Karlsruher Institut für Technologie

Algorithmen für Routenplanung

16. Sitzung, Sommersemester 2014

Moritz Baum | 02. Juli 2014

Institut für Theoretische Informatik · Algorithmik · Prof. Dr. Dorothea Wagner

Wdh: Zeitabhängiges Szenario

Szenario:

- Historische Daten für Verkehrssituation verfügbar
- Verkehrssituation vorhersagbar
- Berechne schnellsten Weg bezüglich der erwarteten Verkehrssituation (zu einem gegebenen Startzeitpunkt)

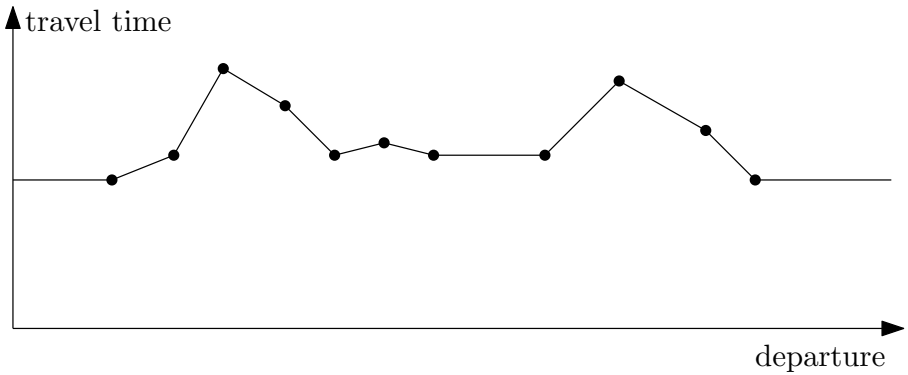
Zeitabhängige Straßennetzwerke

Eingabe:

- Durchschnittliche Reisezeit zu bestimmten Zeitpunkten
- Jeden Wochentag verschieden
- Sonderfälle: Urlaubszeit

Somit an jeder Kante:

- Periodische stückweise lineare Funktion
- Definiert durch Stützpunkte
- Interpoliere linear zwischen Stützpunkten



FIFO-Eigenschaft

Definition

Sei $f : \mathbb{R}_0^+ \to \mathbb{R}_0^+$ eine Funktion. f erfüllt die *FIFO-Eigenschaft*, wenn für jedes $\varepsilon > 0$ und alle $\tau \in \mathbb{R}_0^+$ gilt, dass

$$f(\tau) \leq \varepsilon + f(\tau + \varepsilon).$$

Diskussion

- Interpretation: “Warten/Später ankommen lohnt sich nie”
- Kürzeste Wege auf Graphen mit non-FIFO Funktionen zu finden ist NP-schwer.
  (wenn warten an Knoten nicht erlaubt ist)

  $\Rightarrow$ Sicherstellen, dass Funktionen FIFO-Eigenschaft erfüllen.

Diskussion

Eigenschaften:

- Topologie ändert sich nicht
- Kanten gemischt zeitabhängig und konstant
- variable (!) Anzahl Interpolationspunkte pro Kante

Diskussion

Eigenschaften:

- Topologie ändert sich nicht
- Kanten gemischt zeitabhängig und konstant
- variable (!) Anzahl Interpolationspunkte pro Kante

Beobachtung:

- FIFO gilt auf allen Kanten

Zeit-Anfragen

Ziel: finde kürzesten Weg für Abfahrtszeit τ

`Time-Dijkstra`$(G = (V, E), s, \tau)$

```
1  d_τ[s] = 0
2  Q.clear(), Q.add(s, 0)
3  while !Q.empty() do
4      u ← Q.deleteMin()
5      for all edges e = (u, v) ∈ E do
6          if d_τ[u] + len(e, τ + d_τ[u]) < d_τ[v] then
7              d_τ[v] ← d_τ[u] + len(e, τ + d_τ[u])
8              p_τ[v] ← u
9              if v ∈ Q then Q.decreaseKey(v, d_τ[v])
10             else Q.insert(v, d_τ[v])
```

Diskussion Zeit-Anfragen

Beobachtung:

- Nur ein Unterschied zu Dijkstra
- Auswertung der Kanten

Diskussion Zeit-Anfragen

Beobachtung:

- Nur ein Unterschied zu Dijkstra
- Auswertung der Kanten

non-FIFO Netzwerke:

- Im Kreis fahren kann sich lohnen
- NP-schwer (wenn warten an Knoten nicht erlaubt ist)
- Transportnetzwerke sind FIFO modellierbar (notfalls Multikanten)

Profil-Anfragen

Ziel: finde kürzesten Weg für alle Abfahrtszeitpunkte

`Profile-Search`$(G = (V, E), s)$

```
1  d_*[s] = 0
2  Q.clear(), Q.add(s, 0)
3  while !Q.empty() do
4      u ← Q.deleteMin()
5      for all edges e = (u, v) ∈ E do
6          if d_*[u] ⊕ len(e) ≱ d_*[v] then
7              d_*[v] ← min(d_*[u] ⊕ len(e), d_*[v])
8              if v ∈ Q then Q.decreaseKey(v, d[v])
9              else Q.insert(v, d[v])
```

Diskussion Profil-Anfragen

Beobachtungen:

- Operationen auf Funktionen
- Priorität im Prinzip frei wählbar
  ($\underline{d}[u]$ ist das Minimum der Funktion $d_*[u]$)
- Knoten können mehrfach besucht werden $\Rightarrow$ label-correcting

Herausforderungen:

- Wie effizient $\oplus$ berechnen (Linken)?
- Wie effizient Minimum bilden?

Operationen

Funktion gegeben durch:

- Menge von Interpolationspunkten
- $I^f := \{(t_1^f, w_1^f), \ldots, (t_k^f, w_k^f)\}$

3 Operationen notwendig:

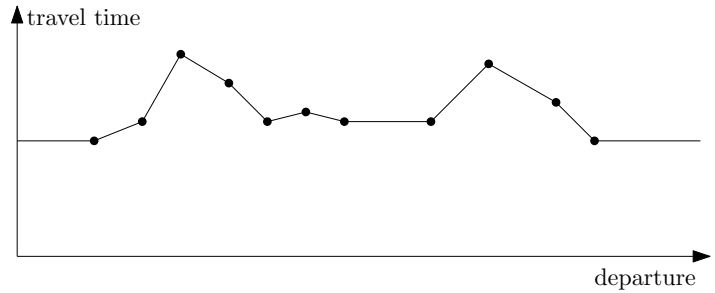
- Auswertung
- Linken $\oplus$
- Minimumsbildung

Auswertung

Evaluation von $f(\tau)$:

- Suche Punkte mit $t_i \leq \tau$ und $t_{i+1} \geq \tau$
- dann Evaluation durch

$$f(\tau) = w_i + (\tau - t_i) \cdot \frac{w_{i+1} - w_i}{t_{i+1} - t_i}$$

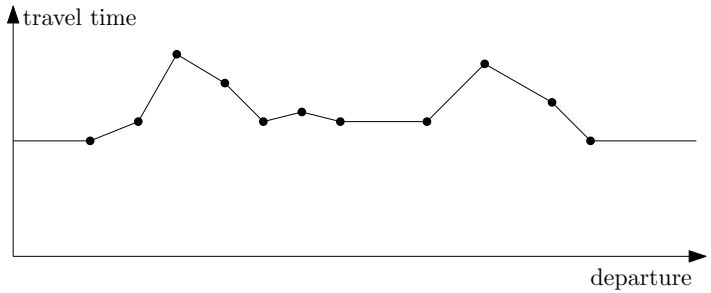


Auswertung

Evaluation von $f(\tau)$:

- Suche Punkte mit $t_i \leq \tau$ und $t_{i+1} \geq \tau$
- dann Evaluation durch

$$f(\tau) = w_i + (\tau - t_i) \cdot \frac{w_{i+1} - w_i}{t_{i+1} - t_i}$$



Problem:

- Finden von t_i und t_{i+1}
- Theoretisch:
  - Lineare Suche: $\mathcal{O}(|I|)$
  - Binäre Suche: $\mathcal{O}(\log_2 |I|)$
- Praktisch:
  - $|I| < 30 \Rightarrow$ lineare Suche
  - Sonst: Lineare Suche mit Startpunkt $\frac{\tau}{\Pi} \cdot |I|$
    wobei Π die Periodendauer ist

Linken

Definition

Seien $f : \mathbb{R}_0^+ \to \mathbb{R}_0^+$ und $g : \mathbb{R}_0^+$ zwei Funktionen die die FIFO-Eigenschaft erfüllen. Die Linkoperation $f \oplus g$ ist dann definiert durch

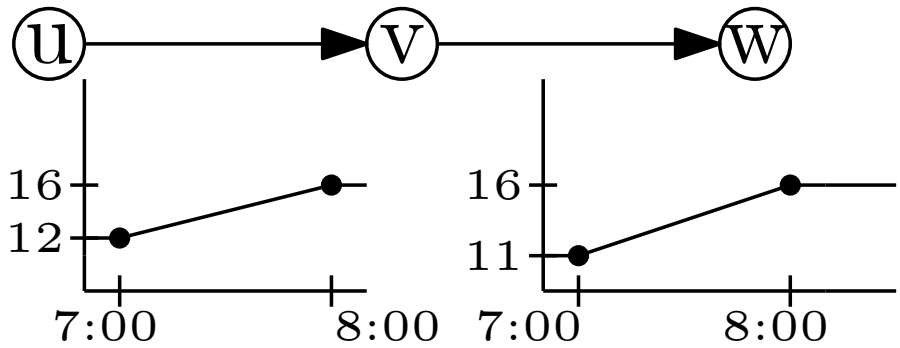
$$f \oplus g := f + g \circ (\mathrm{id} + f)$$

