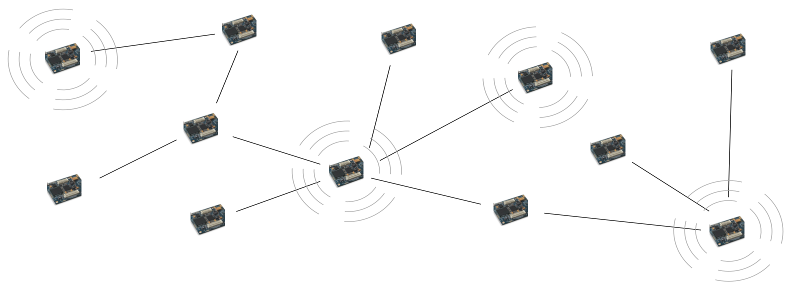
Algorithmen für Ad-hoc- und Sensornetze

VL 01 – Einführung und erste Schritte

Markus Völker | Version 1 vom 18. April 2012

INSTITUT FÜR THEORETISCHE INFORMATIK - LEHRSTUHL FÜR ALGORITHMIK (PROF. WAGNER)



Überblick

- Organisatorisches
- Kurze Einführung zu Sensornetzen
  - Sensorknoten
  - Anwendungen
  - Herausforderungen
- Vorlesungsübersicht
- Erste Schritte
  - Definitionen
  - Broadcasts und Flooding
  - Leader Election
  - Routing: Link Reversal

Organisatorisches

- Vorlesungstermine
  - vom 18.04.2012 bis 18.07.2012 (14 Termine)
  - immer mittwochs von 14:00 Uhr bis 15:30 Uhr im SR 301 (2 SWS)
  - zusätzlich zum Stoff der Vorlesung werden vereinzelt Papers zur Lektüre zuhause empfohlen (1 SWS)
- Webseite zur Vorlesung:
  `http://i11www.iti.uni-karlsruhe.de/teaching/sommer2012/sensornetze/index`
  - Folien (am Tag der Vorlesung vormittags)
  - korrigierte Foliensätze, Druckversionen
  - Referenzen und weiterführende Literatur
  - Ankündigungen zur Vorlesung
- Sprechstunde
  - jederzeit nach Vereinbarung, `markus.voelker@kit.edu`
  - Raum 306, Gebäude 50.34

Prüfungen

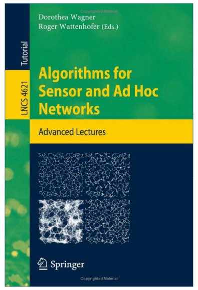
- Prüfungsgebiete
  - Hauptdiplom/Master Informatik: 3 SWS, 5 LP
    - 01 Theoretische Grundlagen
    - 02 Algorithmentechnik
  - Diplom/Master Informationswirtschaft: 3 SWS, 5 LP
    - Modul „Advanced Algorithms"
  - Graduiertenkolleg GRK1194
- Prüfungsstoff
  - Fragestellungen, Motivationen
  - Algorithmische Ideen und Beweisskizzen
  - nur Stoff der Vorlesung ist prüfungsrelevant

Voraussetzungen (nice to have)

- Grundbegriffe der Graphentheorie
  - Graph, Knoten, Kante, Grad, inzident, adjazent, Nachbarschaft, Baum, Wald, Kreis, planar, bipartit, Clique
- Algorithmen und Algorithmenanalyse
  - Asymptotische Laufzeit, $O(n)$, $o(n)$, $\Omega(n)$, $\Theta(n)$
  - **P**, **NP**, **NP**-schwer, **NP**-vollständig
  - Approximationsalgorithmen, Randomisierung
- Wenn etwas unklar ist, direkt nachfragen!
- Wenn ich zu schnell bin, bitte auch gleich Bescheid geben!

Literatur

- Kurzskripte *Grundlagen*
  - *Begriffe der Graphentheorie*
  - *Algorithmen und ihre Laufzeit*
  - *Die Komplexitätsklassen* **P**, **NP** *und* **NPC**
  - `http://i11www.ira.uka.de/information/scripts`
- D. Wagner, R. Wattenhofer (Hrsg.): *Algorithms for Sensor and Ad Hoc Networks*
  - Im Uninetz kostenlos verfügbar: `http://www.springerlink.com/content/j17361060k67/`
- Literaturangaben zu einzelnen Themen in der Vorlesung (Webseite, Folien)



Weitere Vorlesungen am ITI Wagner

Algorithmen für Routenplanung

- Dozenten: Dr. Daniel Delling und Thomas Pajor
- Vorlesung: montags 14:00–15:30 Uhr (SR 301)
- Vorlesung: mittwochs 11:30–13:00 Uhr (SR 301, nicht wöchentl.)

Algorithmische Geometrie

- Dozenten: Dr. Martin Nöllenburg und Andreas Gemsa
- Vorlesung: dienstags 9:45–11:15 (SR 301)
- Übung: donnerstags 10:15–11:00 (SR 131)

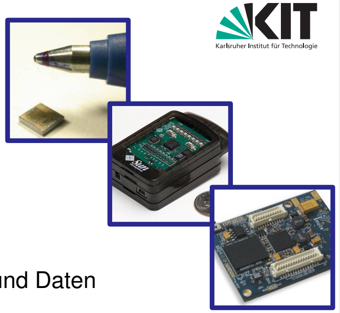
Algorithmen für planare Graphen

- Dozent: Dr. Ignaz Rutter
- Vorlesung: mittwochs 15:45–17:15 Uhr (SR 301)
- Vorlesung: donnerstags 14:00–15:30 Uhr (SR 301)

