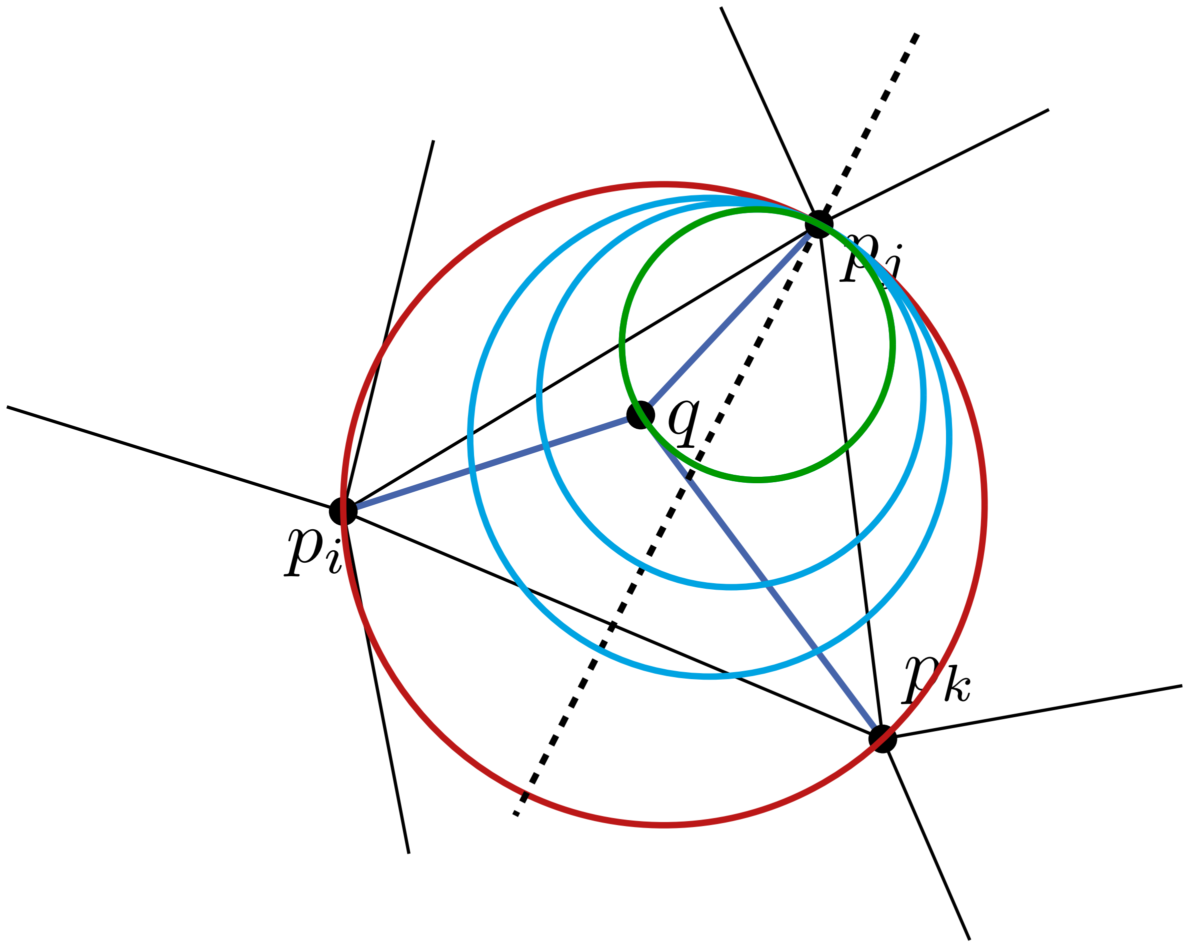
- Punktmenge $P \subset \mathbb{R}^2$, alle Punkte in allgemeiner Lage.
- Außerdem $q \notin P$ aber in der konvexen Hülle von P.



Kante pq ist in $\mathcal{DG}(P) \Leftrightarrow$ es gibt einen leeren Kreis $C_{p,q}$ durch p und q

Aufgabe 2

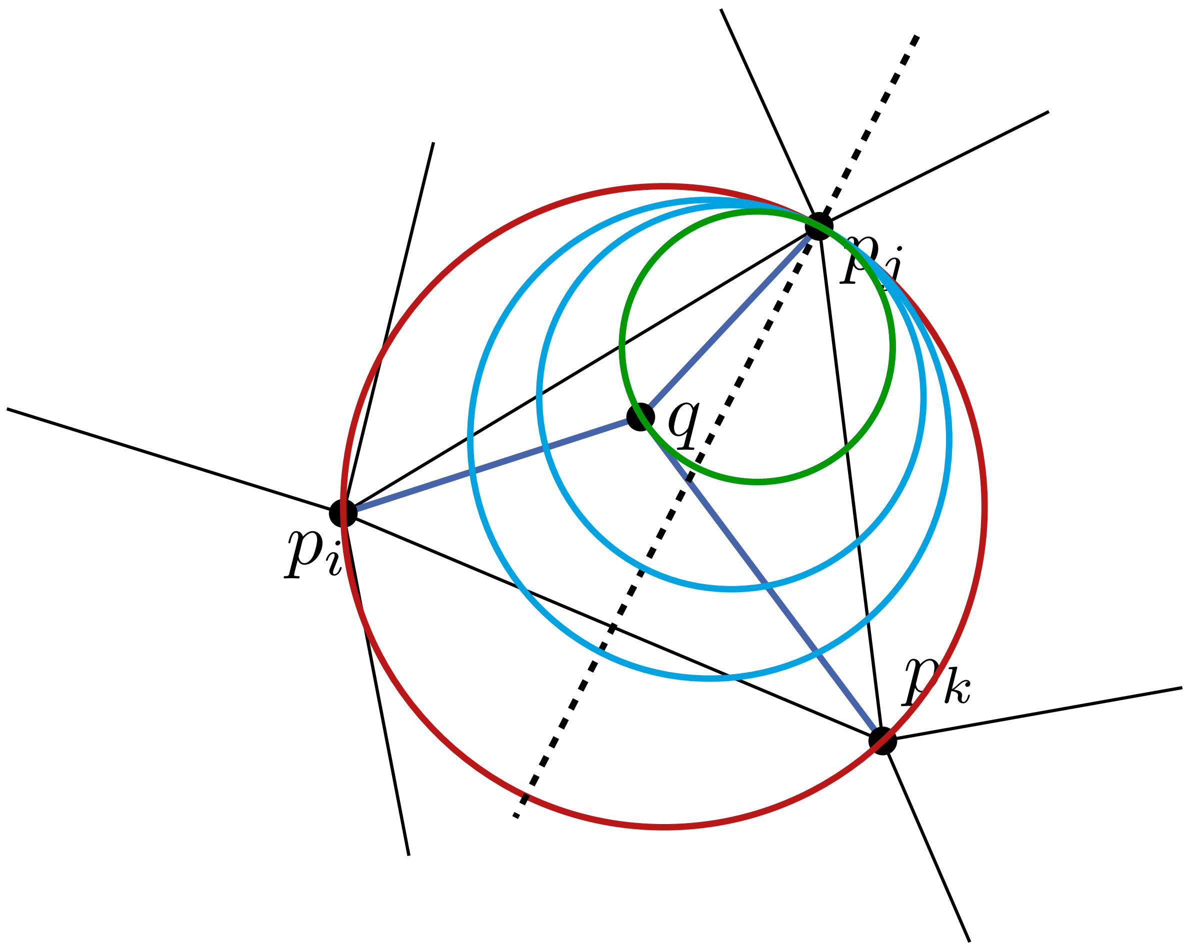
- Punktmenge $P \subset \mathbb{R}^2$, alle Punkte in allgemeiner Lage.
- Außerdem $q \notin P$ aber in der konvexen Hülle von P.



Kante pq ist in $\mathcal{DG}(P) \Leftrightarrow$ es gibt einen leeren Kreis $C_{p,q}$ durch p und q

Aufgabe 2

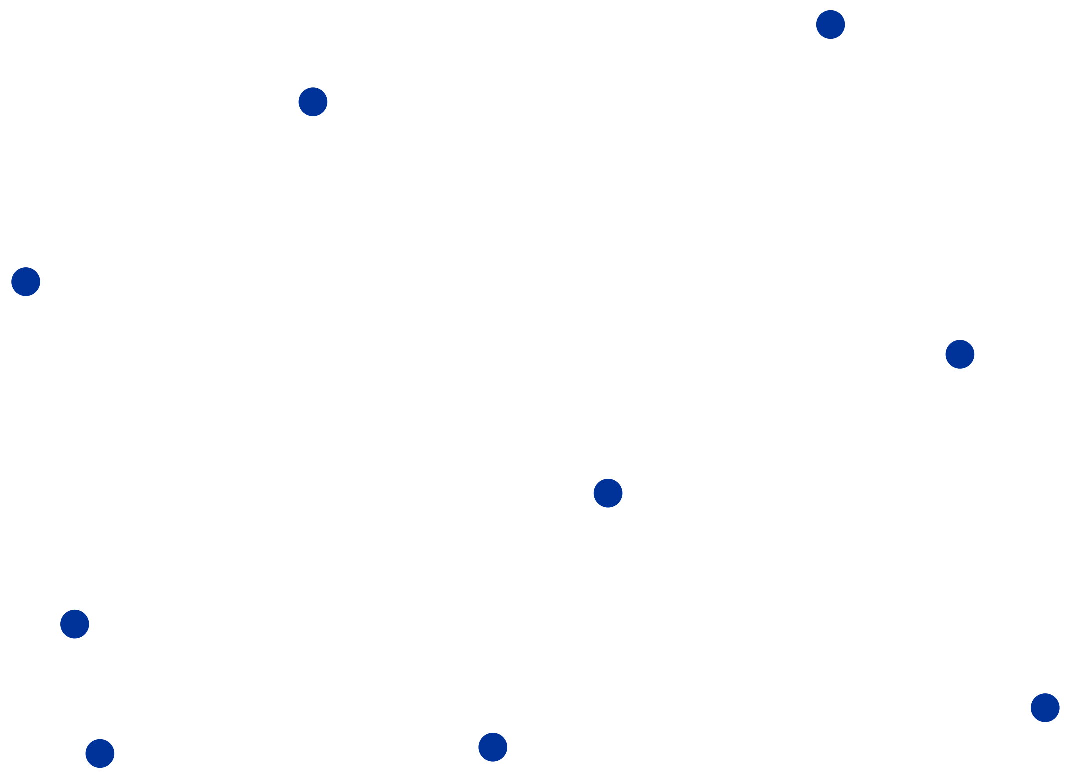
- Punktmenge $P \subset \mathbb{R}^2$, alle Punkte in allgemeiner Lage.
- Außerdem $q \notin P$ aber in der konvexen Hülle von P.



Kante pq ist in $\mathcal{DG}(P) \Leftrightarrow$ es gibt einen leeren Kreis $C_{p,q}$ durch p und q