Oder

$$(f \oplus g)(\tau) := f(\tau) + g(\tau + f(\tau))$$

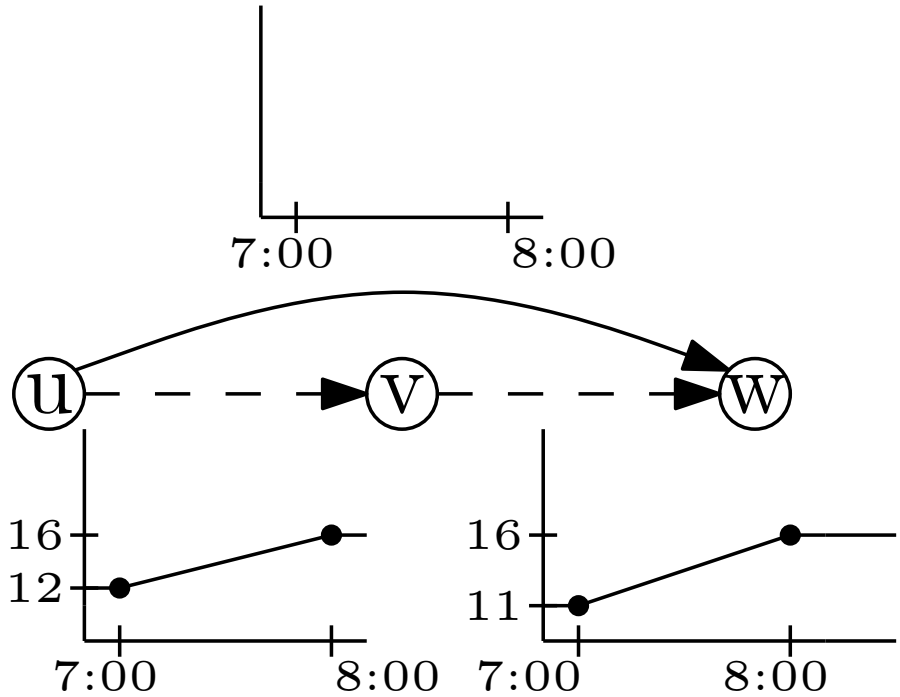
Linken

Linken zweier Funktionen f und g



Linken

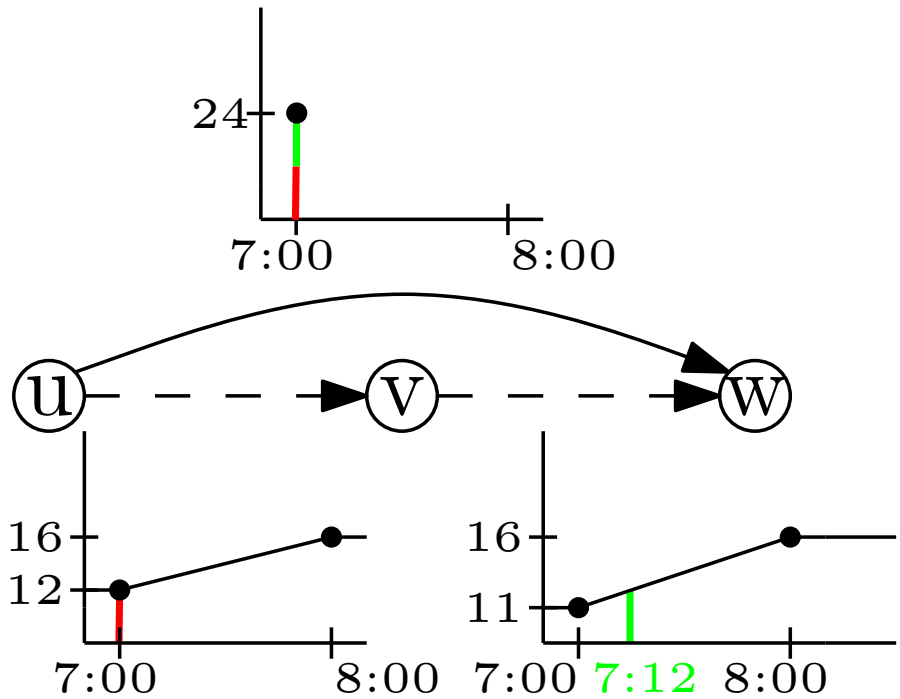
Linken zweier Funktionen f und g



Linken

Linken zweier Funktionen f und g

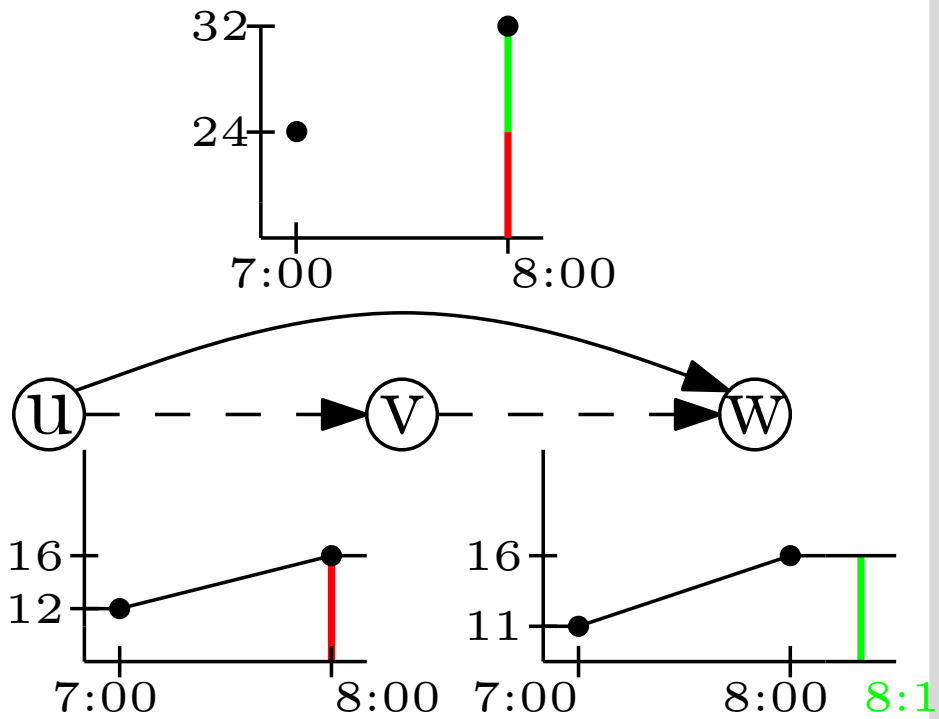
- $f \oplus g$ enthält auf jeden Fall
  $\{(t_1^f, w_1^f + g(t_1^f + w_1^f)), \ldots, (t_l^f, w_l^f + g(t_l^f + w_l^f))\}$



Linken

Linken zweier Funktionen f und g

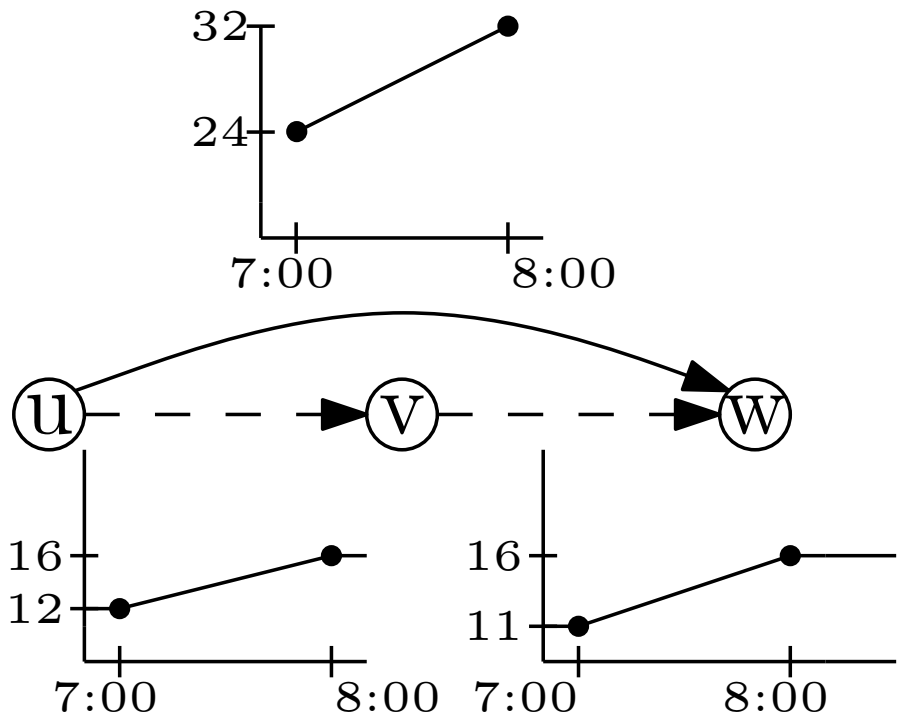
- $f \oplus g$ enthält auf jeden Fall
  $\{(t_1^f, w_1^f + g(t_1^f + w_1^f)), \ldots, (t_l^f, w_l^f + g(t_l^f + w_l^f))\}$