Überblick

- Organisatorisches
- Kurze Einführung zu Sensornetzen
  - Sensorknoten
  - Anwendungen
  - Herausforderungen
- Vorlesungsübersicht
- Erste Schritte
  - Definitionen
  - Broadcasts und Flooding
  - Leader Election
  - Routing: Link Reversal

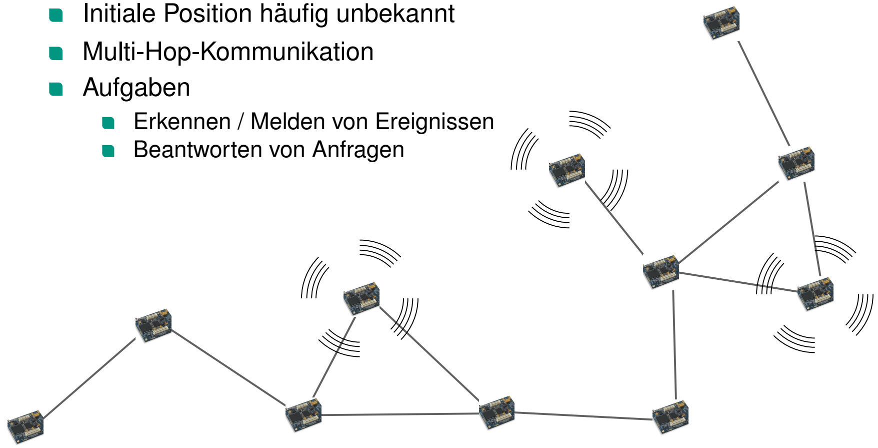
Sensorknoten (aka *motes*)



- Übliches Designziel: klein und billig
- Mikroprozessor
  - wenige MHz bis einige hundert MHz
  - energiesparende Zustände
- Speicher
  - häufig nur wenige KB Arbeitsspeicher
  - teils zusätzlich Flashspeicher für Code und Daten
- Sensorik
  - Temperatur, Licht, Druck, Beschleunigung, Feuchtigkeit uvm.
- Drahtlose Kommunikation
  - Reichweiten von wenigen Metern bis einige hundert Meter
  - Langsame Entwicklung von Standards (z. B. auf Basis von IEEE 802.15.4 wie ZigBee)
- Energieversorgung
  - heute: Batterien
  - in Zukunft: Solarzellen und anderes „Energy Harvesting“

Ausbringung

- Keine zentrale Infrastruktur
- Initiale Position häufig unbekannt
- Multi-Hop-Kommunikation
- Aufgaben
  - Erkennen / Melden von Ereignissen
  - Beantworten von Anfragen



Anwendungen

- Umweltüberwachung
  - Waldbrände, Gletscherbewegungen
  - Bewässerung von Agrarflächen
  - Schadstoffe (chemisch, radioaktiv)
- Beobachtung von Tieren
  - Überwachung von Brutstätten, Bewegungen
  - „Intelligente Zäune“
- Medizinische Überwachung
  - Patienten im Krankenhaus
- Strukturelle Überwachung
  - Strukturelle Integrität von Gebäuden
- Sicherheit
  - Grenzüberwachung
  - Überwachung von Gebäuden
- Verkehrsoptimierung
  - Stauwarnungen

Herausforderungen

- Geringes Energiebudget
  - geringe Leistung $\leftrightarrow$ jahrelange Bereitschaft
  - Lastbalancierung, Aufteilung von Aufgaben
- Geringer Speicher, geringe Rechenleistung
  - verteilte Lösungen $\leftrightarrow$ komplexe Selbstorganisation
- Viele Sensorknoten
  - Algorithmen müssen gut mit Größe des Netzes skalieren
- Geometrie
  - enger Zusammenhang zwischen Positionen und Daten/Aufgaben
  - gemeinsame Nutzung und Störung der Funkkanäle
- Redundanz, Unzuverlässigkeit und Dynamik
  - Knoten können ausfallen, sich bewegen
  - viele Knoten können Aufgaben redundant ausführen

Überblick

- Organisatorisches
- Kurze Einführung zu Sensornetzen
  - Sensorknoten
  - Anwendungen
  - Herausforderungen
- Vorlesungsübersicht
- Erste Schritte
  - Definitionen
  - Broadcasts und Flooding
  - Leader Election
  - Routing: Link Reversal

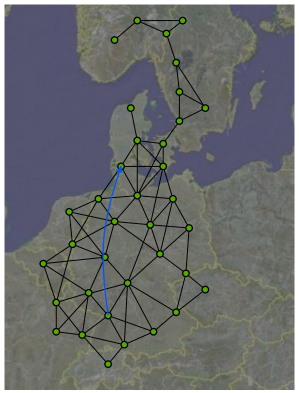
Vorlesungsübersicht

- Jede VL ein Problem in WSN
  - viele Themen algorithmisch isoliert
  - sehr unterschiedliche Sichtweisen
- Ziel: Zurechtfinden auf der Landkarte, Sichtweisen kennenlernen
- Vorlesung über algorithmische Ideen, nicht über Technologien!