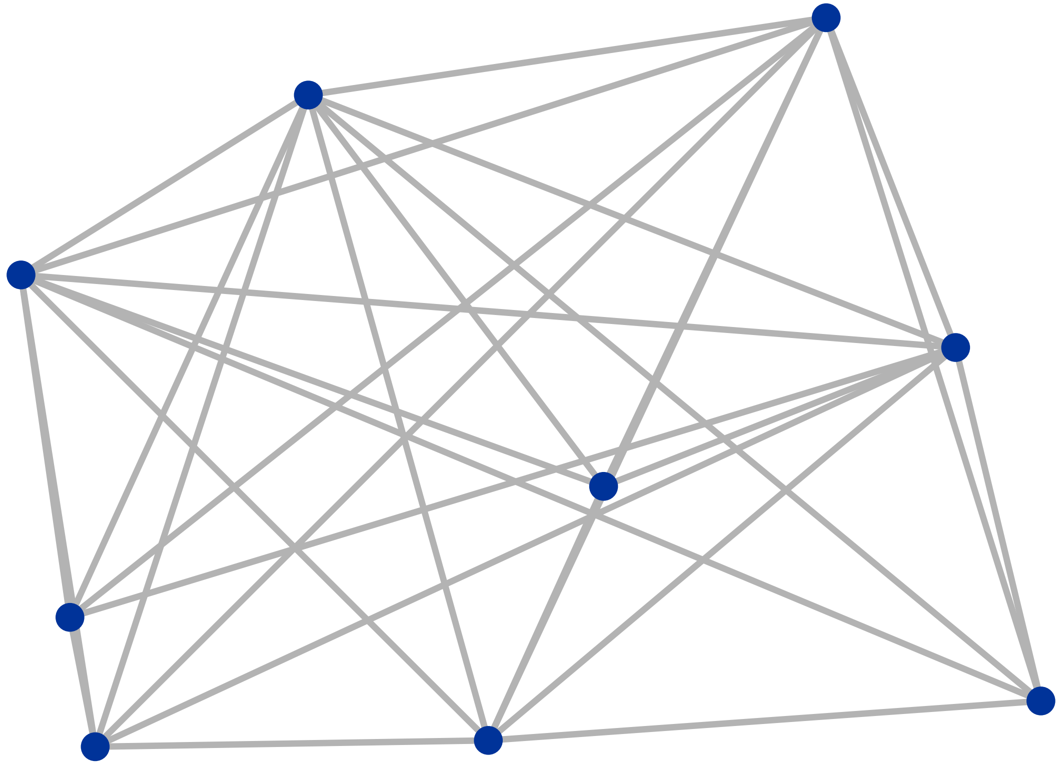
Aufgabe 3

Euklidischer Minimaler Spannbaum



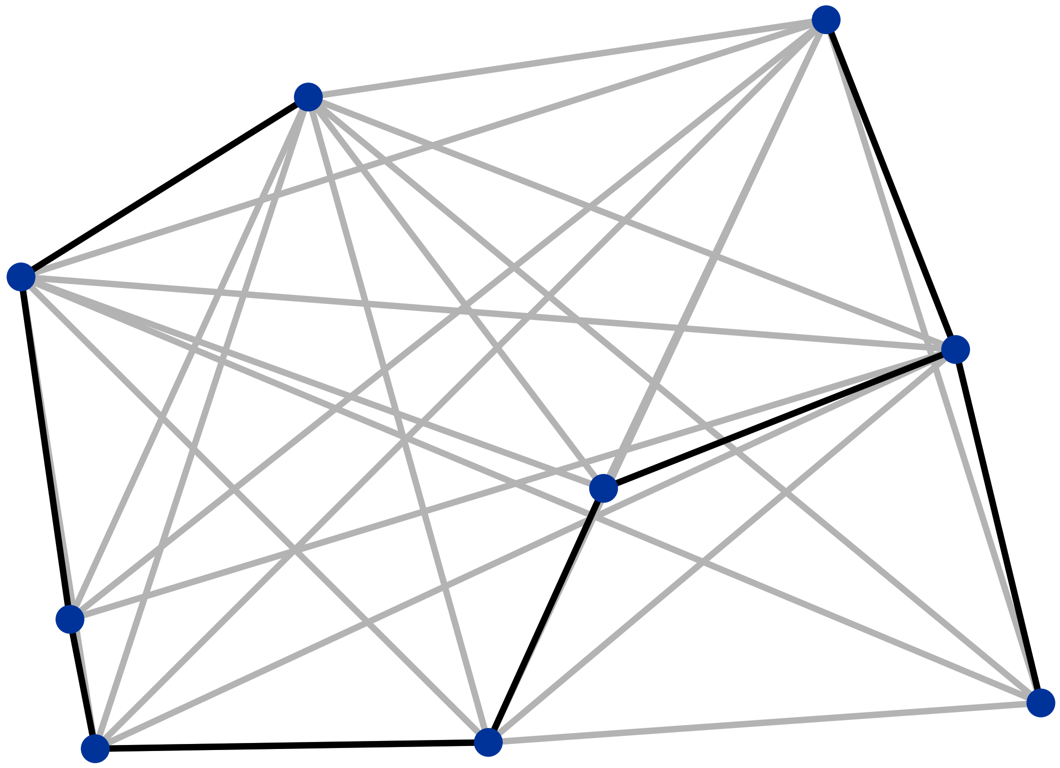
Aufgabe 3

Euklidischer Minimaler Spannbaum



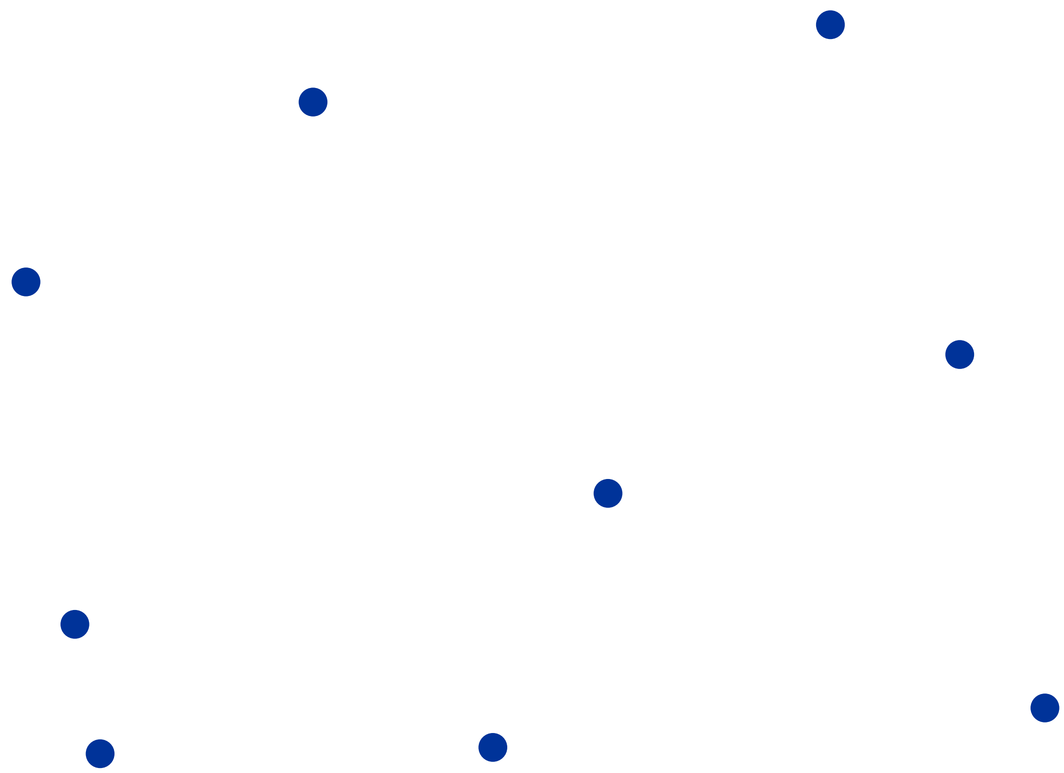
Aufgabe 3

Euklidischer Minimaler Spannbaum



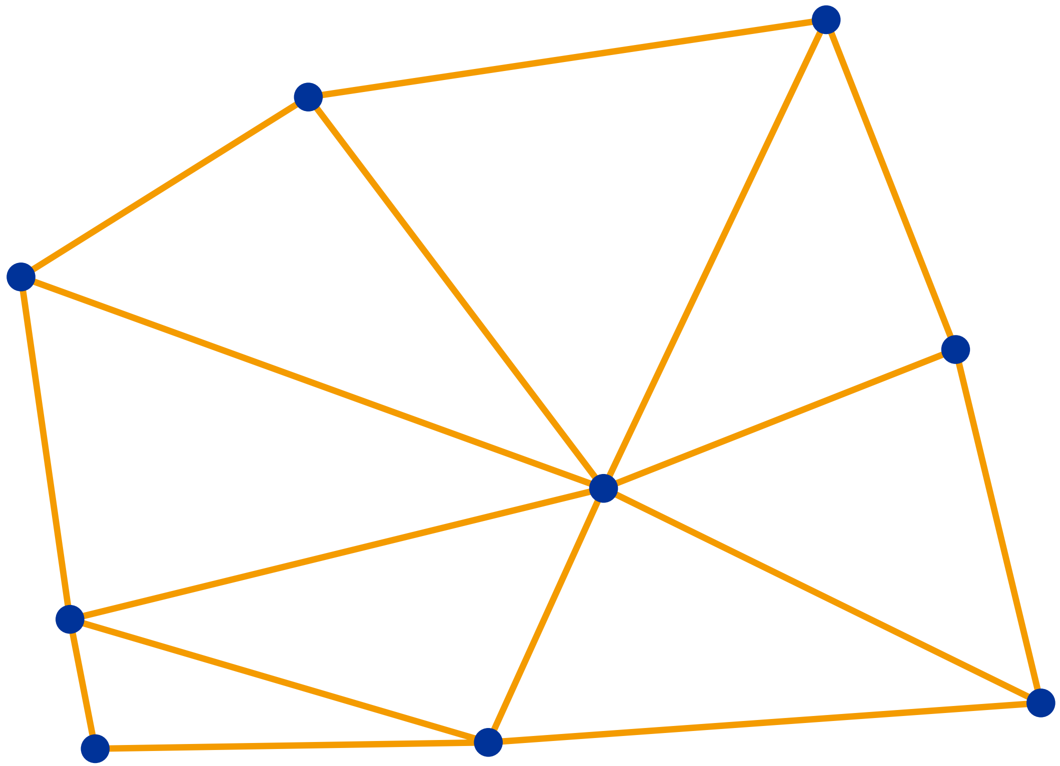
Aufgabe 3

Euklidischer Minimaler Spannbaum



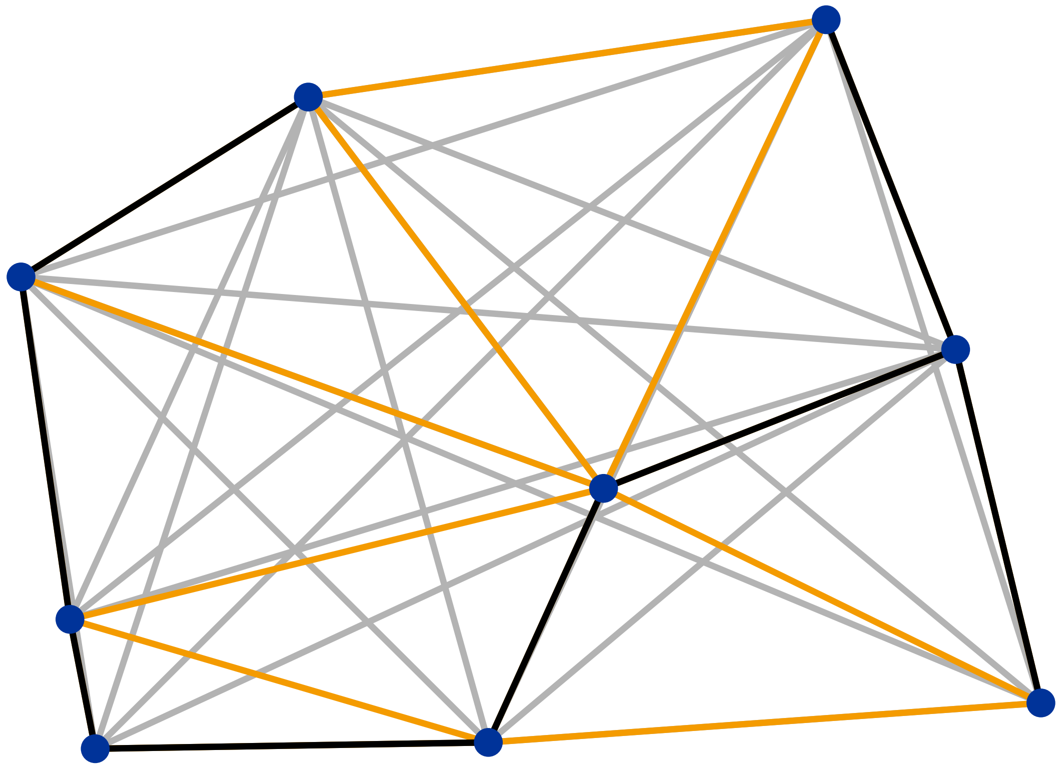
Aufgabe 3

Euklidischer Minimaler Spannbaum



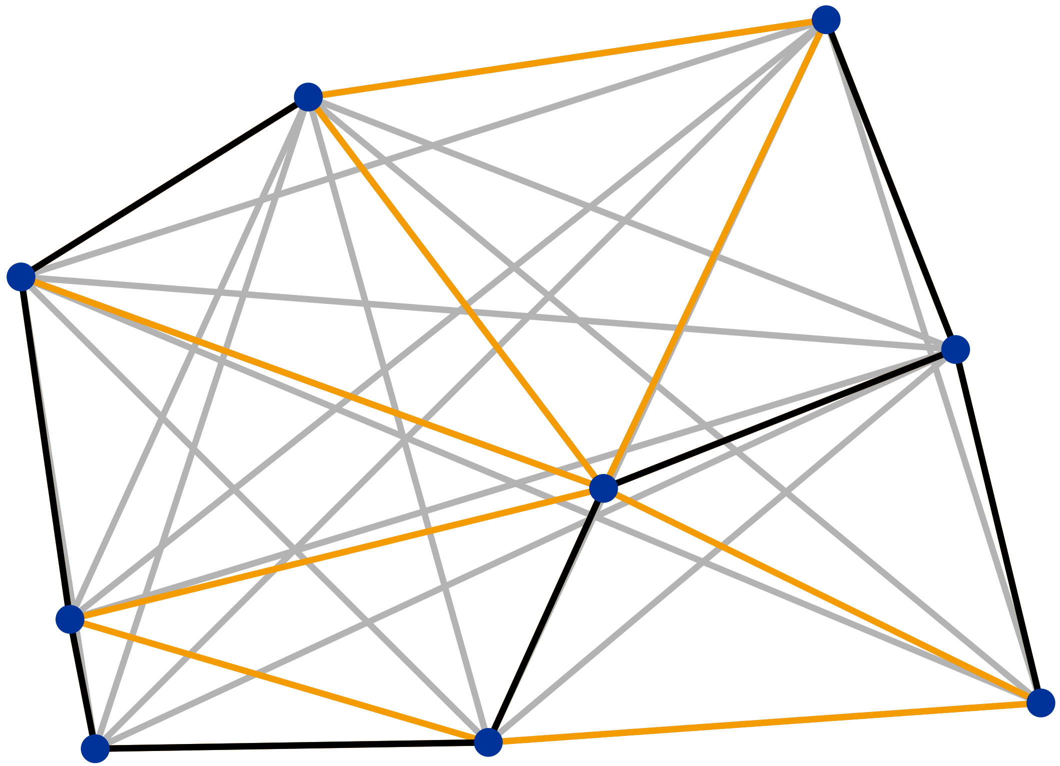
Aufgabe 3

Euklidischer Minimaler Spannbaum



Aufgabe 3

Euklidischer Minimaler Spannbaum

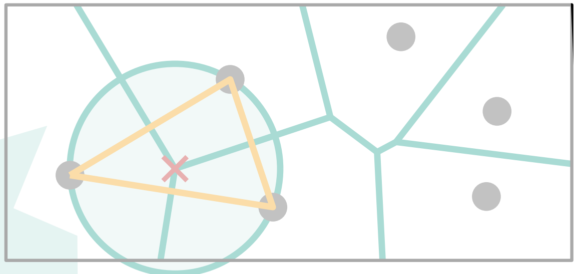


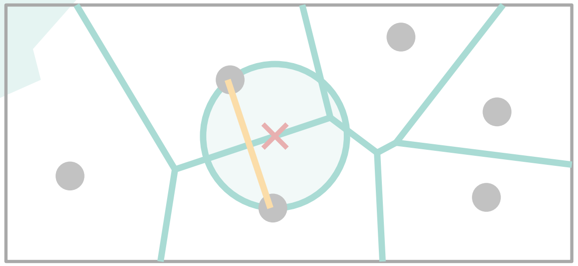
Zeige, dass Kanten aus EMST Teilmenge der Kanten aus Delaunay-Graph