Linken

Linken zweier Funktionen f und g

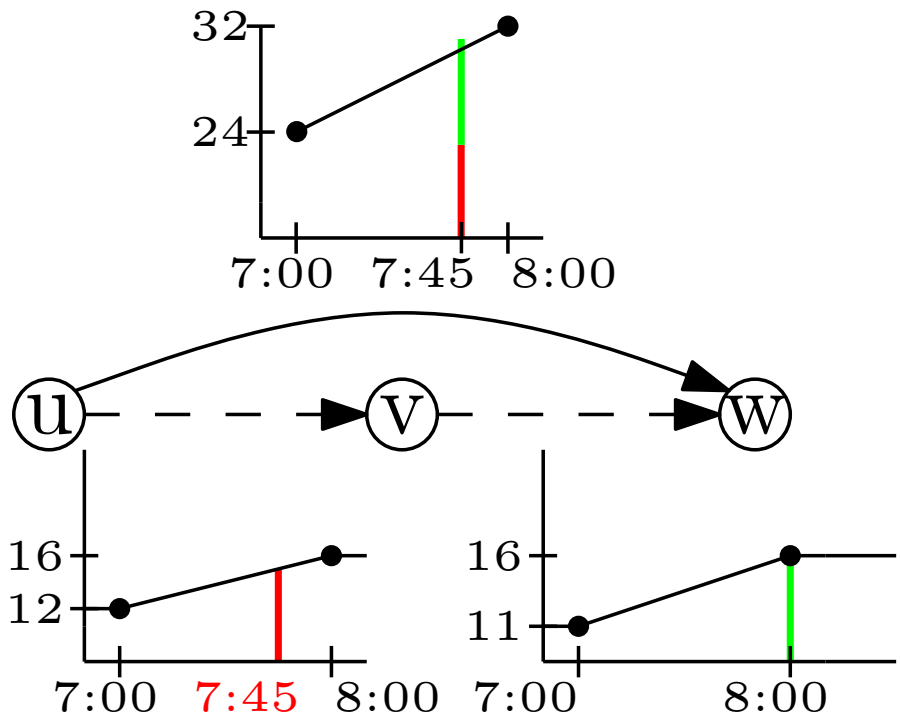
- $f \oplus g$ enthält auf jeden Fall
  $\{(t_1^f, w_1^f + g(t_1^f + w_1^f)), \ldots, (t_l^f, w_l^f + g(t_l^f + w_l^f))\}$



Linken

Linken zweier Funktionen f und g

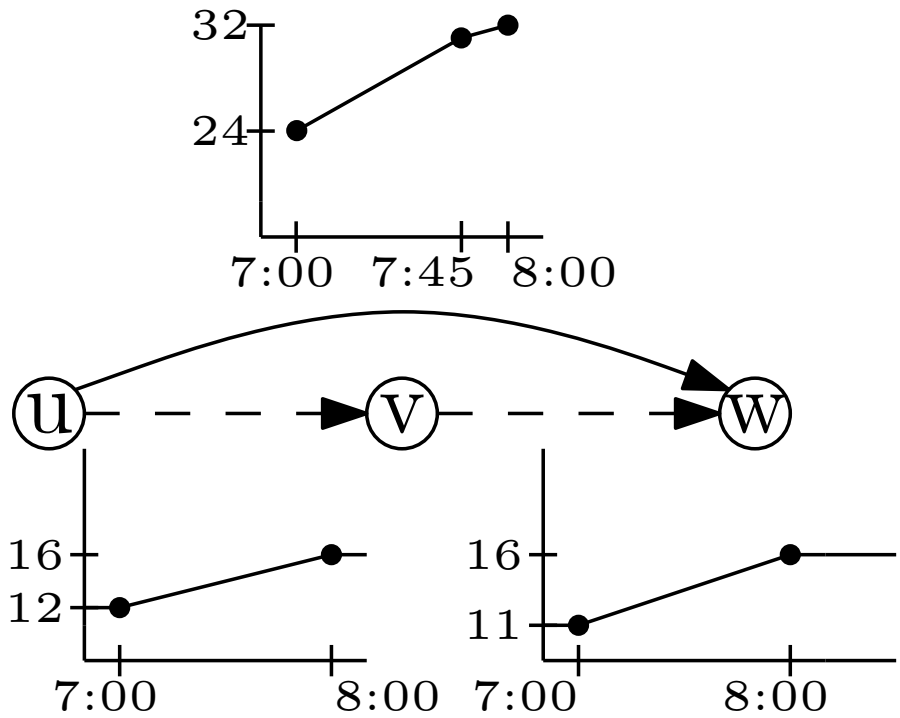
- $f \oplus g$ enthält auf jeden Fall
  $\{(t_1^f, w_1^f + g(t_1^f + w_1^f)), \ldots, (t_l^f, w_l^f + g(t_l^f + w_l^f))\}$



Linken

Linken zweier Funktionen f und g

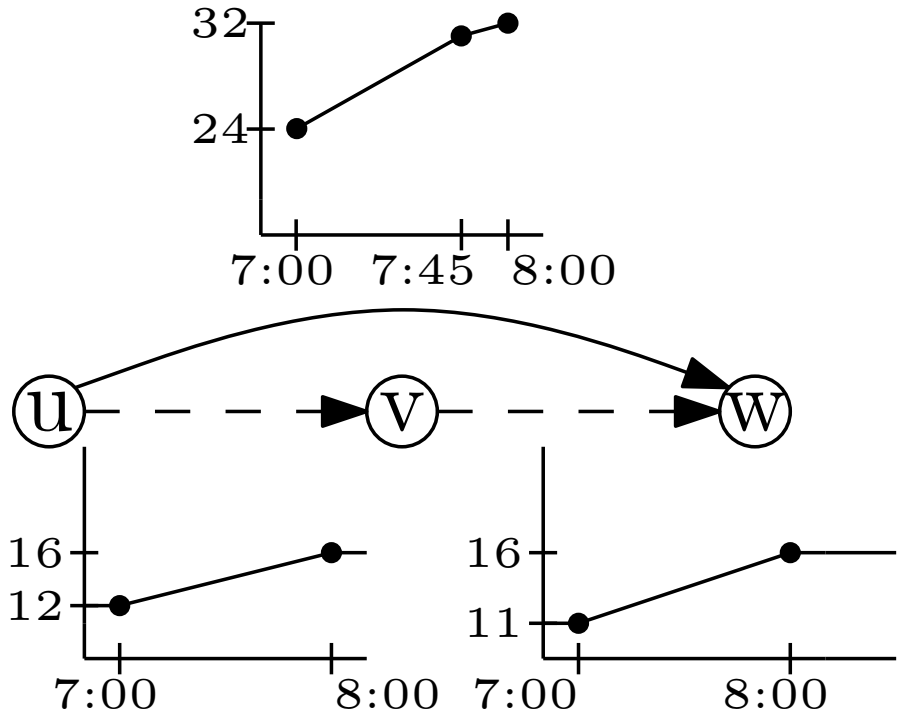
- $f \oplus g$ enthält auf jeden Fall $\{(t_1^f, w_1^f + g(t_1^f + w_1^f)), \ldots, (t_l^f, w_l^f + g(t_l^f + w_l^f))\}$
- Zusätzliche Interpolationspunkte an t_j^{-1} mit $f(t_j^{-1}) + t_j^{-1} = t_j^g$



Linken

Linken zweier Funktionen f und g

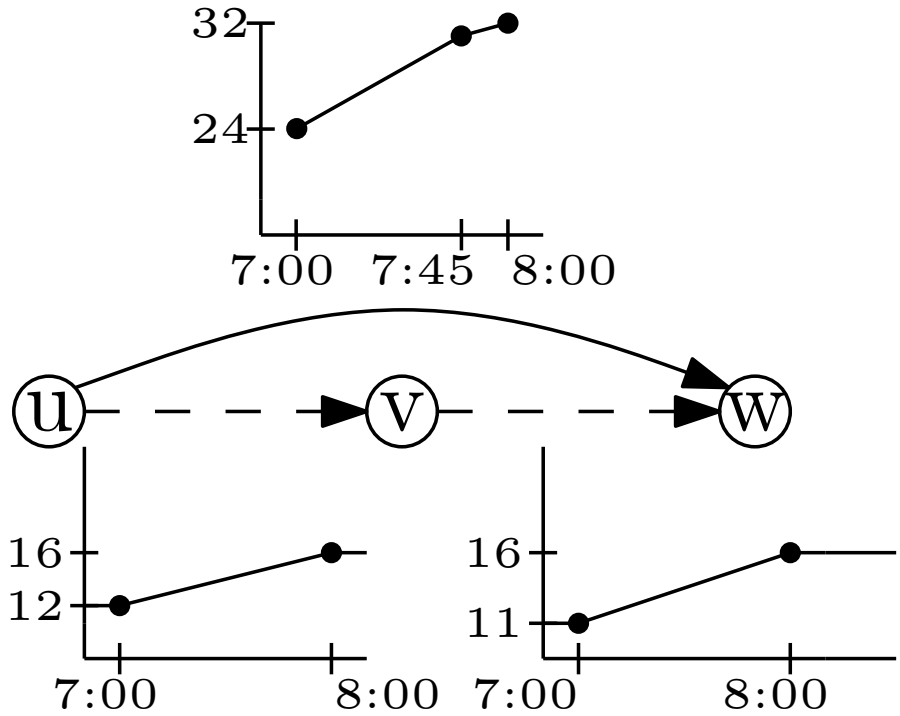
- $f \oplus g$ enthält auf jeden Fall $\{(t_1^f, w_1^f + g(t_1^f + w_1^f)), \ldots, (t_l^f, w_l^f + g(t_l^f + w_l^f))\}$
- Zusätzliche Interpolationspunkte an t_j^{-1} mit $f(t_j^{-1}) + t_j^{-1} = t_j^g$
- Füge $(t_j^{-1}, f(t_j^{-1}) + w_j^g)$ für alle Punkte von g zu $f \oplus g$



Linken

Linken zweier Funktionen f und g

- $f \oplus g$ enthält auf jeden Fall $\{(t_1^f, w_1^f + g(t_1^f + w_1^f)), \ldots, (t_l^f, w_l^f + g(t_l^f + w_l^f))\}$
- Zusätzliche Interpolationspunkte an t_j^{-1} mit $f(t_j^{-1}) + t_j^{-1} = t_j^g$
- Füge $(t_j^{-1}, f(t_j^{-1}) + w_j^g)$ für alle Punkte von g zu $f \oplus g$
- Durch linearen Sweeping-Algorithmus implementierbar