Vorlesungsübersicht

Auszug aus den behandelten Themen:

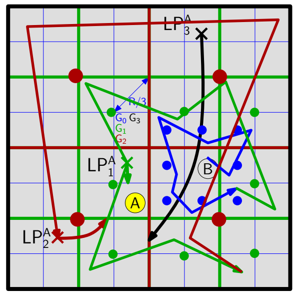
- Geographisches Routing
- Mobilität und Location Services
- Topologiekontrolle
- Lokalisierung
- Routing (ohne Geo-Koordinaten)
- Data Gathering
- Network Coding
- Clustering
- Medienzugriffskontrolle, Färbung
- Kapazität und Scheduling
- Synchronisation



Vorlesungsübersicht

Auszug aus den behandelten Themen:

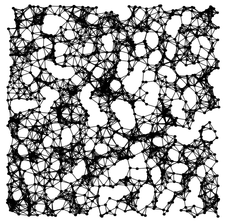
- Geographisches Routing
- Mobilität und Location Services
- Topologiekontrolle
- Lokalisierung
- Routing (ohne Geo-Koordinaten)
- Data Gathering
- Network Coding
- Clustering
- Medienzugriffskontrolle, Färbung
- Kapazität und Scheduling
- Synchronisation

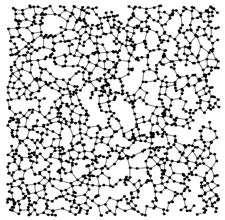


Vorlesungsübersicht

Auszug aus den behandelten Themen:

- Geographisches Routing
- Mobilität und Location Services
- Topologiekontrolle
- Lokalisierung
- Routing (ohne Geo-Koordinaten)
- Data Gathering
- Network Coding
- Clustering
- Medienzugriffskontrolle, Färbung
- Kapazität und Scheduling
- Synchronisation

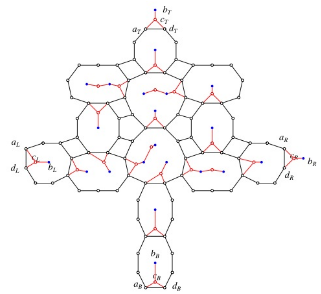




Vorlesungsübersicht

Auszug aus den behandelten Themen:

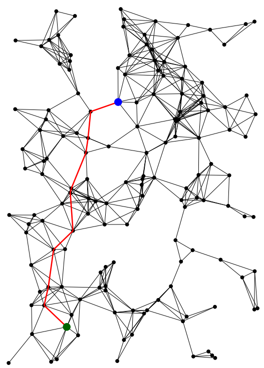
- Geographisches Routing
- Mobilität und Location Services
- Topologiekontrolle
- Lokalisierung
- Routing (ohne Geo-Koordinaten)
- Data Gathering
- Network Coding
- Clustering
- Medienzugriffskontrolle, Färbung
- Kapazität und Scheduling
- Synchronisation



Vorlesungsübersicht

Auszug aus den behandelten Themen:

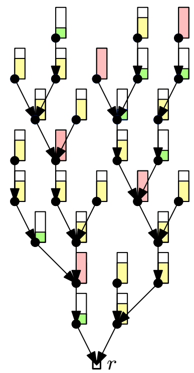
- Geographisches Routing
- Mobilität und Location Services
- Topologiekontrolle
- Lokalisierung
- Routing (ohne Geo-Koordinaten)
- Data Gathering
- Network Coding
- Clustering
- Medienzugriffskontrolle, Färbung
- Kapazität und Scheduling
- Synchronisation



Vorlesungsübersicht

Auszug aus den behandelten Themen:

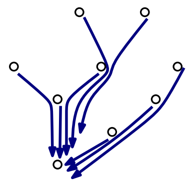
- Geographisches Routing
- Mobilität und Location Services
- Topologiekontrolle
- Lokalisierung
- Routing (ohne Geo-Koordinaten)
- Data Gathering
- Network Coding
- Clustering
- Medienzugriffskontrolle, Färbung
- Kapazität und Scheduling
- Synchronisation



Vorlesungsübersicht

Auszug aus den behandelten Themen:

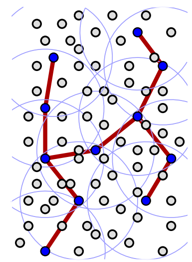
- Geographisches Routing
- Mobilität und Location Services
- Topologiekontrolle
- Lokalisierung
- Routing (ohne Geo-Koordinaten)
- Data Gathering
- Network Coding
- Clustering
- Medienzugriffskontrolle, Färbung
- Kapazität und Scheduling
- Synchronisation



Vorlesungsübersicht

Auszug aus den behandelten Themen:

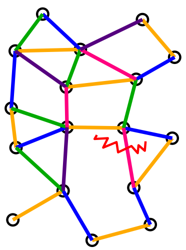
- Geographisches Routing
- Mobilität und Location Services
- Topologiekontrolle
- Lokalisierung
- Routing (ohne Geo-Koordinaten)
- Data Gathering
- Network Coding
- Clustering
- Medienzugriffskontrolle, Färbung
- Kapazität und Scheduling
- Synchronisation



Vorlesungsübersicht

Auszug aus den behandelten Themen:

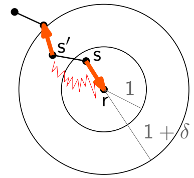
- Geographisches Routing
- Mobilität und Location Services
- Topologiekontrolle
- Lokalisierung
- Routing (ohne Geo-Koordinaten)
- Data Gathering
- Network Coding
- Clustering
- Medienzugriffskontrolle, Färbung
- Kapazität und Scheduling
- Synchronisation

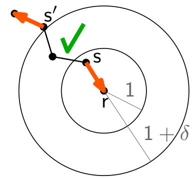


Vorlesungsübersicht

Auszug aus den behandelten Themen:

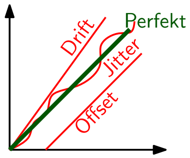
- Geographisches Routing
- Mobilität und Location Services
- Topologiekontrolle
- Lokalisierung
- Routing (ohne Geo-Koordinaten)
- Data Gathering
- Network Coding
- Clustering
- Medienzugriffskontrolle, Färbung
- Kapazität und Scheduling
- Synchronisation





Vorlesungsübersicht

Auszug aus den behandelten Themen:
- Geographisches Routing
- Mobilität und Location Services
- Topologiekontrolle
- Lokalisierung
- Routing (ohne Geo-Koordinaten)
- Data Gathering
- Network Coding
- Clustering
- Medienzugriffskontrolle, Färbung
- Kapazität und Scheduling
- Synchronisation