Charakterisierung

Satz über Voronoi-Diagramme:

- Ein Punkt q ist ein Voronoi-Knoten $\Leftrightarrow |C_P(q) \cap P| \geq 3$,
- der Bisektor $b(p_i, p_j)$ definiert eine Voronoi-Kante $\Leftrightarrow \exists q \in b(p_i, p_j)$ mit $C_P(q) \cap P = \{p_i, p_j\}$.



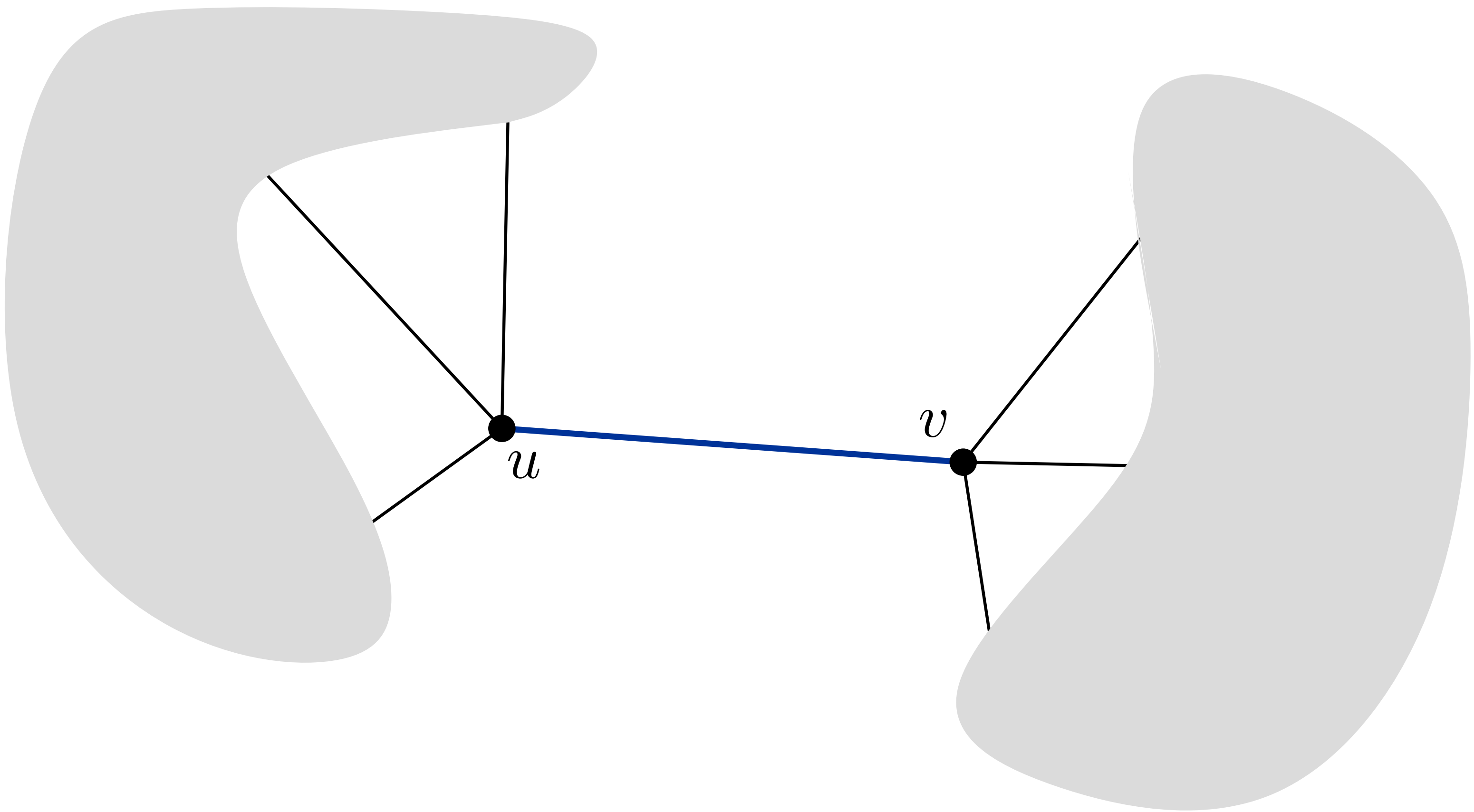


Satz 4: Sei P eine Menge von Punkten.

- Punkte p, q, r sind Knoten der gleichen Facette in $\mathcal{DG}(P) \Leftrightarrow$ Kreis durch p, q, r ist leer
- Kante pq ist in $\mathcal{DG}(P)$ $\Leftrightarrow$ es gibt einen leeren Kreis $C_{p,q}$ durch p und q

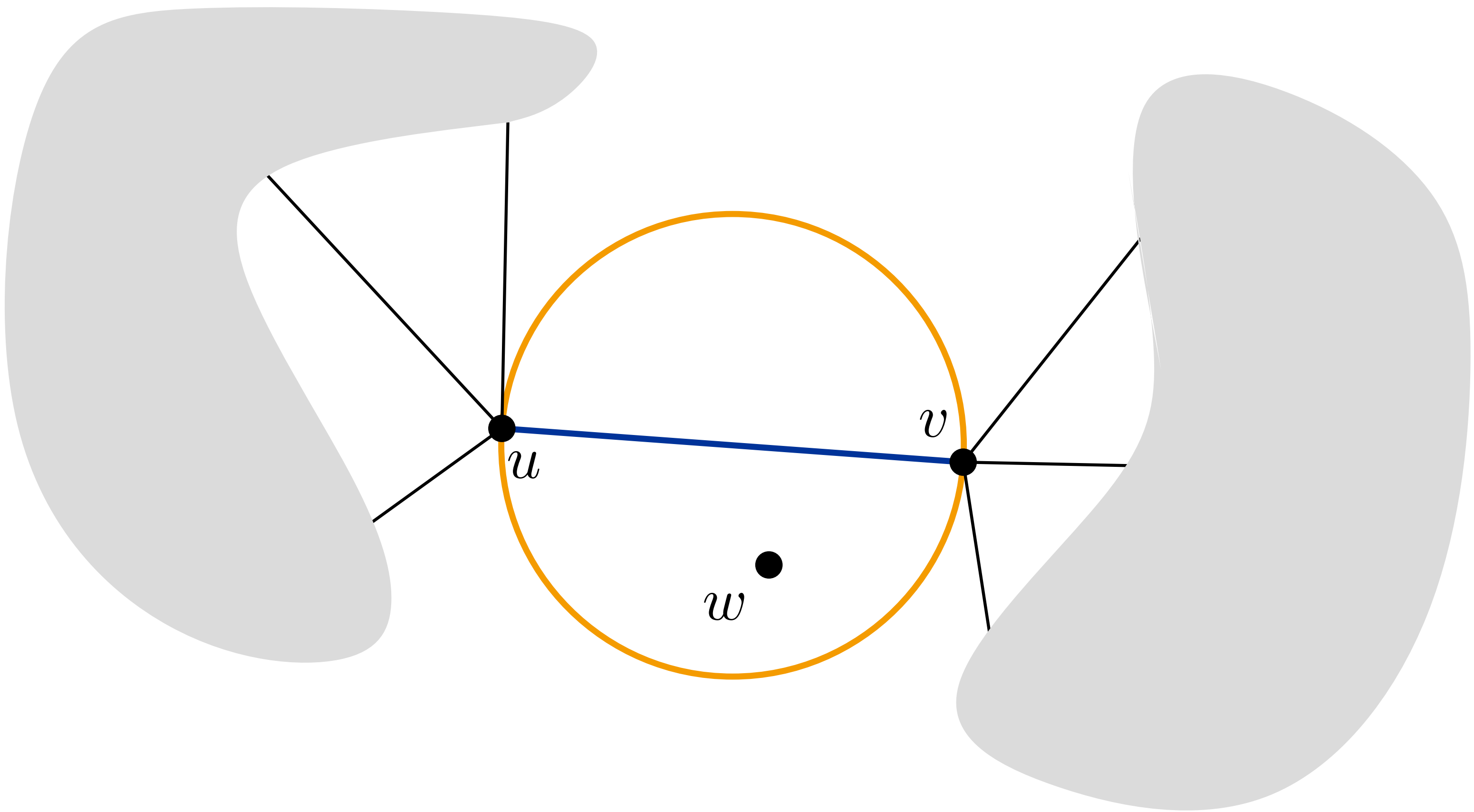
Satz 5: Sei P Punktmenge und $\mathcal{T}$ eine Triangulierung von P. $\mathcal{T}$ ist Delaunay-Triangulierung $\Leftrightarrow$ Umkreis jedes Dreiecks ist im Inneren leer.

Aufgabe 3



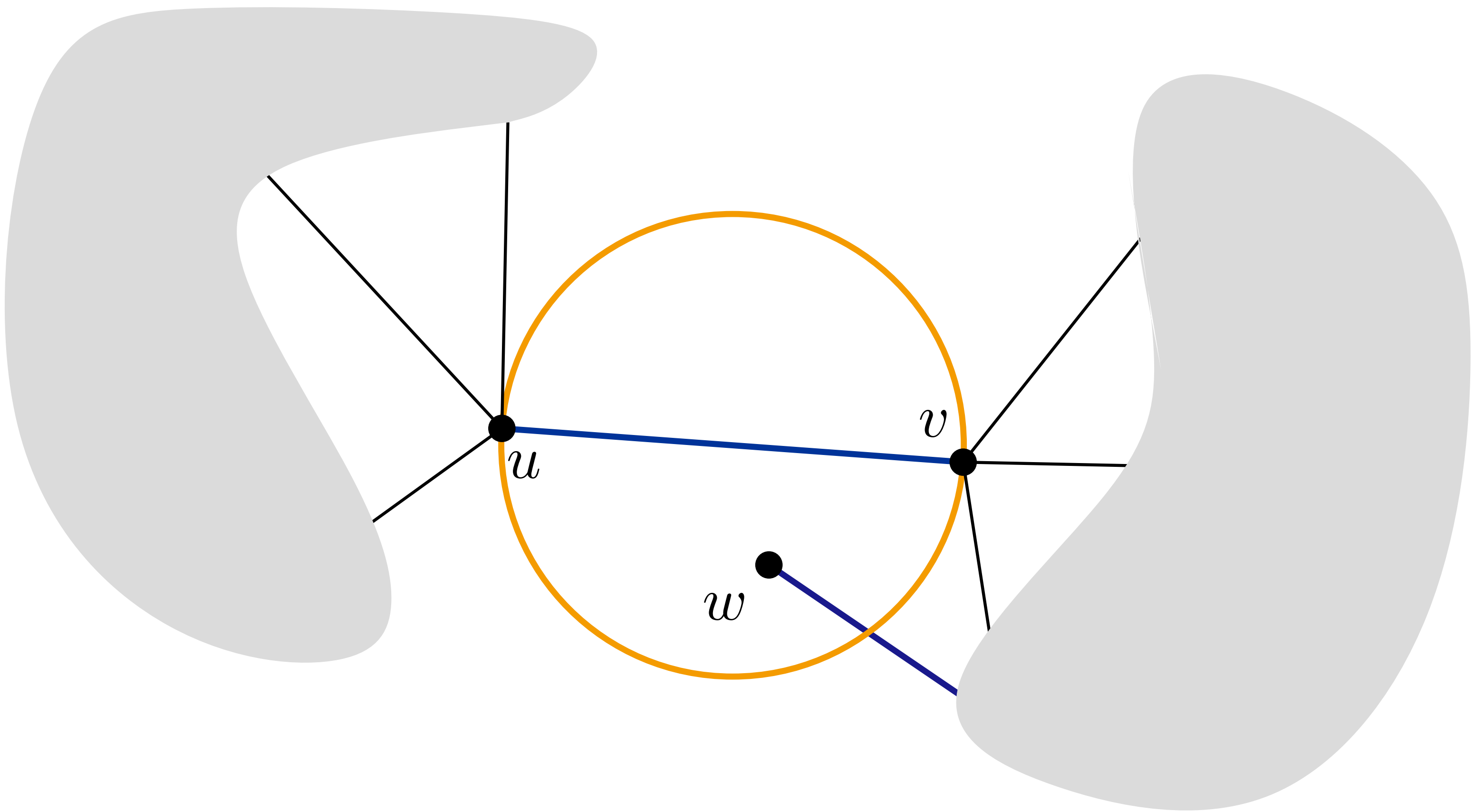
Kante pq ist in $\mathcal{DG}(P) \Leftrightarrow$ es gibt einen leeren Kreis $C_{p,q}$ durch p und q