Diskussion Linken

Laufzeit

- Sweep Algorithmus
- $\mathcal{O}(|I^f| + |I^g|)$
- Zum Vergleich: Zeitunabhängig $\mathcal{O}(1)$

Diskussion Linken

Laufzeit

- Sweep Algorithmus
- $\mathcal{O}(|I^f| + |I^g|)$
- Zum Vergleich: Zeitunabhängig $\mathcal{O}(1)$

Speicherverbrauch

- Gelinkte Funktion hat $\approx |I^f| + |I^g|$ Interpolationspunkte

Diskussion Linken

Laufzeit

- Sweep Algorithmus
- $\mathcal{O}(|I^f| + |I^g|)$
- Zum Vergleich: Zeitunabhängig $\mathcal{O}(1)$

Speicherverbrauch

- Gelinkte Funktion hat $\approx |I^f| + |I^g|$ Interpolationspunkte

Problem:

- Während Profilsuche kann ein Pfad mehreren Tausend Kanten entsprechen

Diskussion Linken

Laufzeit

- Sweep Algorithmus
- $\mathcal{O}(|I^f| + |I^g|)$
- Zum Vergleich: Zeitunabhängig $\mathcal{O}(1)$

Speicherverbrauch

- Gelinkte Funktion hat $\approx |I^f| + |I^g|$ Interpolationspunkte

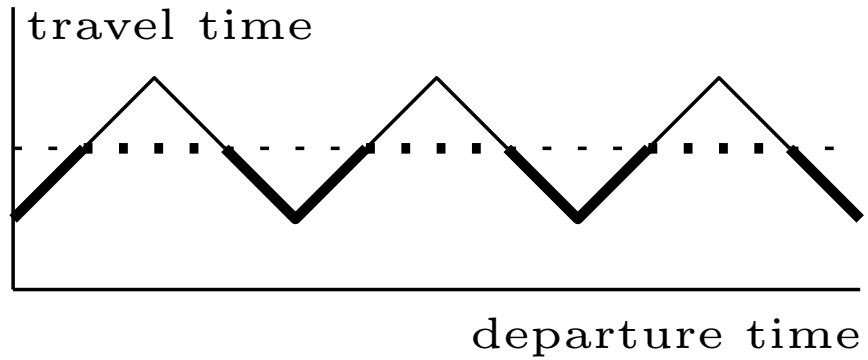
Problem:

- Während Profilsuche kann ein Pfad mehreren Tausend Kanten entsprechen
- Shortcuts...

Merge von Funktionen

Minimum zweier Funktionen f und g

- Für alle (t_i^f, w_i^f): behalte Punkt, wenn $w_i^f < g(t_i^f)$
- Für alle (t_j^g, w_j^g): behalte Punkt, wenn $w_j^g < f(t_j^g)$
- Schnittpunkte müssen ebenfalls eingefügt werden



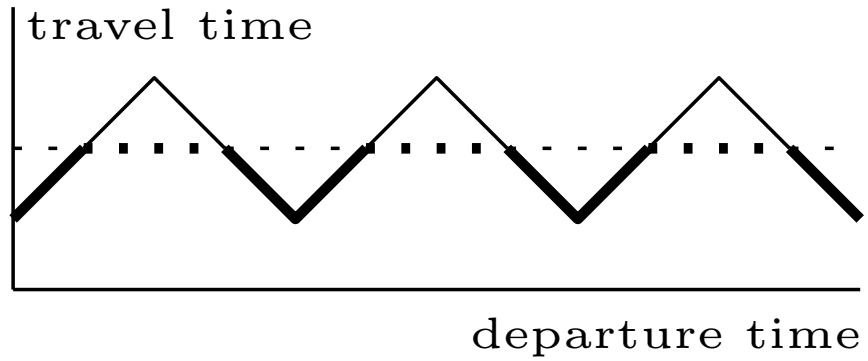
Merge von Funktionen

Minimum zweier Funktionen f und g

- Für alle (t_i^f, w_i^f): behalte Punkt, wenn $w_i^f < g(t_i^f)$
- Für alle (t_j^g, w_j^g): behalte Punkt, wenn $w_j^g < f(t_j^g)$
- Schnittpunkte müssen ebenfalls eingefügt werden

Vorgehen:

- Linearer sweep über die Stützstellen
- Evaluiere, welcher Abschnitt oben
- Checke ob Schnittpunkt existiert
- Vorsicht bei der Numerik



Diskussion Merge

Laufzeit

- Sweep Algorithmus
- $\mathcal{O}(|I^f| + |I^g|)$
- Zum Vergleich: Zeitunabhängig: $\mathcal{O}(1)$

Diskussion Merge

Laufzeit

- Sweep Algorithmus
- $\mathcal{O}(|I^f| + |I^g|)$
- Zum Vergleich: Zeitunabhängig: $\mathcal{O}(1)$

Speicherverbrauch

- Minimum-Funktion kann mehr als $|I^f| + |I^g|$ Interpolationspunkte enthalten

Diskussion Merge

Laufzeit

- Sweep Algorithmus
- $\mathcal{O}(|I^f| + |I^g|)$
- Zum Vergleich: Zeitunabhängig: $\mathcal{O}(1)$

Speicherverbrauch

- Minimum-Funktion kann mehr als $|I^f| + |I^g|$ Interpolationspunkte enthalten

Problem:

- Während Profilsuche werden Funktionen gemergt
- Laufzeit der Profilsuchen wird durch diese Operationen (link + merge) dominiert

Eingabe

- Netzwerk Deutschland $|V| \approx 4.7$ Mio., $|E| \approx 10.8$ Mio.
- 5 Verkehrszenarien:
  - Montag: $\approx 8\%$ Kanten zeitabhängig
  - Dienstag - Donnerstag: $\approx 8\%$
  - Freitag: $\approx 7\%$
  - Samstag: $\approx 5\%$
  - Sonntag: $\approx 3\%$

”Grad” der Zeitabhängigkeit

	#delete mins	slow-down	time [ms]	slow-down
kein	2,239,500	0.00%	1219.4	0.00%
Montag	2,377,830	6.18%	1553.5	27.40%
DiDo	2,305,440	2.94%	1502.9	23.25%
Freitag	2,340,360	4.50%	1517.2	24.42%
Samstag	2,329,250	4.01%	1470.4	20.59%
Sonntag	2,348,470	4.87%	1464.4	20.09%

Beobachtung:

- kaum Veränderung in Suchraum
- Anfragen etwas langsamer durch Auswertung

Profilsuchen

Beobachtung:

- Nicht durchführbar auf Europa-Instanz durch zu großen Speicherbedarf ($>$ 32 GiB RAM)
- Interpoliert:
  - Suchraum steigt um ca. 10%
  - Suchzeiten um einen Faktor von bis zu 2 500 über Dijkstra

$\Rightarrow$ inpraktikabel

Zusammenfassung

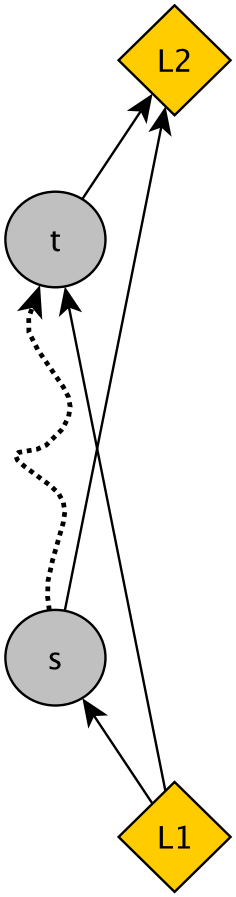
Zeitabhängige Netzwerke (Basics)

- Funktionen statt Konstanten an Kanten
- Operationen werden teurer
  - $\mathcal{O}(\log |f|)$ für Auswertung
  - $\mathcal{O}(|f^f| + |f^g|)$ für Linken und Minimum
  - Speicherverbrauch explodiert
- Zeitanfragen:
  - Normaler Dijkstra
  - Kaum langsamer (lediglich Auswertung)
- Profilanfragen
  - nicht zu handhaben

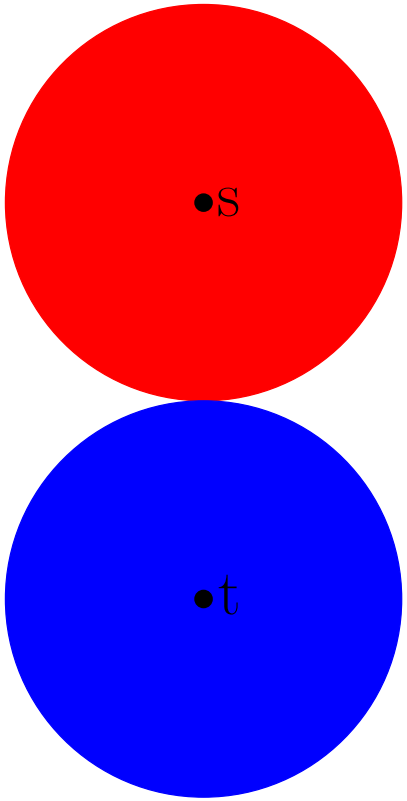
Beschleunigungstechniken

Beschleunigungstechniken

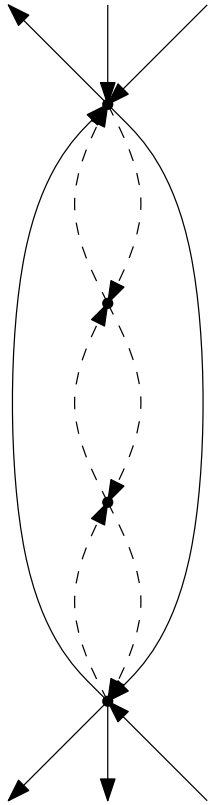
Landmarken



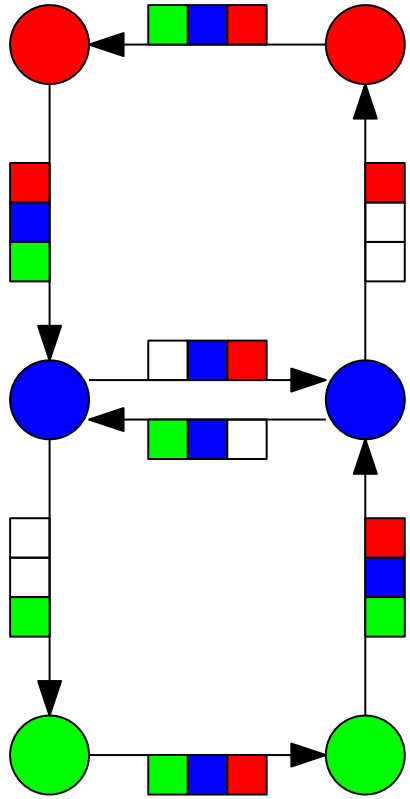
Bidirektionale Suche



Kontraktion



Arc-Flags



Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Landmarken

Vorberechnung:

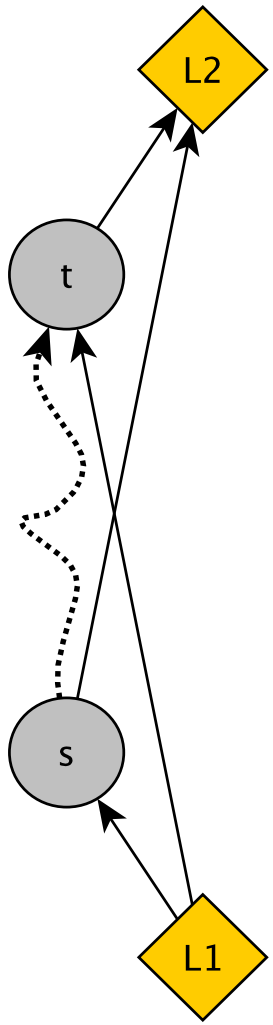
- wähle eine Hand voll (≈ 16) Knoten als Landmarken
- berechne Abstände von und zu allen Landmarken

Anfrage:

- benutze Landmarken und Dreiecksungleichung um eine untere Schranke für den Abstand zum Ziel zu bestimmen

$$\begin{aligned} d(s,t) &\geq d(L_1,t) - d(L_1,s) \\ d(s,t) &\geq d(s,L_2) - d(t,L_2) \end{aligned}$$

- verändert Reihenfolge der besuchten Knoten



Anpassung

Beobachtung:

- Korrektheit von ALT basiert darauf, dass reduzierte Kosten größergleich 0 sind

$$\text{len}_\pi(u, v) = \text{len}(u, v) - \pi(u) + \pi(v) \overset{!}{\geq} 0$$

- durch Erhöhen der Kantengewichte wird dies nicht verletzt

Anpassung

Beobachtung:

- Korrektheit von ALT basiert darauf, dass reduzierte Kosten größergleich 0 sind

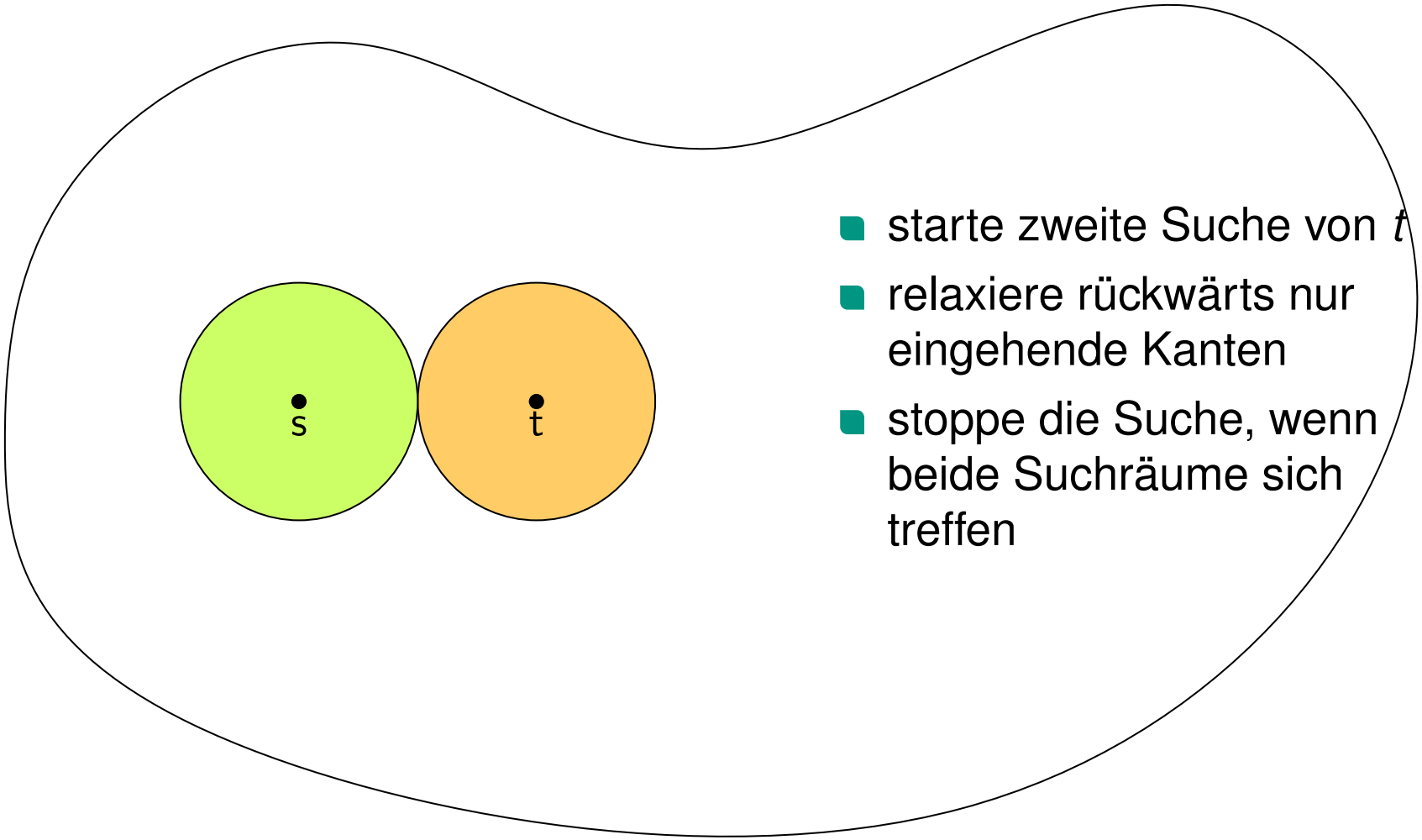
$$\text{len}_\pi(u,v) = \text{len}(u,v) - \pi(u) + \pi(v) \overset{!}{\geq} 0$$

- durch Erhöhen der Kantengewichte wird dies nicht verletzt

Somit:

- Definiere lowerbound-Graph $\underline{G} = (V, E, \underline{\text{len}})$ mit $\underline{\text{len}} := \min \text{len}$
- Vorberechnung auf lowerbound-Graph
- korrekt aber eventuell langsamere Anfragezeiten

Bidirektionale Suche



- starte zweite Suche von t
- relaxiere rückwärts nur eingehende Kanten
- stoppe die Suche, wenn beide Suchräume sich treffen

Anpassung

Zeitanfragen:

- Ankunft unbekannt $\Rightarrow$ Rückwärtsuche?

Anpassung

Zeitanfragen:

- Ankunft unbekannt $\Rightarrow$ Rückwärtsuche?
- Rückwärtssuche nur zum Einschränken der Vorwärtssuche benutzen
- je nach Beschleunigungstechnik verschieden $\rightsquigarrow$ später

Anpassung

Zeitanfragen:

- Ankunft unbekannt $\Rightarrow$ Rückwärtsuche?
- Rückwärtssuche nur zum Einschränken der Vorwärtssuche benutzen
- je nach Beschleunigungstechnik verschieden $\rightsquigarrow$ später

Profilanfragen:

- Anfrage zu allen Startzeitpunkten
- somit Rückwärtsuche kein Problem
- μ: tentative Abstandsfunktion
- breche ab, wenn $\text{minKey}(\overrightarrow{Q}) + \text{minKey}(\overleftarrow{Q}) \geq \overline{\mu}$
  Erinnere: key von v ist der lowerbound seiner Profilfunktion

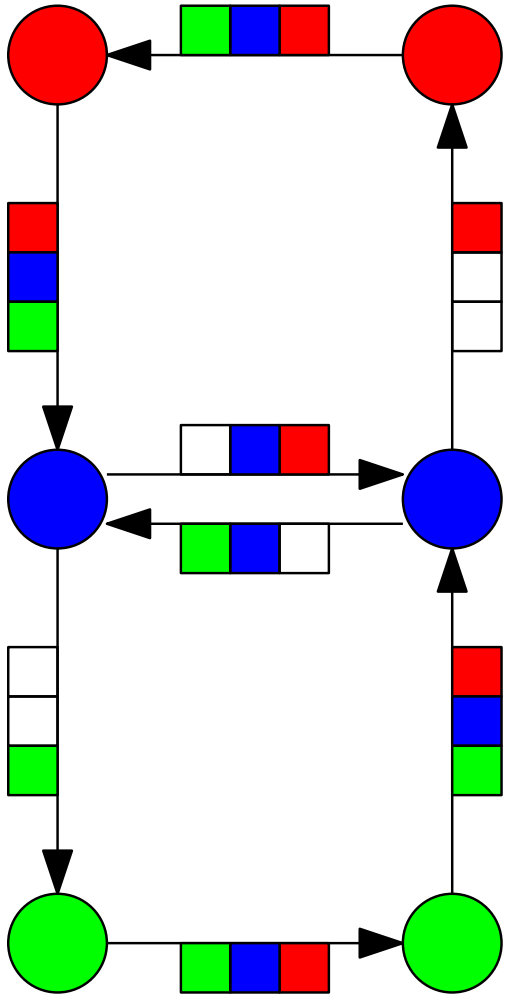
Arc-Flags

Idee:

- partitioniere den Graph in k Zellen
- hänge ein Label mit k Bits an jede Kante
- zeigt ob e wichtig für die Zielzelle ist
- modifizierter Dijkstra überspringt unwichtige Kanten

Beobachtung:

- Partition wird auf ungewichtetem Grahen durchgeführt
- Flaggen müssen allerdings aktualisiert werden



Anpassung

Idee:

- ändere Intuition einer gesetzten Flagge
- Konzept bleibt gleich: Eine Flagge pro Kante und Region
- setze Flagge wenn Kante mindestens ein mal am Tag “wichtig” ist

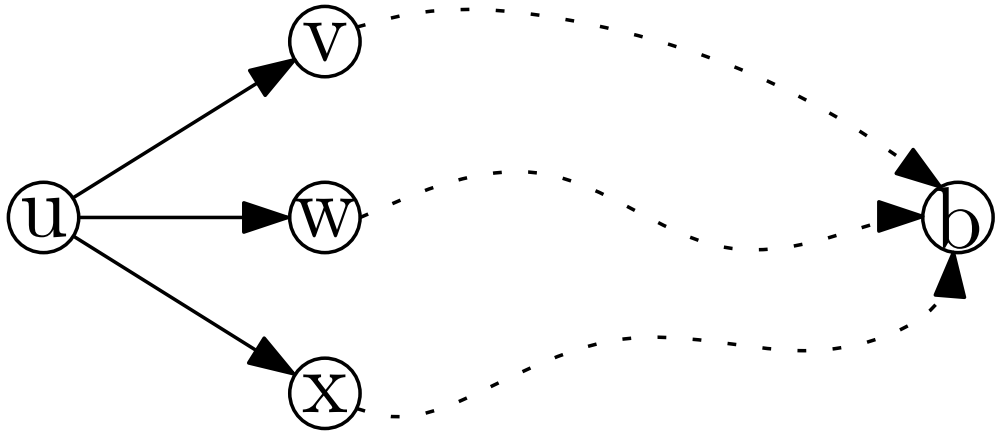
Anpassung

Idee:

- ändere Intuition einer gesetzten Flagge
- Konzept bleibt gleich: Eine Flagge pro Kante und Region
- setze Flagge wenn Kante mindestens ein mal am Tag “wichtig” ist

Anpassung:

- für alle Randknoten b und alle Knoten u:
- Berechne Abstandsfunktion $d_*(u, b)$
- setze Flagge wenn gilt $\text{len}(u, v) \oplus d_*(v, b) \not\succ d_*(u, b)$



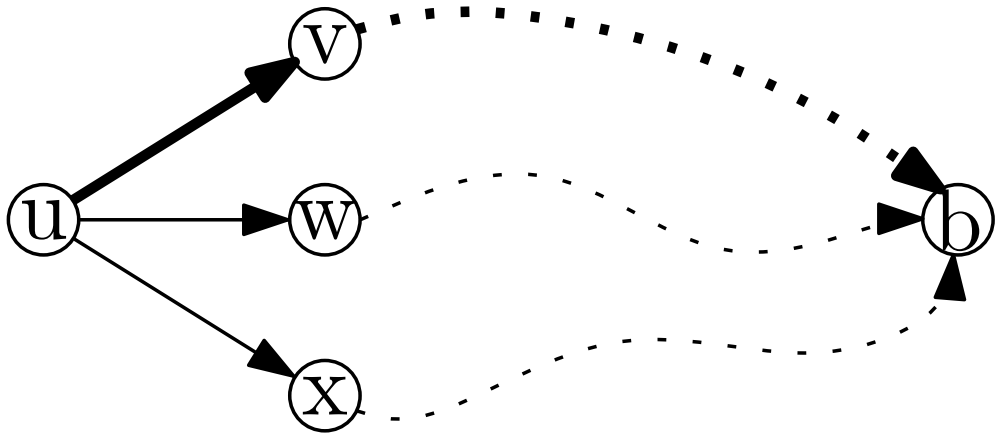
Anpassung

Idee:

- ändere Intuition einer gesetzten Flagge
- Konzept bleibt gleich: Eine Flagge pro Kante und Region
- setze Flagge wenn Kante mindestens ein mal am Tag “wichtig” ist

Anpassung:

- für alle Randknoten b und alle Knoten u:
- Berechne Abstandsfunktion $d_*(u, b)$
- setze Flagge wenn gilt $\text{len}(u, v) \oplus d_*(v, b) \not\succ d_*(u, b)$



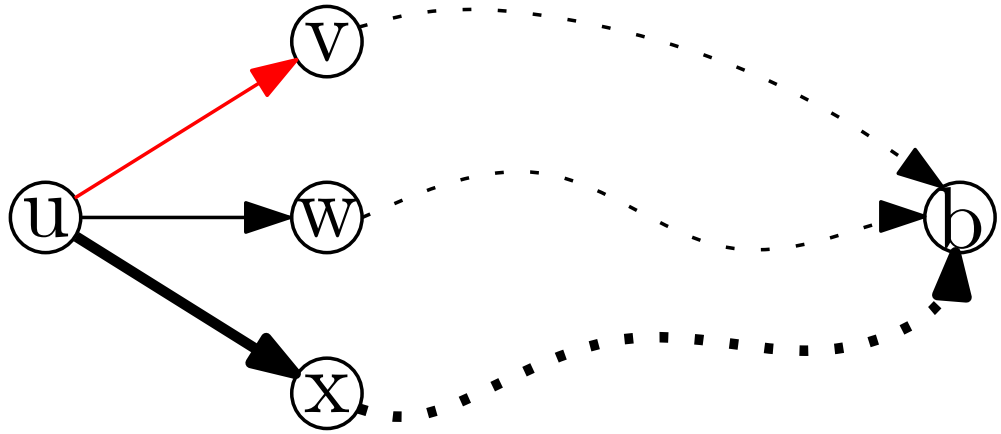
Anpassung

Idee:

- ändere Intuition einer gesetzten Flagge
- Konzept bleibt gleich: Eine Flagge pro Kante und Region
- setze Flagge wenn Kante mindestens ein mal am Tag “wichtig” ist

Anpassung:

- für alle Randknoten b und alle Knoten u:
- Berechne Abstandsfunktion $d_*(u, b)$
- setze Flagge wenn gilt $\text{len}(u, v) \oplus d_*(v, b) \not> d_*(u, b)$



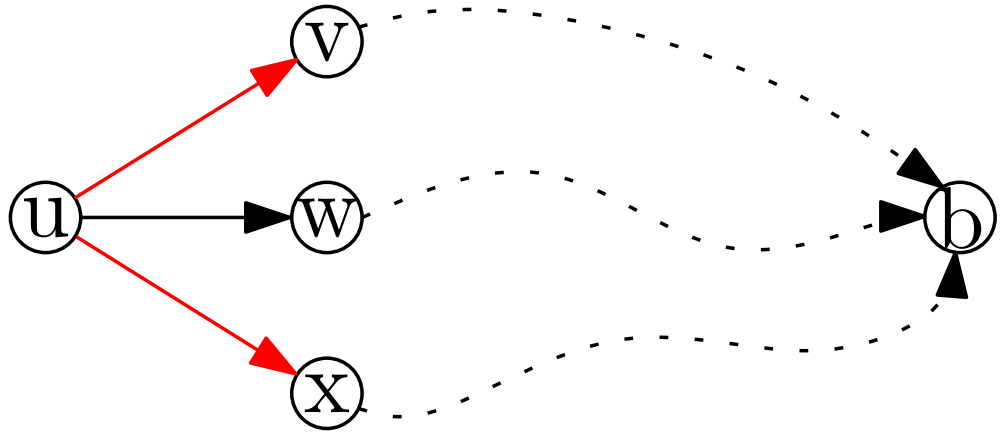
Anpassung

Idee:

- ändere Intuition einer gesetzten Flagge
- Konzept bleibt gleich: Eine Flagge pro Kante und Region
- setze Flagge wenn Kante mindestens ein mal am Tag “wichtig” ist

Anpassung:

- für alle Randknoten b und alle Knoten u:
- Berechne Abstandsfunktion $d_*(u, b)$
- setze Flagge wenn gilt $\text{len}(u, v) \oplus d_*(v, b) \not> d_*(u, b)$

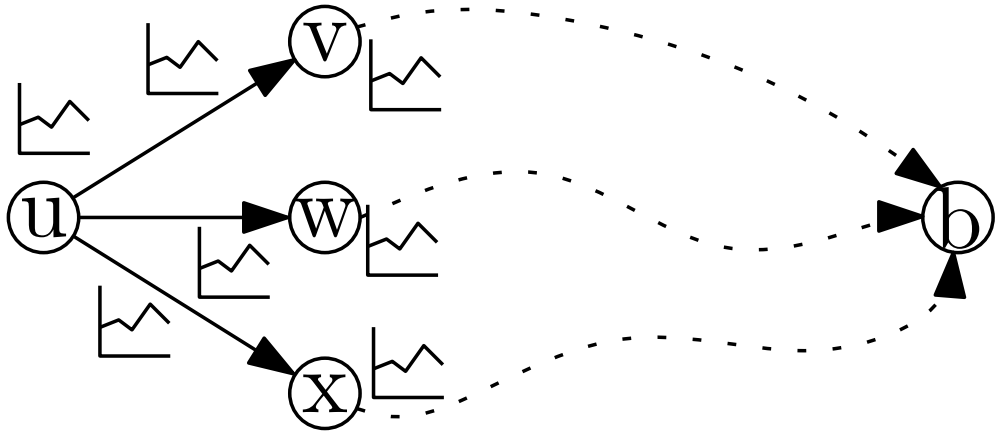


Approximation Arc-Flags

Beobachtung:

- viele Interpolationspunkte (Straße)
- Berechnung der Abstandsfunktionen ist sehr zeitintensiv
- Laufzeit stark abhängig von der Komplexität der Funktionen

Idee:



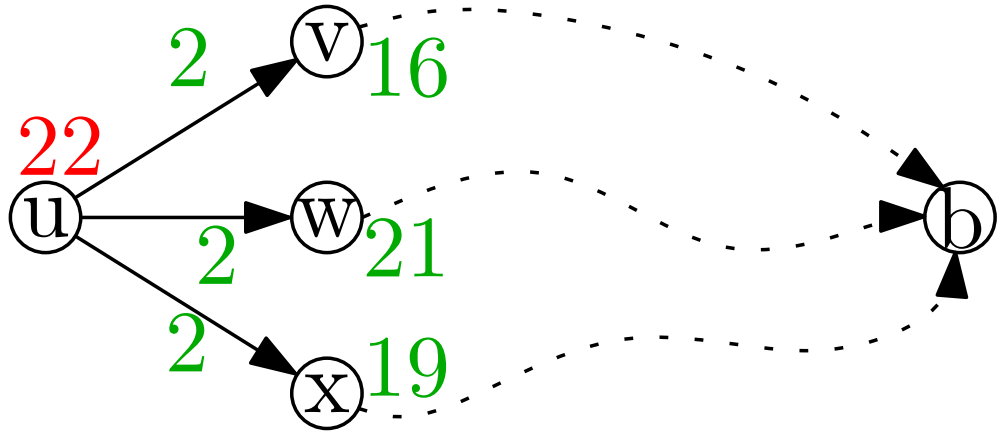
Approximation Arc-Flags

Beobachtung:

- viele Interpolationspunkte (Straße)
- Berechnung der Abstandsfunktionen ist sehr zeitintensiv
- Laufzeit stark abhängig von der Komplexität der Funktionen

Idee:

- benutze über- and Unterapproximation



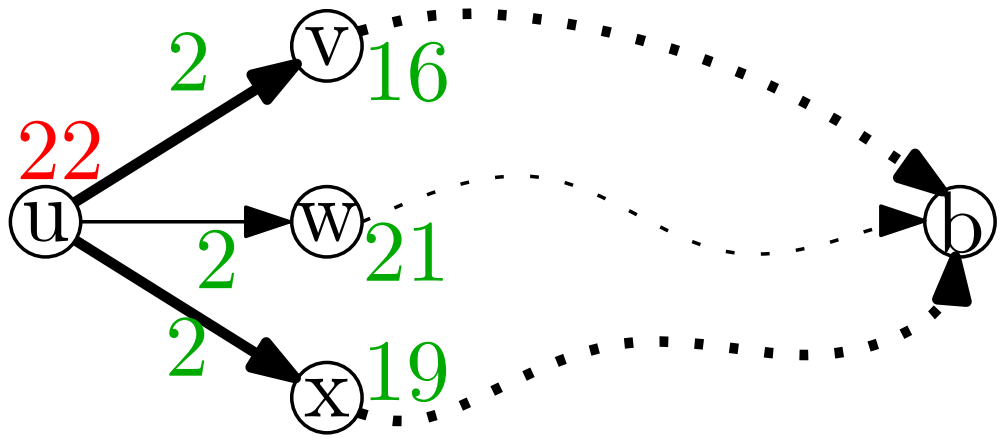
Approximation Arc-Flags

Beobachtung:

- viele Interpolationspunkte (Straße)
- Berechnung der Abstandsfunktionen ist sehr zeitintensiv
- Laufzeit stark abhängig von der Komplexität der Funktionen

Idee:

- benutze über- and Unterapproximation



Approximation Arc-Flags

Beobachtung:

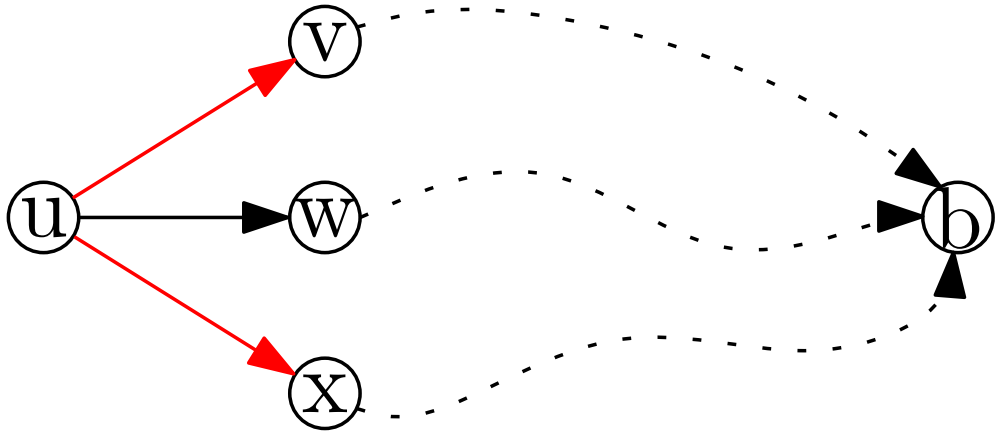
- viele Interpolationspunkte (Straße)
- Berechnung der Abstandsfunktionen ist sehr zeitintensiv
- Laufzeit stark abhängig von der Komplexität der Funktionen

Idee:

- benutze über- and Unterapproximation

$\Rightarrow$ schnellere Vorberechnung, langsamere Anfragen

$\Rightarrow$ aber immer noch korrekt



Heuristische Flaggen

Idee:

- führe von jedem Randknoten K Zeitanfragen aus
- mit fester Ankunftszeit
- setze Flagge, wenn Kante auf einem dem Bäume eine Baumkante ist

Heuristische Flaggen

Idee:

- führe von jedem Randknoten K Zeitanfragen aus
- mit fester Ankunftszeit
- setze Flagge, wenn Kante auf einem dem Bäume eine Baumkante ist

Beobachtungen:

- Flaggen eventuell nicht korrekt
- ein Pfad wird aber immer gefunden
- Fehlerrate?

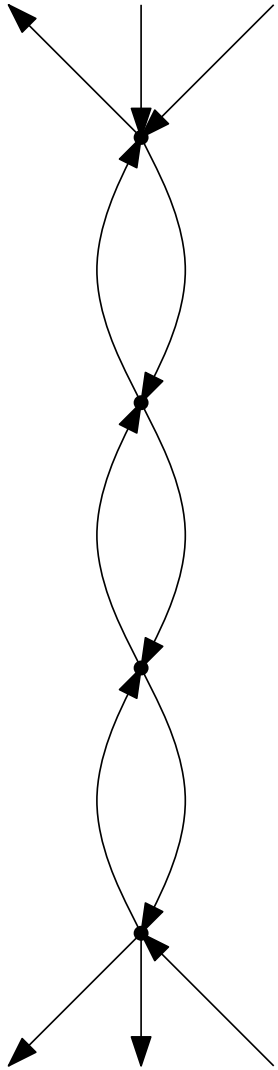
Kontraktion

Knoten-Reduktion:

- entferne Knoten
- füge neue Kanten (Shortcuts) hinzu, um die Abstände zwischen verbleibenden Knoten zu erhalten

Zeugensuche:

- behalte nur relevante Shortcuts
- lokale Suche während oder nach Knoten-Reduktion



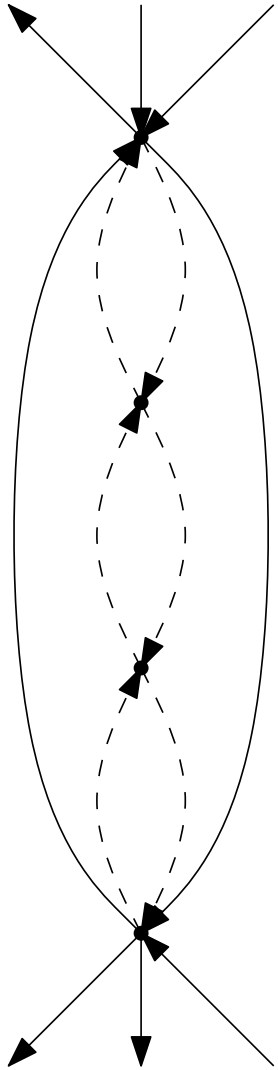
Kontraktion

Knoten-Reduktion:

- entferne Knoten
- füge neue Kanten (Shortcuts) hinzu, um die Abstände zwischen verbleibenden Knoten zu erhalten

Zeugensuche:

- behalte nur relevante Shortcuts
- lokale Suche während oder nach Knoten-Reduktion



Anpassung Zeugensuche

Zeitunabhängig:

- Kante (u, v) nicht nötig, wenn (u, v) nicht Teil des kürzesten Weges von u nach v ist, also $\text{len}(u, v) > d(u, v)$
- lokale Dijkstra-Suche von u

Zeitabhängig:

Anpassung Zeugensuche

Zeitunabhängig:

- Kante (u, v) nicht nötig, wenn (u, v) nicht Teil des kürzesten Weges von u nach v ist, also $\text{len}(u, v) > d(u, v)$
- lokale Dijkstra-Suche von u

Zeitabhängig:

- Kante (u, v) nicht nötig, wenn (u, v) nicht Teil eines kürzesten Wege von u nach v ist, also $\text{len}(u, v) > d_*(u, v)$
- lokale Profilsuche
- Problem: deutlich langsamer