Hardwaredesign, Telematik, Robotik

Praxis

Realität

Testbed

Simulation

Modelle

Beweise

Theorie

Graphentheorie, Kombinatorik, Geometrie

Überblick

- Organisatorisches
- Kurze Einführung zu Sensornetzen
  - Sensorknoten
  - Anwendungen
  - Herausforderungen
- Vorlesungsübersicht
- Erste Schritte
  - Definitionen
  - Broadcasts und Flooding
  - Leader Election
  - Routing: Link Reversal

Verteilte Systeme

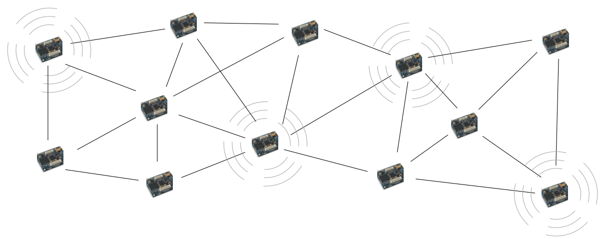
Definition

Ein *verteiltes System* ist eine Menge von selbständigen Recheneinheiten, die miteinander kommunizieren können.

- Kommunikationsparadigmen
  - synchron ↔ asynchron
  - nachrichtenbasiert ↔ shared memory
- Ad-hoc Netze sind von Natur aus nachrichtenbasiert!
- Synchrone Kommunikation deutlich einfacher zu analysieren (aber nur durch Synchronisation möglich: VL13)

Verteilte Systeme (etwas formaler)

- n Prozessoren $p_1, \ldots, p_n$ („Knoten“)
- Kommunikationsgraph („Topologie“, „Netz“)
  - Knoten: Prozessoren
  - Kanten: Mögliche Kommunikationspartner
  - nicht immer ungerichtet/symmetrisch
  - oft werden asymmetrische Links einfach ignoriert



Verteilter Algorithmus

- Jeder Prozessor führt *dasselbe* Programm aus
  - Programme starten gleichzeitig (meistens), ggf. in verschiedenen Zuständen (Eingabe)
  - Runde: Berechnungsschritt und Kommunikationsschritt
  - beliebige Berechnungen im Berechnungsschritt
  - *Verfassen* von Nachrichten an Nachbarn in Berechnungsschritt
  - *Zustellen* von Nachrichten in Kommunikationsschritt
- Nach jeder Runde hat jeder Prozessor p_i einen *Zustand* C_i
  - enthält zugestellte Nachrichten aus der letzten Runde
  - eine Teilmenge der Zustände sind *Endzustände*
  - aus Endzuständen können nur Endzustände erreicht werden
  - eine Ausführung ist beendet, wenn alle Prozessoren in Endzuständen sind

Verteilter Algorithmus: Korrektheit

Definition

Ein verteilter Algorithmus ist *korrekt*, wenn seine Ausführung immer nach endlich vielen Schritten endet und danach eine korrekte Lösung des Problems vorliegt.

- Eingaben liegen (wenn überhaupt) verteilt vor
- Ausgabe/Lösung besteht aus Zustand der Knoten bei Terminierung
- Bis auf Weiteres: Nachrichten sind kurz, z. B. $O(\log n)$ Bits

Beispiel: Broadcast, Flooding

Gegeben: Symmetrischer, *zusammenhängender* Kommunikationsgraph $G = (V, E)$, Knoten $r \in V$.

Problem: Sende eine Nachricht M von r an alle Knoten.

Algorithmus 1: Flooding in Knoten p_i

wenn $p_i = r$ **dann**
  sende M an alle Nachbarn, nimm Endzustand an
sonst
  warte, bis Nachricht M empfangen wird
  sende M an alle Nachbarn, nimm Endzustand ein

Korrektheit Flooding

Lemma

Der Flooding-Algorithmus auf einem symmetrischen und zusammenhängenden Graphen ist korrekt, d. h. nach endlich vielen Schritten ist die Ausführung beendet und alle Knoten haben M erhalten.

Beweis:

- Ein Prozessor ist in Endzustand $\Leftrightarrow$ er hat M erhalten
- Annahme: Es gibt einen Prozessor p_i der nicht terminiert.
  - keiner seiner Nachbarn terminiert
  - kein Knoten, von dem es einen Weg zu p_i gibt, terminiert
  - Widerspruch: r terminiert sicher und G ist zusammenhängend!

Komplexitätsmaße

- Laufzeit (Zeitkomplexität)
  - Maximale Anzahl der Runden bis alle Knoten einen Endzustand erreicht haben
- Nachrichtenkomplexität
  - Maximale Anzahl der Nachrichten, die insgesamt verschickt werden
  - Maximale Anzahl der Nachrichten, die ein einzelner Knoten verschicken muss
  - Manchmal in Sensornetzen: Dieselbe Nachricht an alle Nachbarn zählt nur einfach (*One-Hop-Broadcast*)

Komplexität Flooding

Lemma

Der Flooding-Algorithmus hat Nachrichtenkomplexität $2|E|$ und Zeitkomplexität D.

- $D := \max_{u,v \in V} d_G(u,v)$: Durchmesser des Graphen
- Beweis:
  - Jeder Knoten sendet genau einmal eine Nachricht zu allen Nachbarn: $\sum_{p_i \in V} \deg(p_i) = 2|E|$
  - Induktion: Nach k Runden sind alle Knoten in Abstand $\leq k-1$ zu r im Endzustand.

    IA: r nimmt Endzustand in Runde 1 ein.