Aufgabe 3



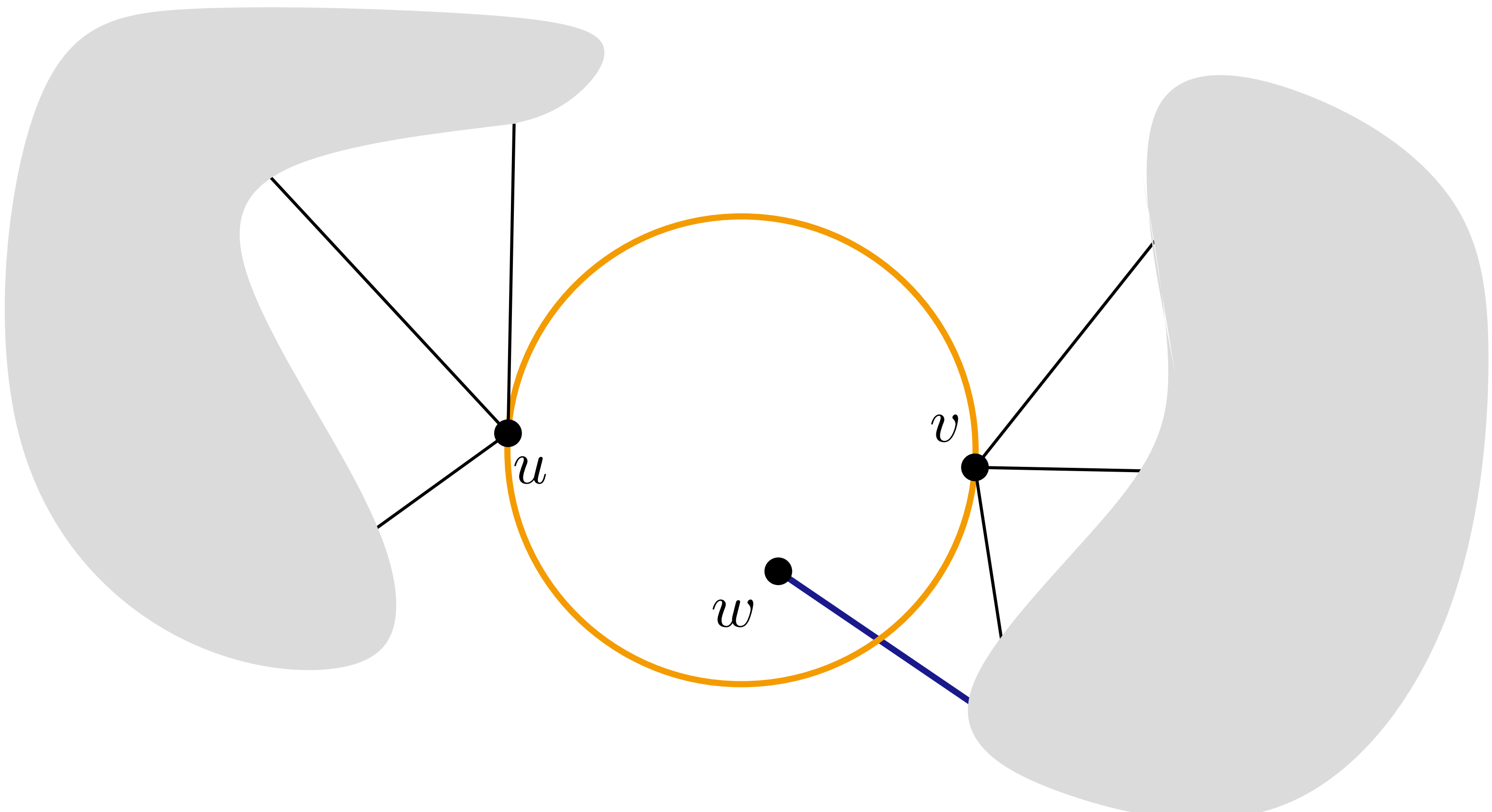
Kante pq ist in $\mathcal{DG}(P) \Leftrightarrow$ es gibt einen leeren Kreis $C_{p,q}$ durch p und q

Aufgabe 3



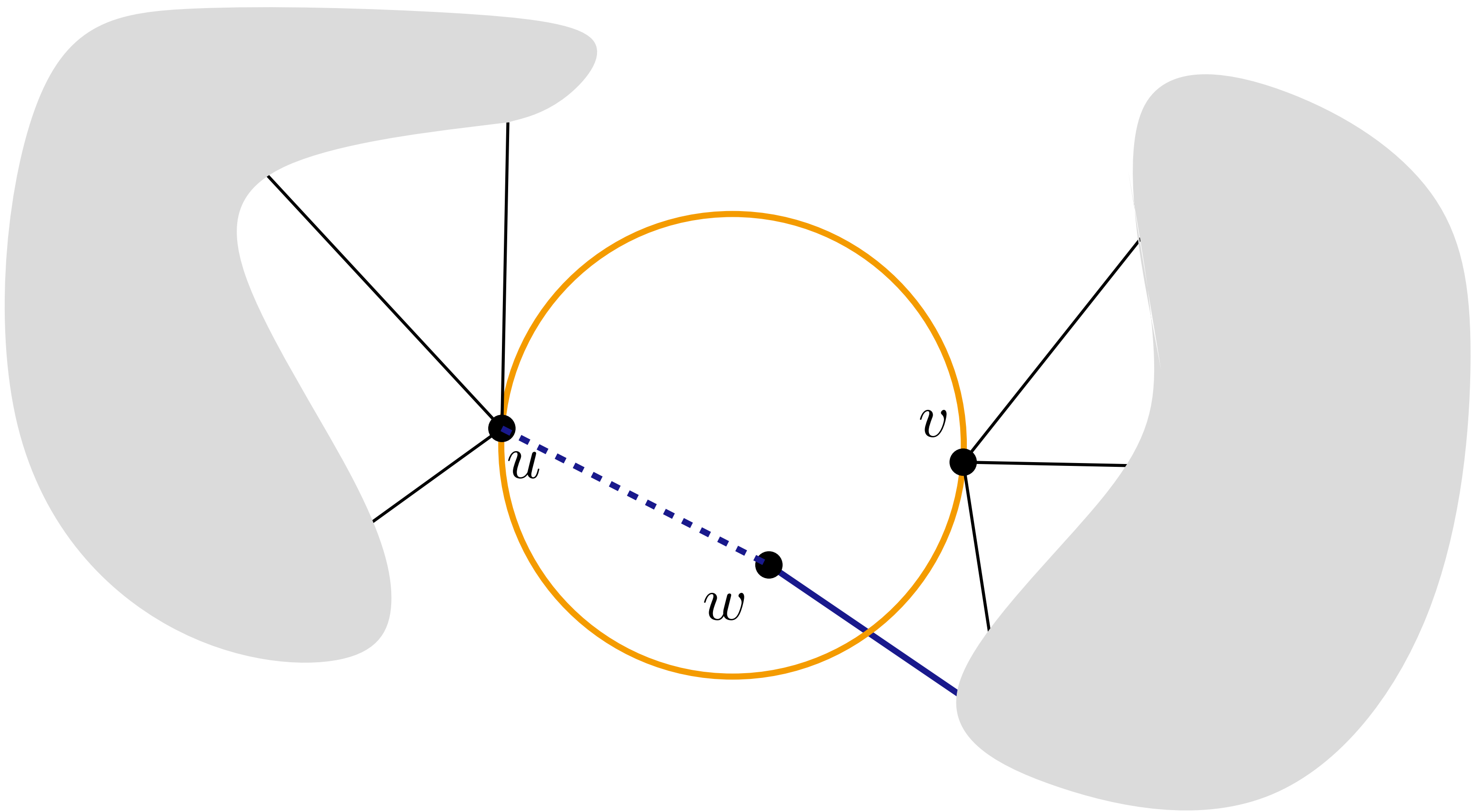
Kante pq ist in $\mathcal{DG}(P) \Leftrightarrow$ es gibt einen leeren Kreis $C_{p,q}$ durch p und q

Aufgabe 3



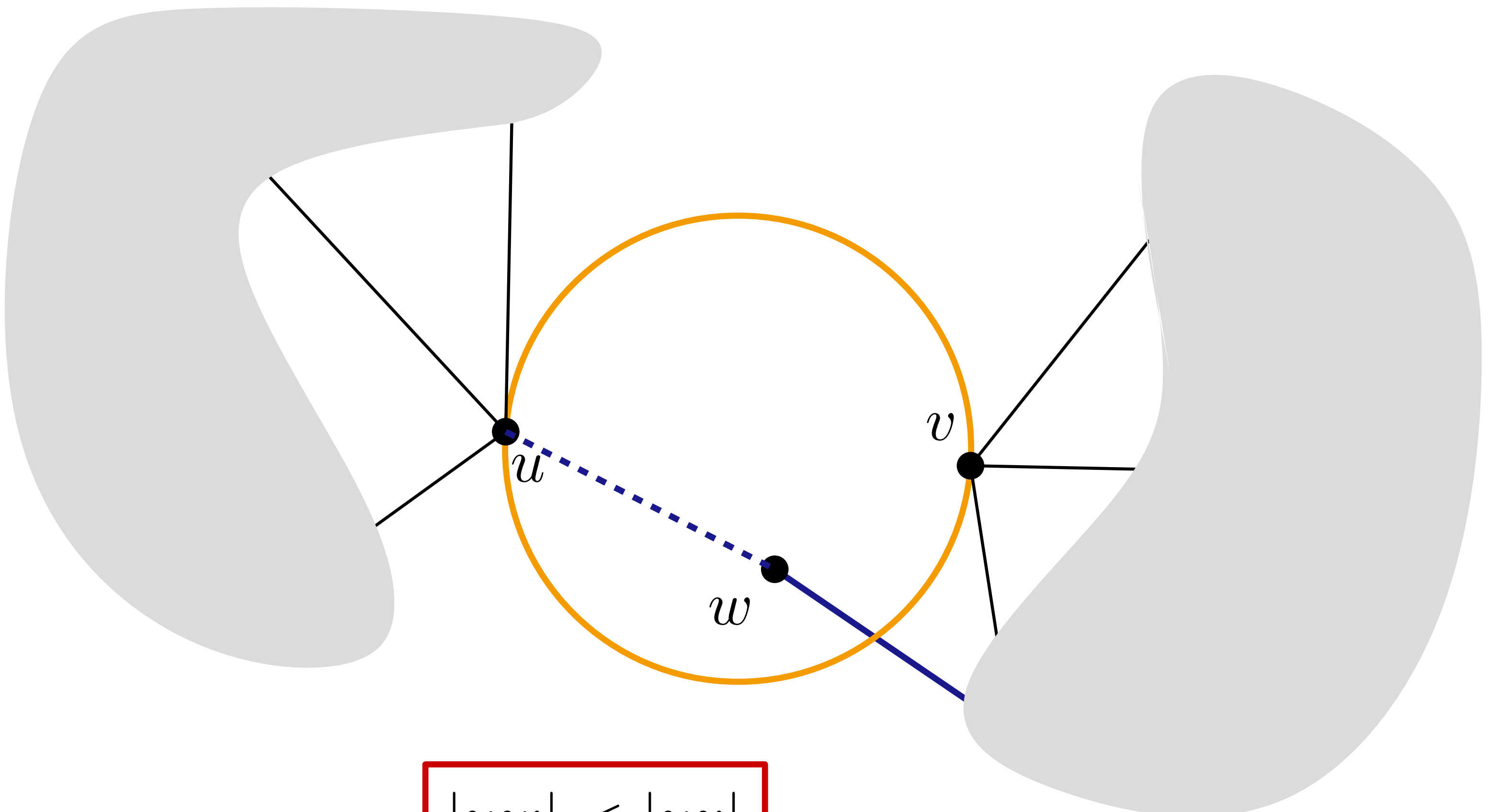
Kante pq ist in $\mathcal{DG}(P) \Leftrightarrow$ es gibt einen leeren Kreis $C_{p,q}$ durch p und q

Aufgabe 3



Kante pq ist in $\mathcal{DG}(P) \Leftrightarrow$ es gibt einen leeren Kreis $C_{p,q}$ durch p und q