    IS: Jeder Knoten u mit Abstand k zu r hat einen Nachbarn v mit Abstand $k-1$

    $\overset{\text{IV}}{\Rightarrow}$ v nimmt Endzustand spätestens in Runde k ein und sendet M an u

    $\Rightarrow$ u terminiert spätestens in Runde $k+1$

Verteilte Algorithmen - Anonymität

Definition (Anonymität)

Ein verteilter Algorithmus heißt *anonym*, wenn die Prozessoren keine unterschiedlichen IDs besitzen.

Beispiel: Leader Election

Leader Election Problem:

Gegeben: Symmetrischer, zusammenhängender Kommunikationsgraph G

Problem: Genau ein Prozessor soll als *Leader* ausgezeichnet werden

Frage: *Gibt es einen anonymen Algorithmus für das Leader Election Problem?*

Beispiel: Leader Election

Leader Election Problem:

Gegeben: Symmetrischer, zusammenhängender Kommunikationsgraph G

Problem: Genau ein Prozessor soll als *Leader* ausgezeichnet werden

Frage: *Gibt es einen anonymen Algorithmus für das Leader Election Problem?*

Satz

Es gibt noch nichtmals einen anonymen Algorithmus für das Leader Election Problem in Ringen und damit auch keinen für beliebige Graphen.

Beispiel: Leader Election

Satz

Es gibt keinen anonymen Algorithmus für das Leader Election Problem in Ringen.

Beweis:

- Vereinfachung: Jeder unterscheidet „linken“ und „rechten“ Nachbarn gleich
- Induktion: Knoten beginnen jede Runde im selben Zustand
  - IA: Runde 0: Keine IDs, keine Eingabe, Knoten beginnen im selben Zustand
  - IS: Runde $k \curvearrowright k+1$:
    - Alle Knoten beginnen Runde k im selben Zustand
    - $\Rightarrow$ Alle Knoten führen dieselbe Berechnung aus
    - $\Rightarrow$ Alle Knoten enden im selben Zustand
    - $\Rightarrow$ Alle Knoten senden dieselbe Nachricht nach links (rechts)
    - $\Rightarrow$ Alle Knoten beginnen Runde $k+1$ im selben Zustand
  - Kein Knoten kann alleine in Leader-Zustand enden.

Beispiel: Leader Election

Satz

Es gibt keinen anonymen Algorithmus für das Leader Election Problem in Ringen.

Beweis:

- Vereinfachung: Jeder unterscheidet „linken“ und „rechten“ Nachbarn gleich
- Induktion: Knoten beginnen jede Runde im selben Zustand
  - IA: Runde 0: Keine IDs, keine Eingabe, Knoten beginnen im selben Zustand
  - IS: Runde $k \curvearrowright k+1$:
    - Alle Knoten beginnen Runde k im selben Zustand
    - $\Rightarrow$ Alle Knoten führen dieselbe Berechnung aus
    - $\Rightarrow$ Alle Knoten enden im selben Zustand
    - $\Rightarrow$ Alle Knoten senden dieselbe Nachricht nach links (rechts)
    - $\Rightarrow$ Alle Knoten beginnen Runde $k+1$ im selben Zustand
  - Kein Knoten kann alleine in Leader-Zustand enden.

Leader Election in Ringen mit IDs

Algorithmus 2: Leader Election, Knoten p_i kennt $\texttt{ID}_i$

sende $\texttt{ID}_i$ an linken Nachbarn
wenn *eine* $\texttt{ID}$ *empfangen wird* **dann**
  wenn $\texttt{ID} > \texttt{ID}_i$ **dann**
    sende $\texttt{ID}$ an linken Nachbarn
  wenn $\texttt{ID} = \texttt{ID}_i$ **dann**
    sende Nachricht „terminiere“ an linken Nachbarn
    terminiere als Leader
wenn *Nachricht „terminiere“ empfangen wird* **dann**
  sende Nachricht „terminiere“ an linken Nachbarn
  terminiere als Non-Leader

Zeit- und Nachrichtenkomplexität?

Leader Election in Ringen mit IDs

Algorithmus 2: Leader Election, Knoten p_i kennt $\texttt{ID}_i$

sende $\texttt{ID}_i$ an linken Nachbarn
wenn *eine* $\texttt{ID}$ *empfangen wird* **dann**
  wenn $\texttt{ID} > \texttt{ID}_i$ **dann**
    sende $\texttt{ID}$ an linken Nachbarn
  wenn $\texttt{ID} = \texttt{ID}_i$ **dann**
    sende Nachricht „terminiere“ an linken Nachbarn
    terminiere als Leader
wenn *Nachricht „terminiere“ empfangen wird* **dann**
  sende Nachricht „terminiere“ an linken Nachbarn
  terminiere als Non-Leader

- Zeitkomplexität: $O(n)$
- Nachrichtenkomplexität: $O(n^2)$
  - *bessere Algorithmen:* $O(n \log n)$

Knobelaufgabe

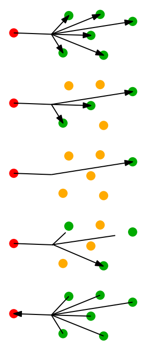
Wie könnte ein Leader-Election-Algorithmus für allgemeine Graphen aussehen?

?

Routing

Routing is the act of moving information across a network from a source to a destination.

- Broadcast
  - ein Knoten sendet (gleiche) Nachricht an alle
- Multicast
  - ein Knoten sendet (gleiche) Nachricht an viele andere
- Unicast
  - ein Knoten sendet Nachricht an einen anderen Knoten
- Anycast
  - ein Knoten sendet Nachricht an irgendeinen Knoten aus einer Zielmenge
- Convergecast
  - Alle (viele) Knoten senden Nachrichten an eine Senke

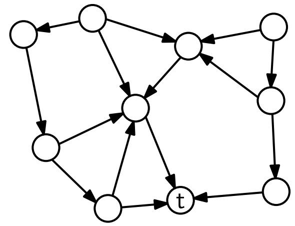


Klassische Routingprotokolle

- proaktiv ↔ reaktiv
  - proaktiv: Routinginformationen werden im Voraus verteilt
    - \+ bei wenig Mobilität einmaliger Aufwand
    - \- in der Regel höherer Speicherbedarf
  - reaktiv: Routinginformationen werden bei Bedarf ermittelt
    - \+ bei viel Mobilität kein permanenter Overhead
    - \- Routen müssen bei Bedarf erst gefunden werden
- Beispiel "reaktiv": Flooding
  - meistens ungeeignet: alle bekommen Nachricht (mehrfach)
  - manchmal die einzige Lösung (hohe Mobilität)
- Beispiel "proaktiv": Link State Routing
  - Knoten tauschen regelmäßig gesamten Graphen aus
  - Pakete werden immer auf kürzeste Wege geschickt

Link Reversal Routing

- Einfaches proaktives Protokoll für Convergecasts (eine Senke)
- Richte Kanten so, dass *jeder* gerichtete Pfad zur Senke führt
  - ⇒ Schicke Pakete einfach über eine beliebige ausgehende Kante!

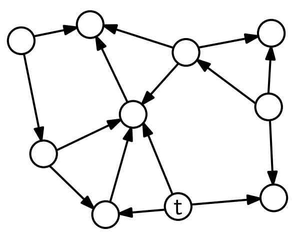


- Wie orientiert man Kanten so?

Link Reversal Routing: DAGs

Definition

Ein gerichteter Graph ohne Zyklen heißt *DAG* (directed acyclic graph). Er heißt t-zielorientiert, wenn t der einzige Knoten ohne ausgehende Kante ist.

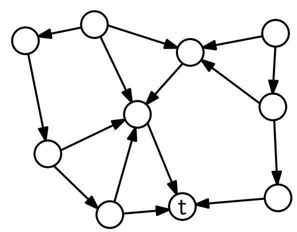


- DAG: Pakete können nicht im Kreis wandern
  - landen irgendwann bei Knoten ohne ausg. Kante
- t-orientiert: Pakete landen bei t!
- Das wollen wir (für gegebenes t)!

Link Reversal Routing: DAGs

Definition

Ein gerichteter Graph ohne Zyklen heißt *DAG* (directed acyclic graph). Er heißt t-zielorientiert, wenn t der einzige Knoten ohne ausgehende Kante ist.



- DAG: Pakete können nicht im Kreis wandern
  - landen irgendwann bei Knoten ohne ausg. Kante
- t-orientiert: Pakete landen bei t!
- Das wollen wir (für gegebenes t)!

Problemstellung

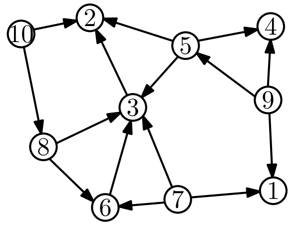
Gegeben: Ungerichteter Kommunikationsgraph $G = (V, E)$, Senke $t \in V$

Gesucht: Orientierung der Kanten, so dass der entstehende gerichtete Graph G' ein t-zielorientierter DAG ist

Initialer DAG

Richte alle Kanten von höherer ID zur niedrigeren

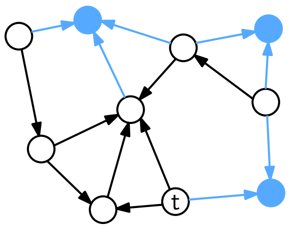
- jeder Knoten sendet seine ID an alle Nachbarn
- jeder Knoten merkt sich Richtungen inzidenter Kanten
- das ist ein DAG: Auf jedem Pfad nehmen IDs ab!

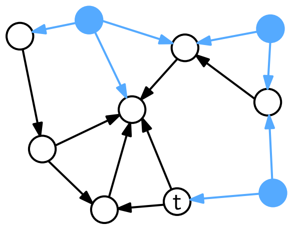


Full Link Reversal

Falls Knoten $u \neq t$ keine ausgehende Kante hat, drehe alle inzidenten Kanten um!

- Knoten ohne ausgehende Kanten schicken „reverse"-Nachricht an alle Nachbarn
- das bleibt ein DAG: Gedrehte Kanten liegen auf keinem Zyklus!
- Irgendwann ist t die einzige Senke!?

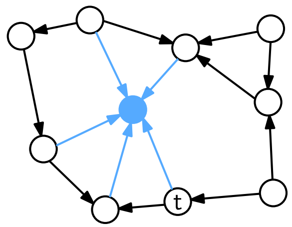


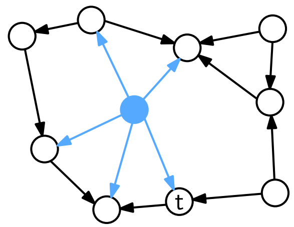


Full Link Reversal

Falls Knoten $u \neq t$ keine ausgehende Kante hat, drehe alle inzidenten Kanten um!

- Knoten ohne ausgehende Kanten schicken „reverse"-Nachricht an alle Nachbarn
- das bleibt ein DAG: Gedrehte Kanten liegen auf keinem Zyklus!
- Irgendwann ist t die einzige Senke!?

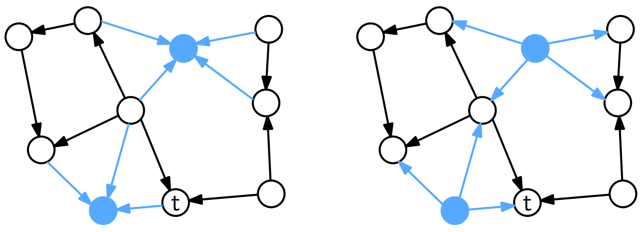




Full Link Reversal

Falls Knoten $u \neq t$ keine ausgehende Kante hat, drehe alle inzidenten Kanten um!