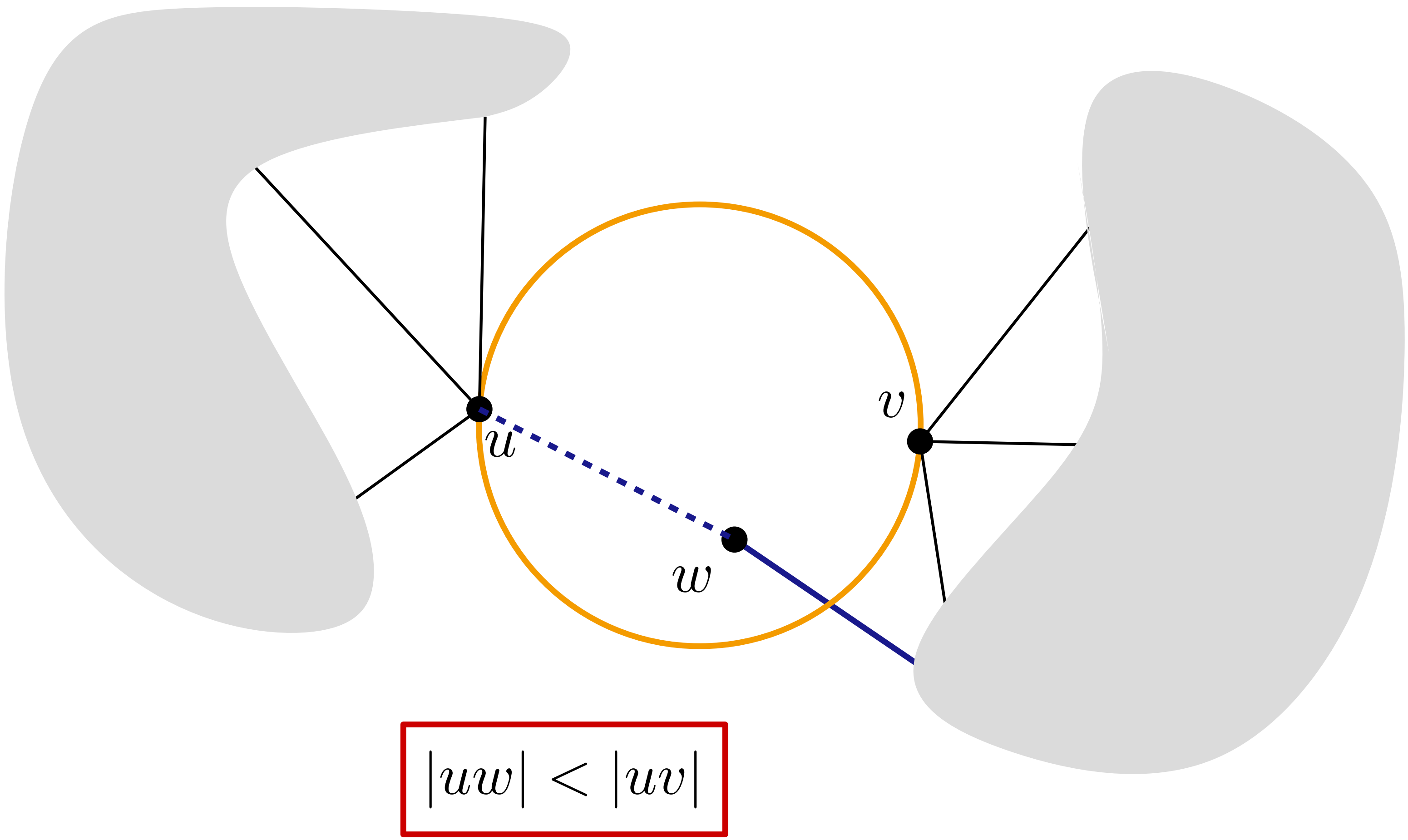
Aufgabe 3



$\boxed{|uw| < |uv|}$

Kante pq ist in $\mathcal{DG}(P) \Leftrightarrow$ es gibt einen leeren Kreis $C_{p,q}$ durch p und q

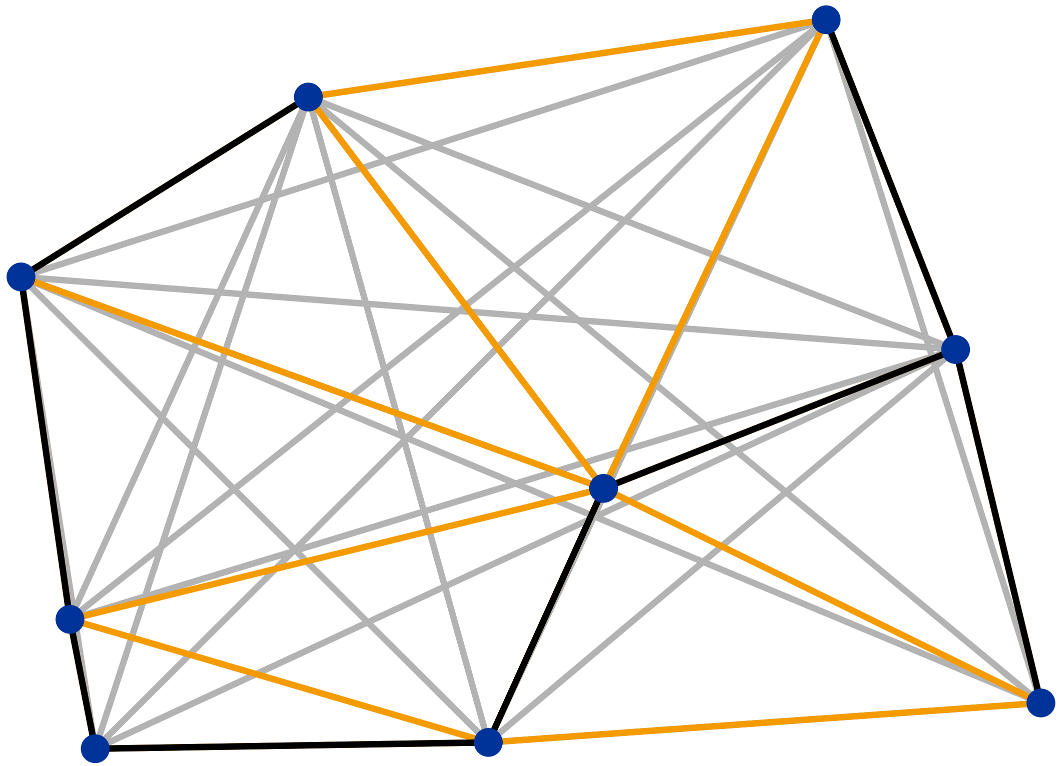
Aufgabe 3



Kante pq ist in $\mathcal{DG}(P) \Leftrightarrow$ es gibt einen leeren Kreis $C_{p,q}$ durch p und q

Aufgabe 3

Euklidischer Minimaler Spannbaum



Berechnung von EMST in $\mathcal{O}(n \log n)$?

Aufgabe 4

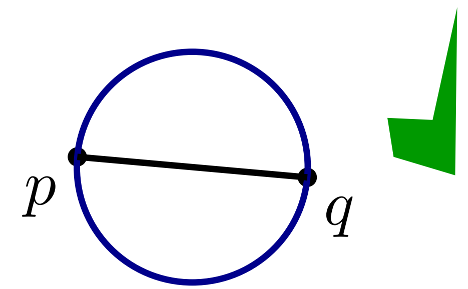
- Gabriel Graph: p, q mit Kante verbunden, wenn Kreis $C_{p,q}$ leer ist.

Aufgabe 4

- Gabriel Graph: p, q mit Kante verbunden, wenn Kreis $C_{p,q}$ leer ist.

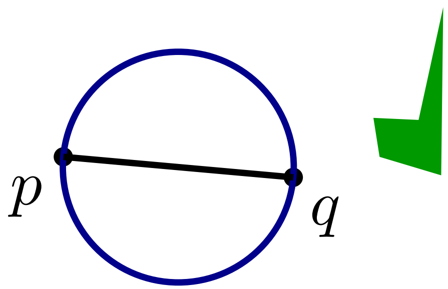
Aufgabe 4

- Gabriel Graph: p, q mit Kante verbunden, wenn Kreis $C_{p,q}$ leer ist.



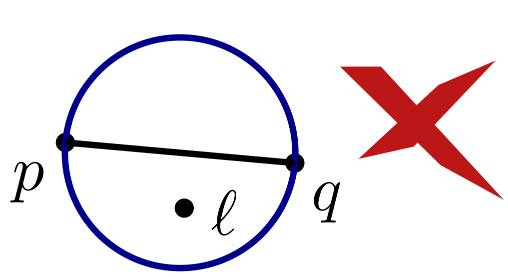
Aufgabe 4

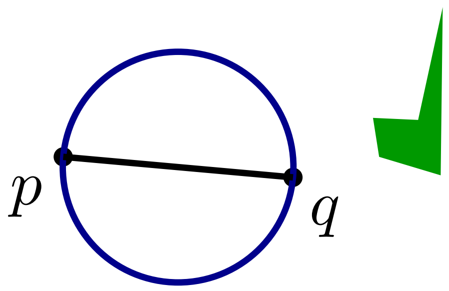
- Gabriel Graph: p, q mit Kante verbunden, wenn Kreis $C_{p,q}$ leer ist.



Aufgabe 4

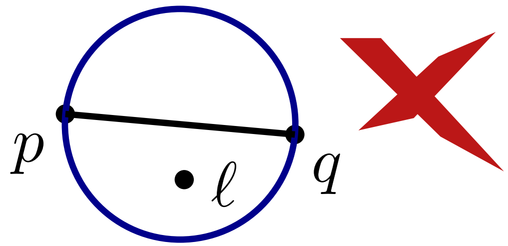
- Gabriel Graph: p, q mit Kante verbunden, wenn Kreis $C_{p,q}$ leer ist.

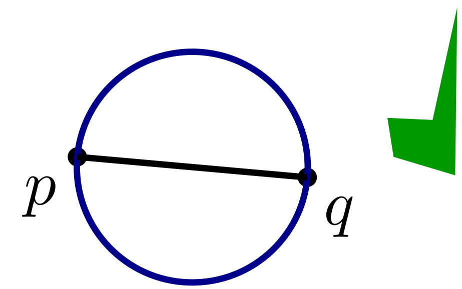




Aufgabe 4

- Gabriel Graph: p, q mit Kante verbunden, wenn Kreis $C_{p,q}$ leer ist.



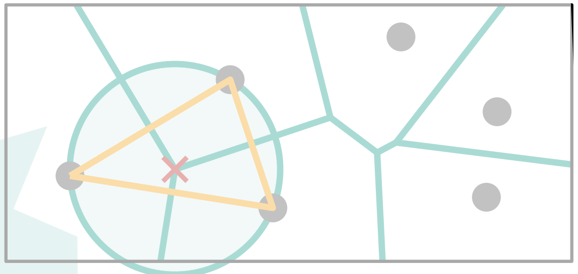


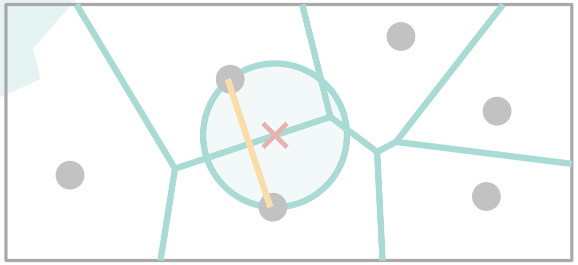
a) Zeige, dass Delaunay Triangulierung von P den Gabriel Graph von P enthält.

Charakterisierung

Satz über Voronoi-Diagramme:

- Ein Punkt q ist ein Voronoi-Knoten $\Leftrightarrow |C_P(q) \cap P| \geq 3$,
- der Bisektor $b(p_i, p_j)$ definiert eine Voronoi-Kante $\Leftrightarrow \exists q \in b(p_i, p_j)$ mit $C_P(q) \cap P = \{p_i, p_j\}$.





Satz 4: Sei P eine Menge von Punkten.

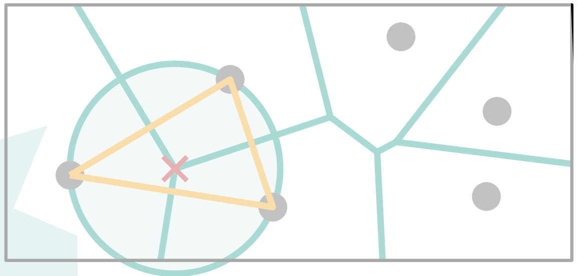
- Punkte p, q, r sind Knoten der gleichen Facette in $\mathcal{DG}(P) \Leftrightarrow$ Kreis durch p, q, r ist leer
- Kante pq ist in $\mathcal{DG}(P)$ $\Leftrightarrow$ es gibt einen leeren Kreis $C_{p,q}$ durch p und q

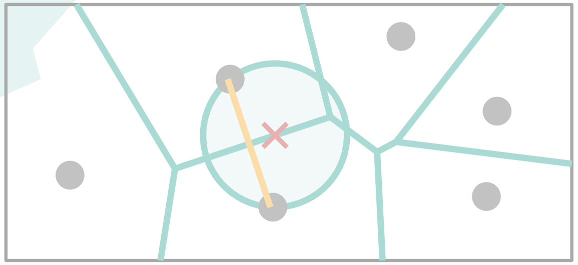
Satz 5: Sei P Punktmenge und $\mathcal{T}$ eine Triangulierung von P.
$\mathcal{T}$ ist Delaunay-Triangulierung
$\Leftrightarrow$ Umkreis jedes Dreiecks ist im Inneren leer.