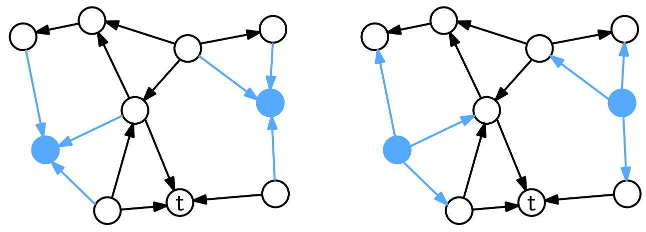
- Knoten ohne ausgehende Kanten schicken „reverse“-Nachricht an alle Nachbarn
- das bleibt ein DAG: Gedrehte Kanten liegen auf keinem Zyklus!
- Irgendwann ist t die einzige Senke!?



Full Link Reversal

Falls Knoten $u \neq t$ keine ausgehende Kante hat, drehe alle inzidenten Kanten um!

- Knoten ohne ausgehende Kanten schicken „reverse“-Nachricht an alle Nachbarn
- das bleibt ein DAG: Gedrehte Kanten liegen auf keinem Zyklus!
- Irgendwann ist t die einzige Senke!?

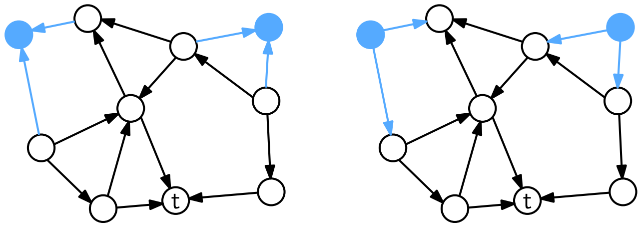


Markus Völker – Algorithmen für Ad-hoc- und Sensornetze
VL 01 – Einführung und erste Schritte (36/45)
Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Full Link Reversal

Falls Knoten $u \neq t$ keine ausgehende Kante hat, drehe alle inzidenten Kanten um!

- Knoten ohne ausgehende Kanten schicken „reverse“-Nachricht an alle Nachbarn
- das bleibt ein DAG: Gedrehte Kanten liegen auf keinem Zyklus!
- Irgendwann ist t die einzige Senke!?

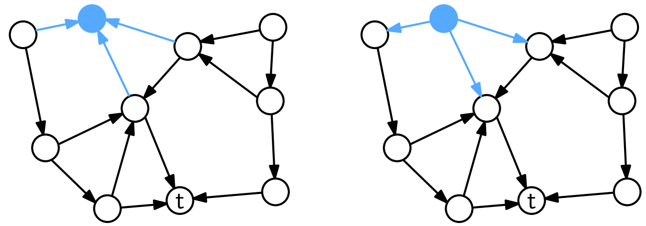


Markus Völker – Algorithmen für Ad-hoc- und Sensornetze
VL 01 – Einführung und erste Schritte (36/45)
Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Full Link Reversal

Falls Knoten $u \neq t$ keine ausgehende Kante hat, drehe alle inzidenten Kanten um!

- Knoten ohne ausgehende Kanten schicken „reverse“-Nachricht an alle Nachbarn
- das bleibt ein DAG: Gedrehte Kanten liegen auf keinem Zyklus!
- Irgendwann ist t die einzige Senke!?

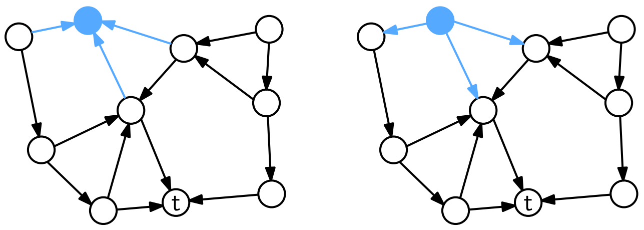


Markus Völker – Algorithmen für Ad-hoc- und Sensornetze
VL 01 – Einführung und erste Schritte (36/45)
Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Full Link Reversal

Falls Knoten $u \neq t$ keine ausgehende Kante hat, drehe alle inzidenten Kanten um!

- Knoten ohne ausgehende Kanten schicken „reverse“-Nachricht an alle Nachbarn
- das bleibt ein DAG: Gedrehte Kanten liegen auf keinem Zyklus!
- Irgendwann ist t die einzige Senke!? Terminiert das immer?

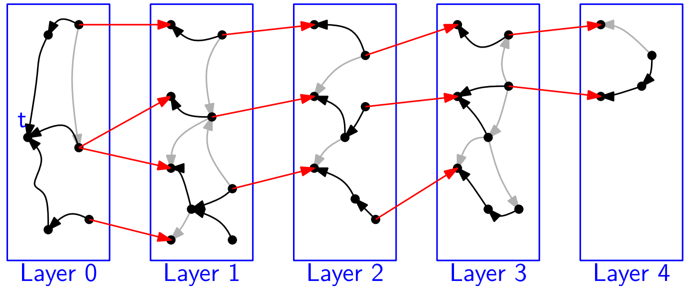


Korrektheit: Layer

Initial- und Zwischenlösungen induzieren *Layer*:

Definition

Ein Knoten u liegt im kleinsten Layer k, so dass es einen (ungerichteten) Pfad von u zu t gibt, der nur k Kanten entgegen der Orientierung nutzt.



Korrektheit Full Link Reversal

Betrachte parallele Änderungen in beliebiger Reihenfolge:

Lemma

Wenn ein Knoten u seine Kanten umorientiert, verringert sich u's Layer um 1, alle anderen Knoten bleiben in ihrem Layer.