Charakterisierung

Satz über Voronoi-Diagramme:

- Ein Punkt q ist ein Voronoi-Knoten $\Leftrightarrow |C_P(q) \cap P| \geq 3$,
- der Bisektor $b(p_i, p_j)$ definiert eine Voronoi-Kante $\Leftrightarrow \exists q \in b(p_i, p_j)$ mit $C_P(q) \cap P = \{p_i, p_j\}$.





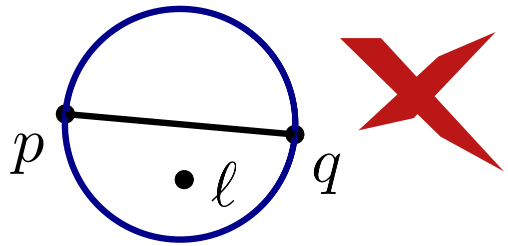
Satz 4: Sei P eine Menge von Punkten.

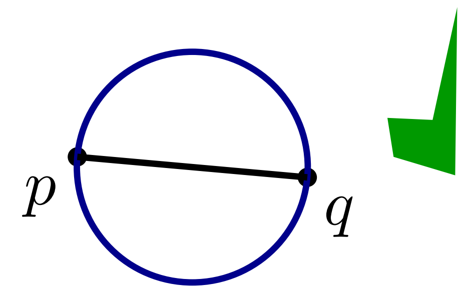
- Punkte p, q, r sind Knoten der gleichen Facette in $\mathcal{DG}(P) \Leftrightarrow$ Kreis durch p, q, r ist leer
- Kante pq ist in $\mathcal{DG}(P)$ $\Leftrightarrow$ es gibt einen leeren Kreis $C_{p,q}$ durch p und q

Satz 5: Sei P Punktmenge und $\mathcal{T}$ eine Triangulierung von P. $\mathcal{T}$ ist Delaunay-Triangulierung $\Leftrightarrow$ Umkreis jedes Dreiecks ist im Inneren leer.

Aufgabe 4

- Gabriel Graph: p, q mit Kante verbunden, wenn Kreis $C_{p,q}$ leer ist.



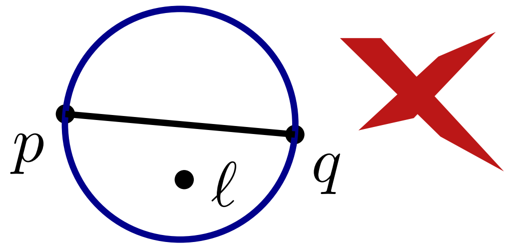


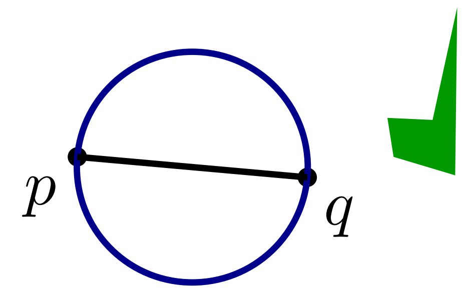
a) Zeige, dass Delaunay Triangulierung von P den Gabriel Graph von P enthält.

Kante pq ist in $\mathcal{DG}(P)$ $\Leftrightarrow$ es gibt einen leeren Kreis $C_{p,q}$ durch p und q

Aufgabe 4

- Gabriel Graph: p, q mit Kante verbunden, wenn Kreis $C_{p,q}$ leer ist.





a) Zeige, dass Delaunay Triangulierung von P den Gabriel Graph von P enthält.

b) Zeige, dass p und q genau dann im Gabriel-Graph von P adjazent sind, wenn die Delaunay Kante zwischen p und q die zu ihr duale Voronoi-Kante schneidet.

Kante pq ist in $\mathcal{DG}(P) \Leftrightarrow$ es gibt einen leeren Kreis $C_{p,q}$ durch p und q

Aufgabe 4

- Gabriel Graph: p, q mit Kante verbunden, wenn Kreis $C_{p,q}$ leer ist.

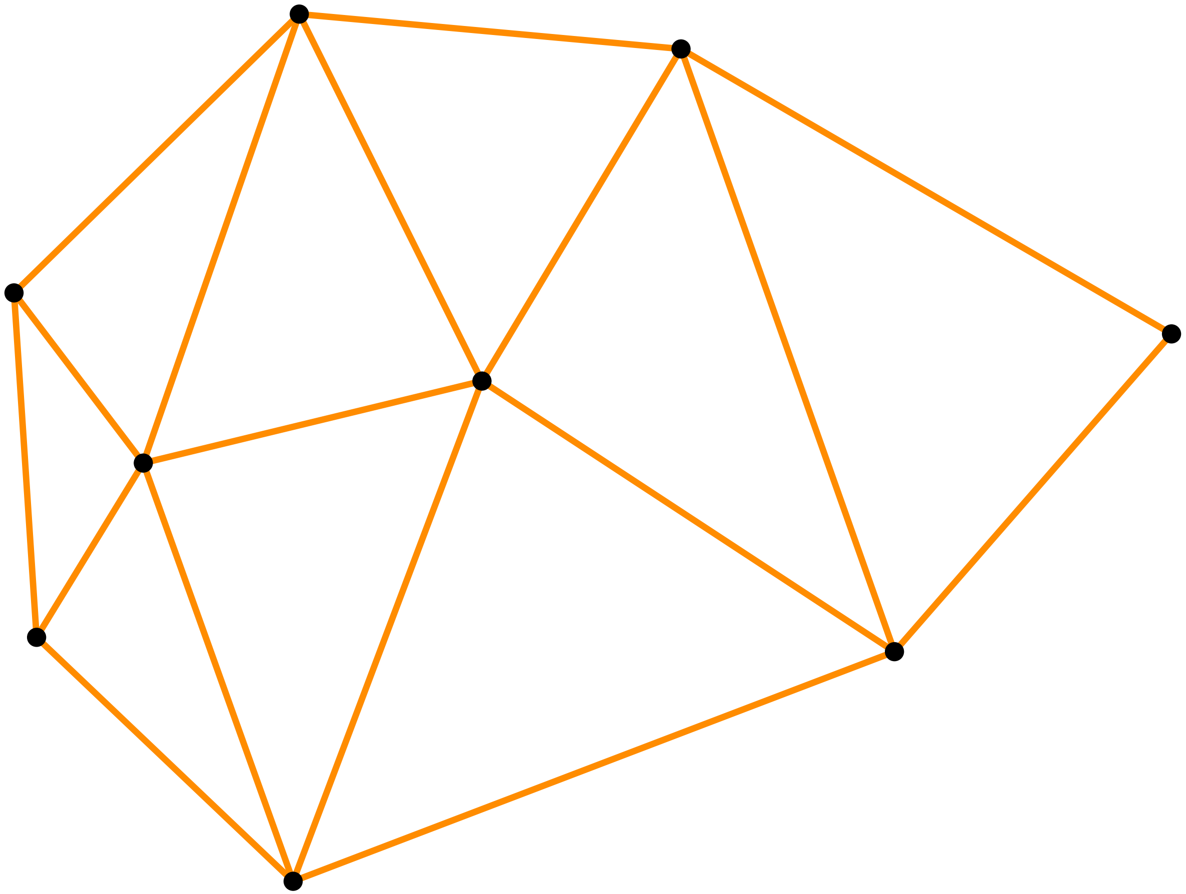
a) Zeige, dass Delaunay Triangulierung von P den Gabriel Graph von P enthält.

b) Zeige, dass p und q genau dann im Gabriel-Graph von P adjazent sind, wenn die Delaunay Kante zwischen p und q die zu ihr duale Voronoi-Kante schneidet.

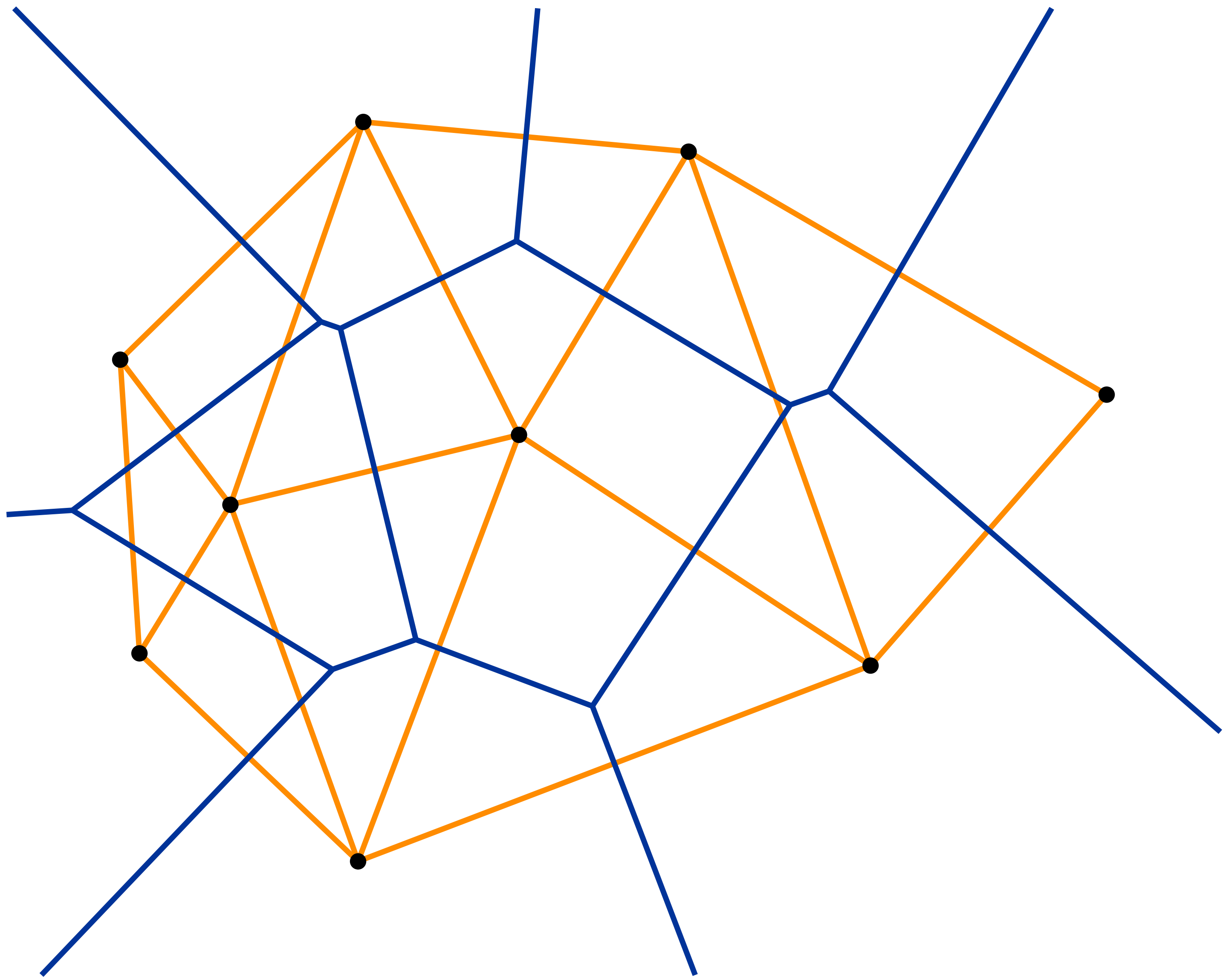
Kante pq ist in $\mathcal{DG}(P)$ $\Leftrightarrow$ es gibt einen leeren Kreis $C_{p,q}$ durch p und q

Aufgabe 4

Aufgabe 4

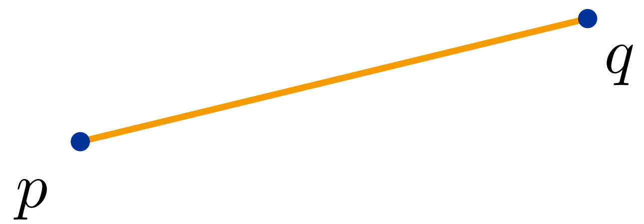


Aufgabe 4



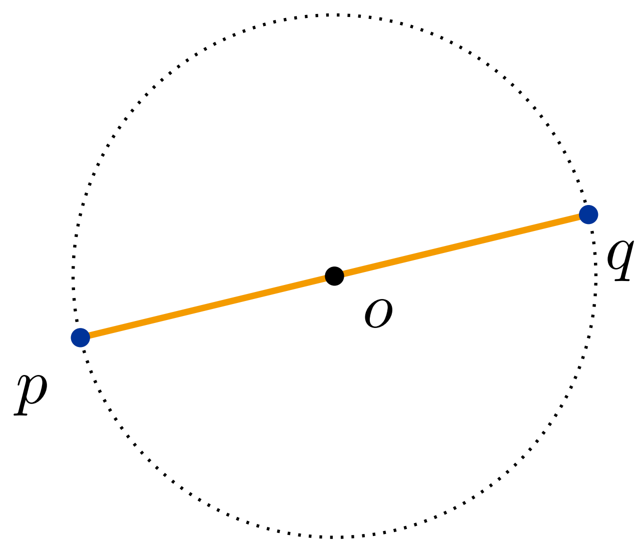
Aufgabe 4

- pq im Gabriel Graph



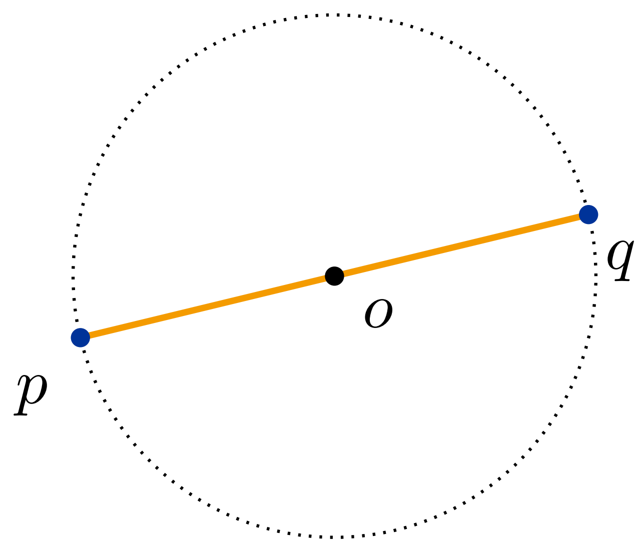
Aufgabe 4

- pq im Gabriel Graph



Aufgabe 4

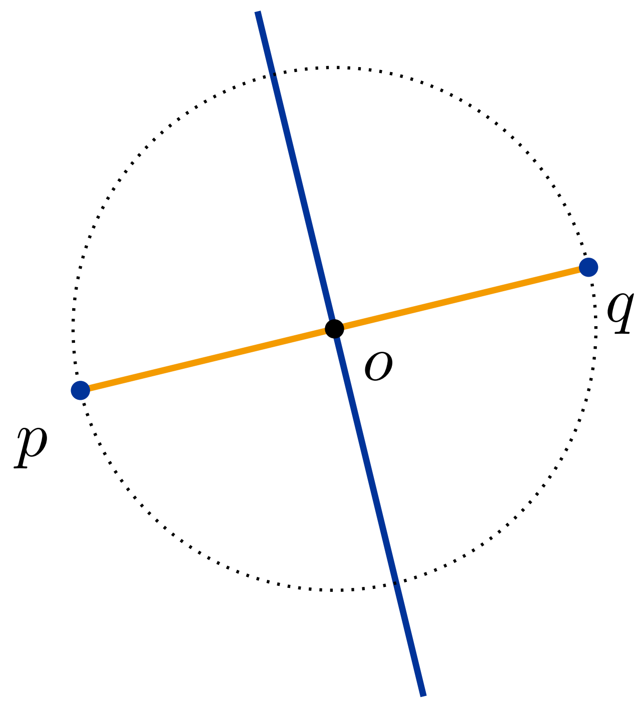
- pq im Gabriel Graph



- o näher zu p, q als zu den anderen Punkten aus P

Aufgabe 4

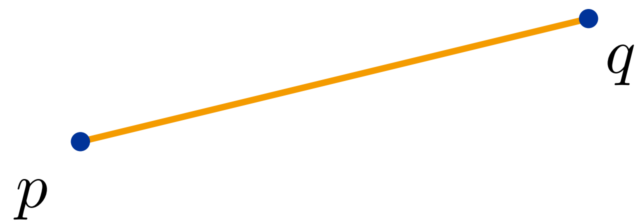
- pq im Gabriel Graph



- o näher zu p, q als zu den anderen Punkten aus P
  $\Rightarrow$ o liegt auf Voronoi-Kante welche Voronoi-Zellen von q und p begrenzt

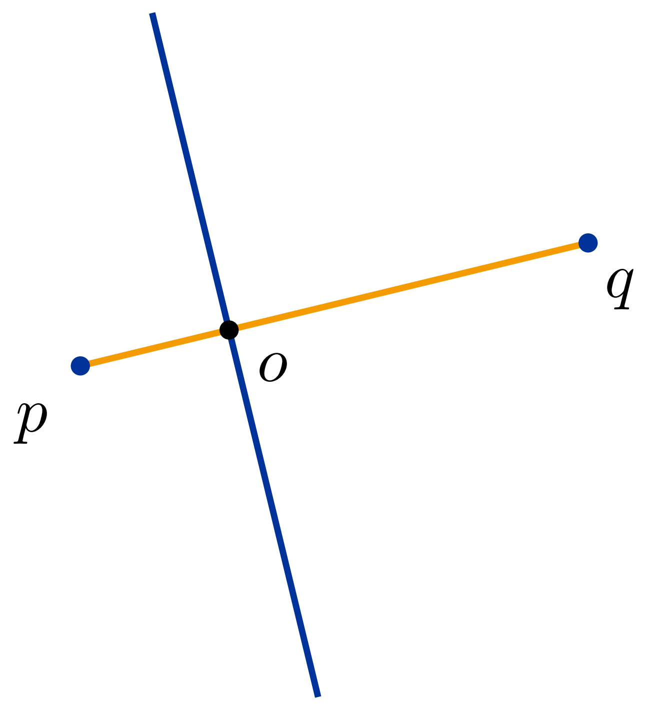
Aufgabe 4

- pq schneidet duale Voronoi-Kante



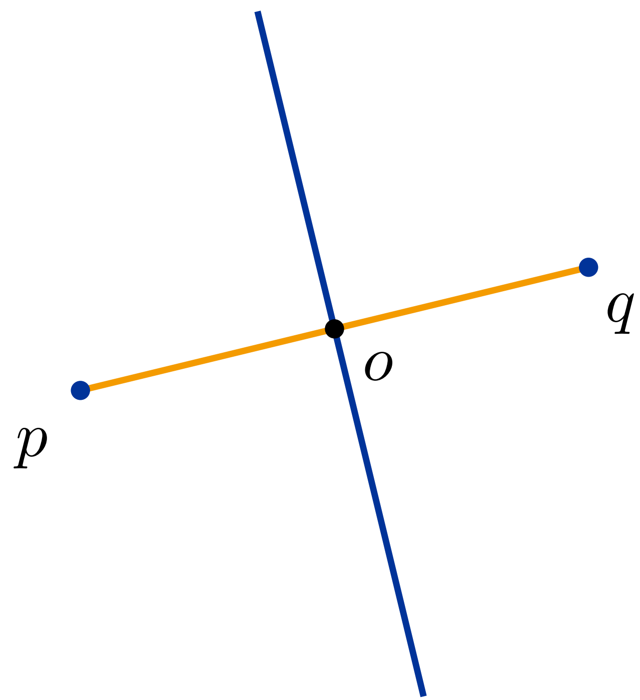
Aufgabe 4

- pq schneidet duale Voronoi-Kante



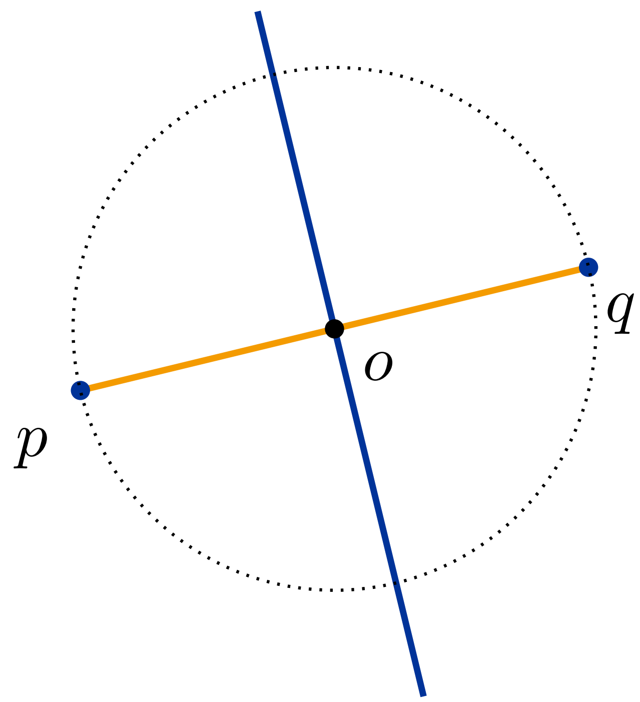
Aufgabe 4

- pq schneidet duale Voronoi-Kante



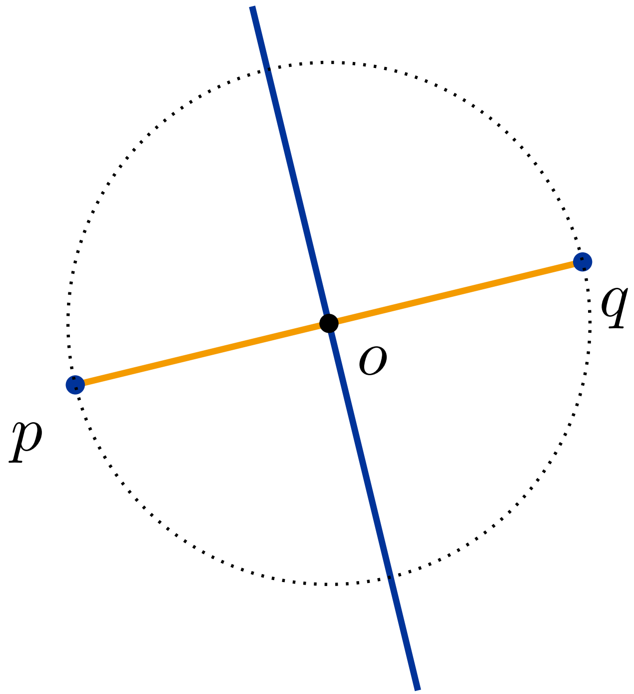
Aufgabe 4

- pq schneidet duale Voronoi-Kante



Aufgabe 4

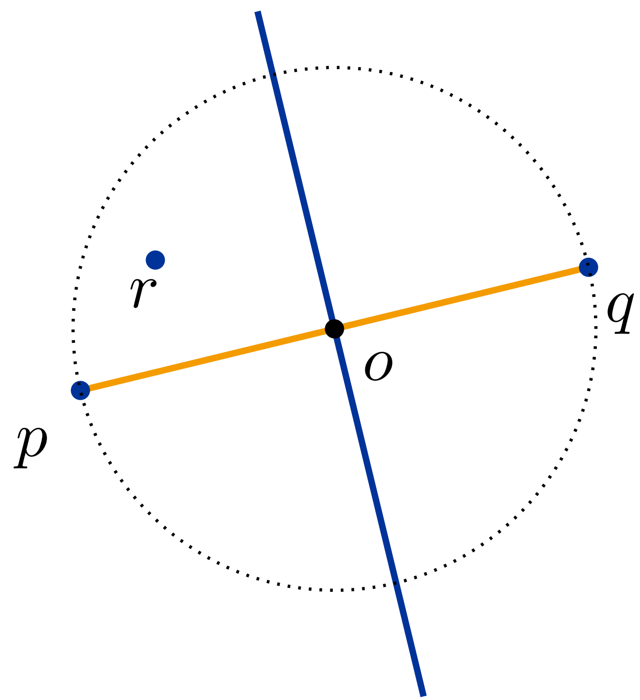
- pq schneidet duale Voronoi-Kante



- Angenommen Punkt r in C.

Aufgabe 4

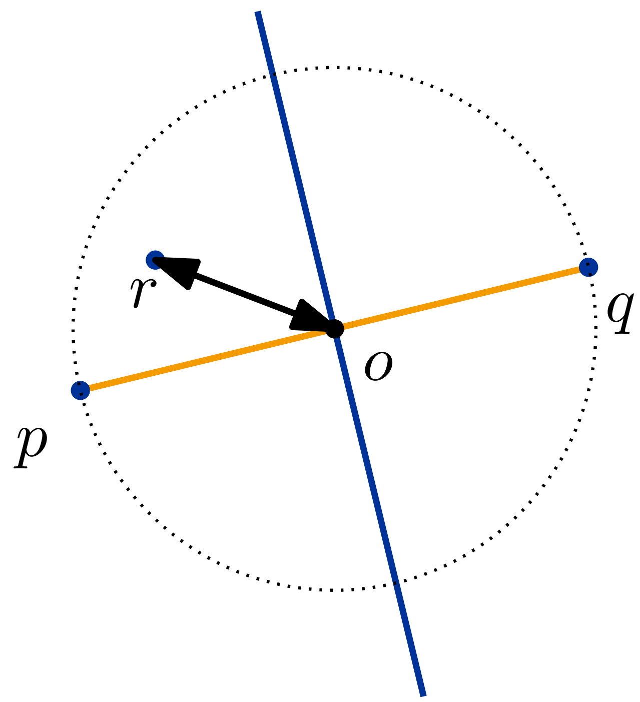
- pq schneidet duale Voronoi-Kante



- Angenommen Punkt r in C.