Beweis (Teil 1)

- Sei u aus Layer k.
  - $\Rightarrow$ es gibt einen Pfad von u nach t, der k Kanten entgegen der (alten) Orientierung nutzt. Darunter ist genau eine zu u inzidente Kante.
  - $\Rightarrow$ dieser Pfad nutzt $k-1$ Kanten entgegen der neuen Orientierung
  - $\Rightarrow$ nach der Umorientierung ist u in Layer $k-1$

Korrektheit Full Link Reversal

Betrachte parallele Änderungen in beliebiger Reihenfolge:

Lemma

Wenn ein Knoten u seine Kanten umorientiert, verringert sich u's Layer um 1, alle anderen Knoten bleiben in ihrem Layer.

Beweis (Teil 2)

- Sei $v \neq u$,
  - Sei P ein ungerichteter Pfad von v zu t
  - Anzahl der Kanten, die P entgegen der Orientierung nutzt, ändert sich durch das Umorientieren nicht:
    - Fall 1: P enthält u nicht (trivial)
    - Fall 2: P enthält u, dann ändern sich zwei Kanten unterschiedlicher Richtung auf P
  - $\Rightarrow$ v's Layer ändert sich nicht.

Korrektheit Full Link Reversal

Betrachte parallele Änderungen in beliebiger Reihenfolge:

Lemma

Wenn ein Knoten u seine Kanten umorientiert, verringert sich u's Layer um 1, alle anderen Knoten bleiben in ihrem Layer.

Beweis (Teil 2)

- Sei $v \neq u$,
  - Sei P ein ungerichteter Pfad von v zu t
  - Anzahl der Kanten, die P entgegen der Orientierung nutzt, ändert sich durch das Umorientieren nicht:
    - Fall 1: P enthält u nicht (trivial)
    - Fall 2: P enthält u, dann ändern sich zwei Kanten unterschiedlicher Richtung auf P

  $\Rightarrow$ v's Layer ändert sich nicht.

Korrektheit Full Link Reversal

Satz

Full Link Reversal führt $O(n^2)$ Umorientierungen durch und terminiert nach $O(n^2)$ Schritten in einem t-zielorientierten DAG.

Beweis:

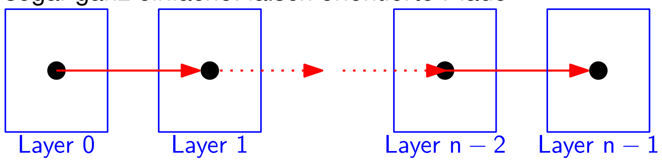
- in jedem Schritt ist der Graph ein DAG
- kein Knoten kann in einem Layer $> n$ starten
- in jedem Schritt verringert mindestens ein Knoten sein Layer
- nach spätestens n^2 Schritten sind alle Knoten in Layer 0
- wenn alle Knoten in Layer 0 sind, ist der DAG t-zielorientiert

Worst-Case-Netzwerke 1

Satz

Es gibt Initiallösungen auf Graphen bei denen der Full-Reversal-Algorithmus insgesamt $\Theta(n^2)$ Umorientierungen ausführt.

- sogar ganz einfache: falsch orientierte Pfade



- $\sum_{i=1}^{n}(i-1) \in \Theta(n^2)$ Umorientierungen, da ein Knoten in Layer i exakt i mal umorientiert werden muss

$\Rightarrow$ Schranke für die Zahl der Umorientierungen scharf!

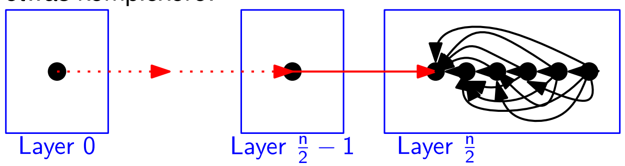
- Und die Laufzeitschranke?
  - In diesem Beispiel nur $\Theta(n)$ Schritte

Worst-Case-Netzwerke 2

Satz

Es gibt Initiallösungen auf Graphen bei denen der Full-Reversal-Algorithmus insgesamt $\Theta(n^2)$ Schritte benötigt.

- etwas komplexere:



- vollständiger DAG auf $n/2$ Knoten in Layer $n/2$
- jeder davon braucht $n/2$ Umorientierungen
- immer nur einer kann zur Zeit Senke sein

$\Rightarrow$ Laufzeit $\Omega(n^2)$, Laufzeitschranke $O(n^2)$ damit auch scharf!

Full Link Reversal in dynam. Netzen

- Hervorragend geeignet, um auf Änderungen in der Topologie zu reagieren
- Ausfälle die Senken erzeugen werden mit FLR gelöst
  - Im schlimmsten Fall sehr aufwendig!
- Neue Knoten, neue Kanten einfach!?

Was mitnehmen?

- Vorlesungsübersicht
  - Jede Vorlesung ein Thema, algorithmische Perlen
- Sensor- und Ad-hoc-Netze
  - Sensorknoten
  - Anwendungen
  - Herausforderungen
- Verteilte Systeme
  - Algorithmus, Endzustände, Anonymität/IDs
  - Broadcast, Leader Election in Ringen
- Erster Sensornetzalgorithmus: Full Link Reversal
  - Einfache Idee, nichttriviale Analyse
  - Leicht umzusetzen, aber im Worst-Case *sehr* schlecht

Literatur

- H. Attiya, J. Welch: *Distributed Computing*. Wiley, 2004.
- C. Busch, S. Surapaneni, S. Tirthapura: *Analysis of link reversal routing algorithms for mobile ad hoc networks*. In SPAA ’03: Proceedings of the Fifteenth Annual ACM Symposium on Parallel Algorithms and Architectures, 2003, ACM