Aufgabe 4

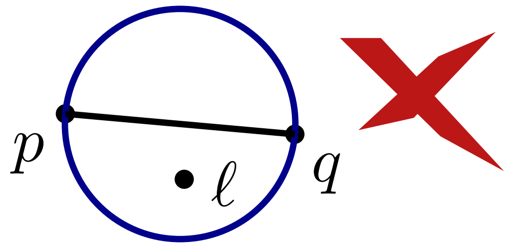
- pq schneidet duale Voronoi-Kante

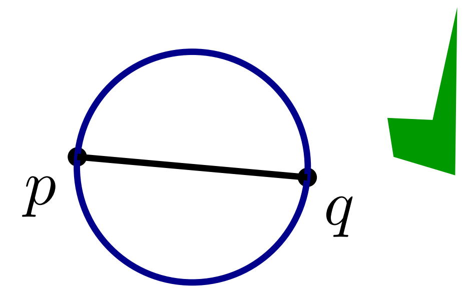


- Angenommen Punkt r in C.
  $\Rightarrow$ Distanz zw. o und r kleiner als $|ou|$ ($|ov|$)
  $\Rightarrow$ Widerspruch zur Annahme, dass o auf Voronoi-Kante

Aufgabe 4

- Gabriel Graph: p, q mit Kante verbunden, wenn Kreis $C_{p,q}$ leer ist.



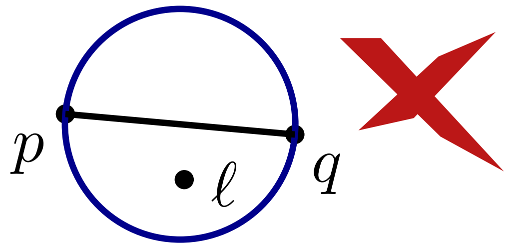


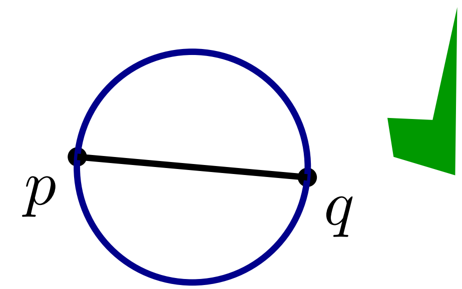
a) Zeige, dass Delaunay Triangulierung von P den Gabriel Graph von P enthält.

b) Zeige, dass p und q genau dann im Gabriel-Graph von P adjazent sind, wenn die Delaunay Kante zwischen p und q die zu ihr duale Voronoi-Kante schneidet.

Aufgabe 4

- Gabriel Graph: p, q mit Kante verbunden, wenn Kreis $C_{p,q}$ leer ist.





a) Zeige, dass Delaunay Triangulierung von P den Gabriel Graph von P enthält.

b) Zeige, dass p und q genau dann im Gabriel-Graph von P adjazent sind, wenn die Delaunay Kante zwischen p und q die zu ihr duale Voronoi-Kante schneidet.

c) $\mathcal{O}(n \log n)$ Algorithmus der Gabriel-Graph berechnet?

Aufgabe 5

Problem:

- P konvexex Polygon dessen Knoten auf einem Kreis liegen.
- $\mathcal{T}$ eine beliebige Triangulierung von P

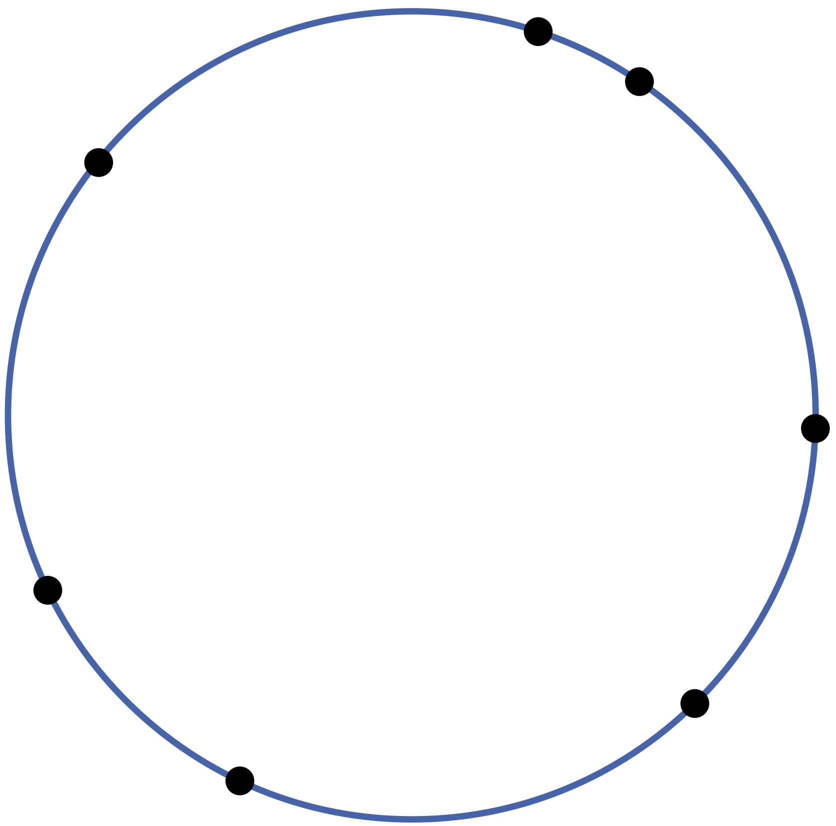
Zeige, kleinster Winkel in $\mathcal{T}$ ist kleinster Winkel in beliebiger anderer Triangulierung von P

Aufgabe 5

Problem:

- P konvexex Polygon dessen Knoten auf einem Kreis liegen.
- $\mathcal{T}$ eine beliebige Triangulierung von P

Zeige, kleinster Winkel in $\mathcal{T}$ ist kleinster Winkel in beliebiger anderer Triangulierung von P

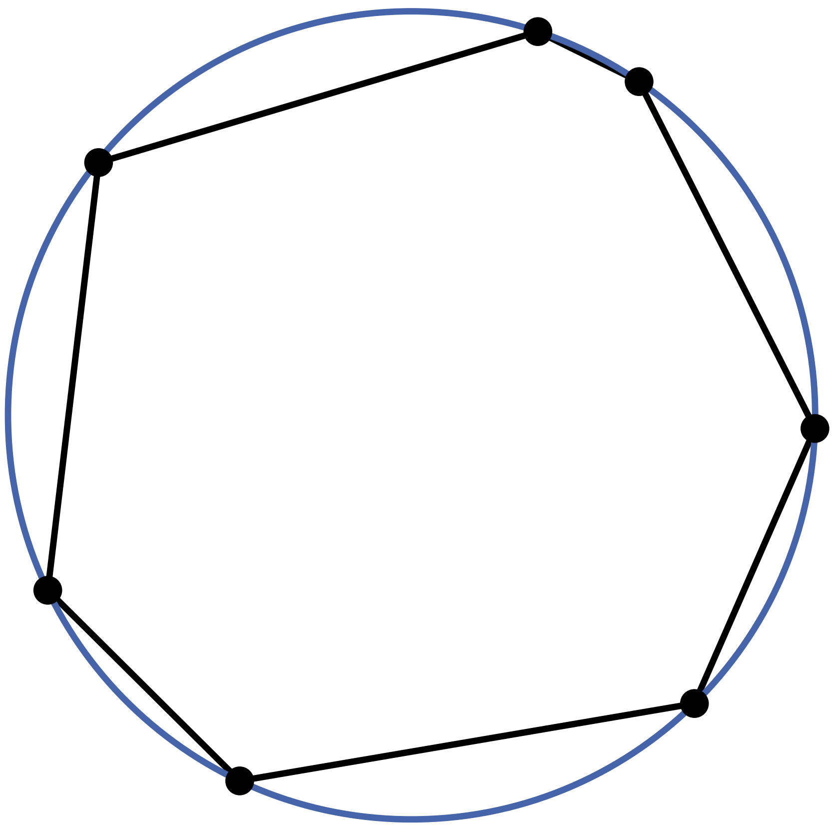


Aufgabe 5

Problem:

- P konvexex Polygon dessen Knoten auf einem Kreis liegen.
- $\mathcal{T}$ eine beliebige Triangulierung von P

Zeige, kleinster Winkel in $\mathcal{T}$ ist kleinster Winkel in beliebiger anderer Triangulierung von P

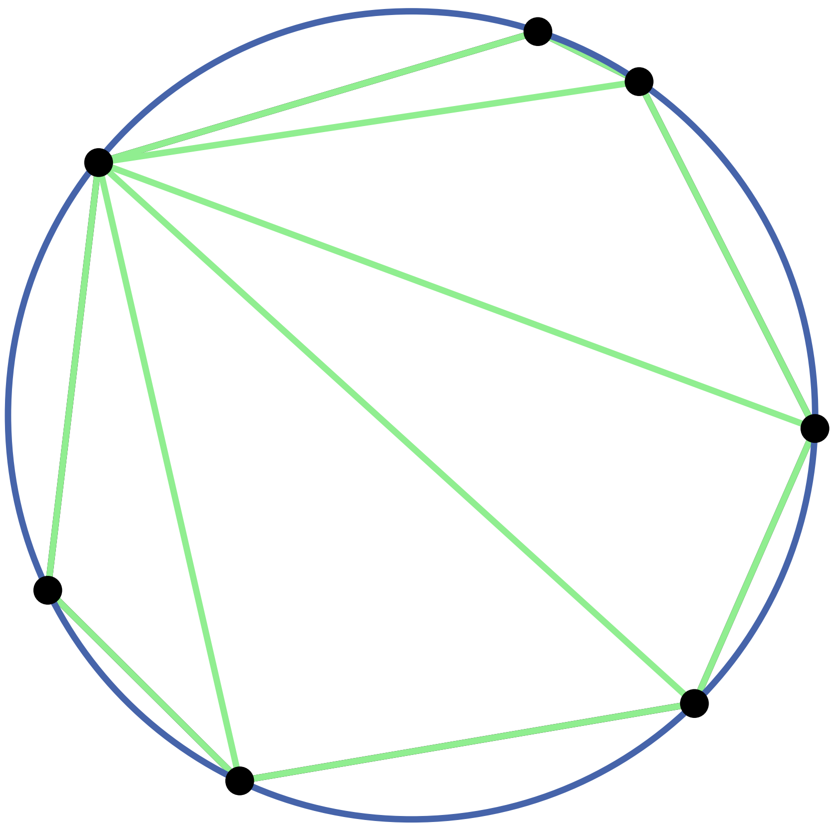


Aufgabe 5

Problem:

- P konvexex Polygon dessen Knoten auf einem Kreis liegen.
- $\mathcal{T}$ eine beliebige Triangulierung von P

Zeige, kleinster Winkel in $\mathcal{T}$ ist kleinster Winkel in beliebiger anderer Triangulierung von P

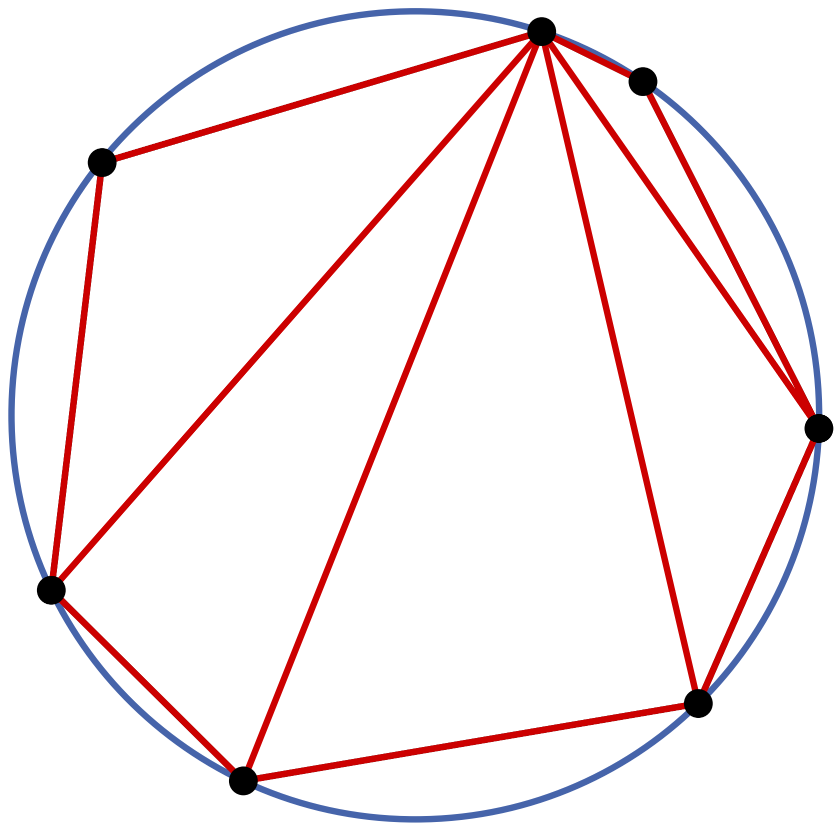


Aufgabe 5

Problem:

- P konvexex Polygon dessen Knoten auf einem Kreis liegen.
- $\mathcal{T}$ eine beliebige Triangulierung von P

Zeige, kleinster Winkel in $\mathcal{T}$ ist kleinster Winkel in beliebiger anderer Triangulierung von P



Danke!

Nächster Termin:

Donnertag, 21.06, 10:15 Uhr

Raum 131, Gebäude 50.34