Korridorsuche

Idee:

- führe zunächst zwei Dijkstra-Suchen mit $\underline{\text{len}}$ und $\overline{\text{len}}$ durch
- relaxiere dann nur solche Kanten (u, v), für die $\underline{d(s,u)} + \underline{\text{len}(u,v)} \leq \overline{d(s,v)}$ gilt
- lokale Profilsuche in diesem Korridor

Anmerkung:

- auch zur Beschleunigung von s-t Profil-Suchen

Approximation der Shortcuts

Problem:

- hoher Speicherbedarf der Shortcuts (Straße)

Ideen:

- Shortcuts nur approximieren, inexakte Anfragen
- Keine Gewichte am Shortcut speichern, stattdessen on-the-fly entpacken und Pfad linken spart Speicher, kostet Laufzeit
- speichere auf Shortcuts Über- und Unterapproximation der Funktionen
  - induzieren wieder Korridor (aber genaueren als nur Min/Max!)
  - entpacke Shortcuts im Korridor, dies gibt einen Teil des Originalgraphen
  - benutze nun die nicht-approximierten Originalkanten für eine exakte Suche

Anpassung der Basismodule

Basismodule:

0 Bidirektionale Suche
+ Landmarken
+ Kontraktion
+ Arc-Flags

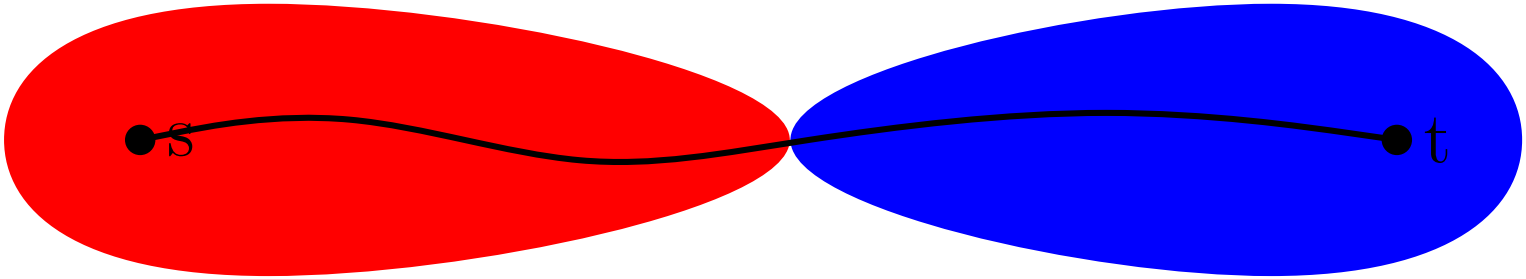
Somit sind folgende Algorithmen gute Kandidaten

- ALT
- Core-ALT
- SHARC
- Contraction Hierarchies
- MLD

Bidirektionaler zeitabhängiger ALT

Idee - Drei Phasen:

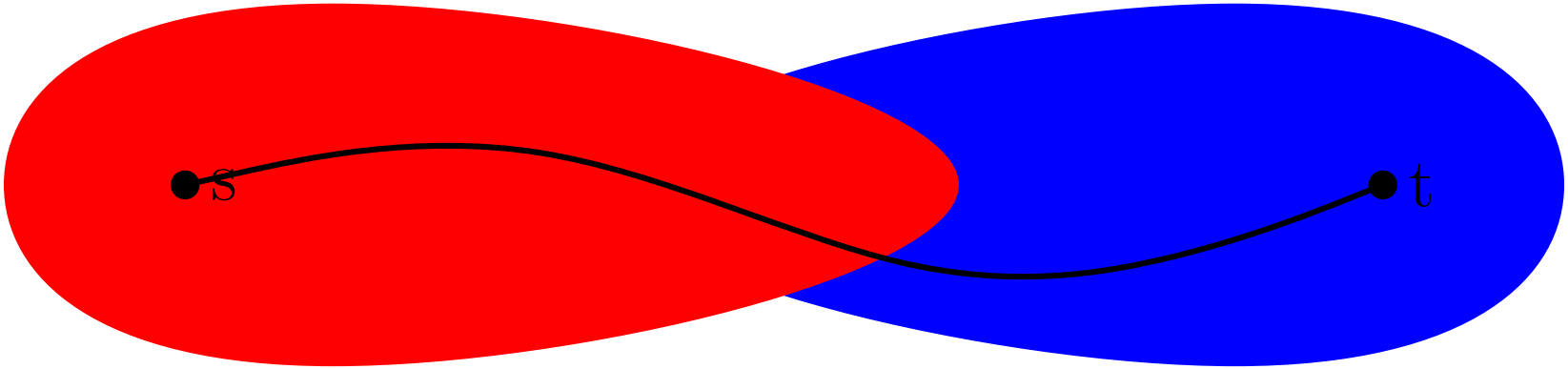
Bidirektionaler zeitabhängiger ALT



Idee - Drei Phasen:

1. Vorwärts zeitabhängig, Rückwärtssuche benutzt Minima der Funktionen. Fertig wenn Suchen sich treffen. Berechne zeitabhängige tentative Distanz μ (durch Auswerten des gefundenen Weges, alternativ: Rückwärtssuche schleift auch Maxima durch, benutzt diese zum bestimmen von μ)

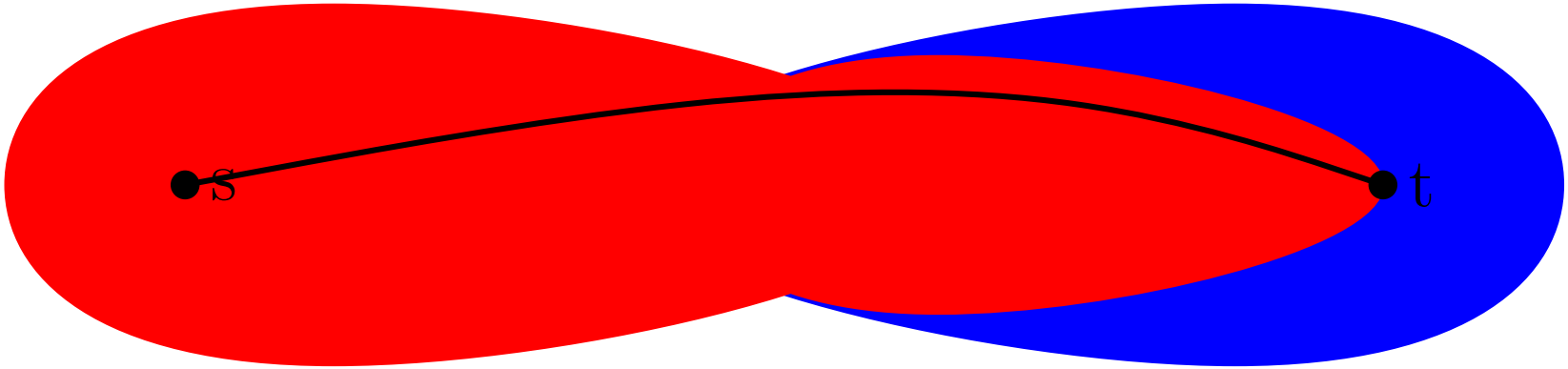
Bidirektionaler zeitabhängiger ALT



Idee - Drei Phasen:

1. Vorwärts zeitabhängig, Rückwärtssuche benutzt Minima der Funktionen. Fertig wenn Suchen sich treffen. Berechne zeitabhängige tentative Distanz μ (durch Auswerten des gefundenen Weges, alternativ: Rückwärtssuche schleift auch Maxima durch, benutzt diese zum bestimmen von μ)
2. Rückwärtssuche arbeitet weiter bis $\text{minKey}(\overleftarrow{Q}) > \mu$

Bidirektionaler zeitabhängiger ALT



Idee - Drei Phasen:

1. Vorwärts zeitabhängig, Rückwärtssuche benutzt Minima der Funktionen. Fertig wenn Suchen sich treffen. Berechne zeitabhängige tentative Distanz μ (durch Auswerten des gefundenen Weges, alternativ: Rückwärtssuche schleift auch Maxima durch, benutzt diese zum bestimmen von μ)
2. Rückwärtssuche arbeitet weiter bis $\text{minKey}(\overleftarrow{Q}) > \mu$
3. Vorwärtssuche arbeitet weiter bis *t* abgearbeitet worden ist und besucht nur Knoten, die die Rückwärtssuche zuvor besucht hat

Approximation

Beobachtung:

- Phase 2 läuft recht lange weiter, bis $\text{minKey}(\overleftarrow{Q}) > \mu$ gilt
- insbesondere dann schlecht, wenn die lower bounds stark vom echten Wert abweichen

Approximation:

- breche Phase 2 bereits ab, wenn $\text{minKey}(\overleftarrow{Q}) \cdot K > \mu$ gilt
- dann ist der berechnete Weg eine K-Approximation des kürzesten Weges

Experimente

			Error				Query		
				relative		abs.	#sett.	#rel.	time
scen.	algorithm	K	rate	av.	max	max [s]	nodes	edges	[ms]
mid	uni-ALT	–	0.0%	0.000%	0.00%	0	200 236	239 112	147.20
	TDALT	1.00	0.0%	0.000%	0.00%	0	116 476	138 696	98.27
		1.15	12.4%	0.094%	14.32%	1 892	50 764	60 398	36.91
		1.50	12.5%	0.097%	27.59%	1 892	50 742	60 371	36.86
Sat	uni-ALT	–	0.0%	0.000%	0.00%	0	148 331	177 568	100.07
	TDALT	1.00	0.0%	0.000%	0.00%	0	63 717	76 001	47.41
		1.15	10.5%	0.088%	13.97%	2 613	50 042	59 607	36.00
		1.50	10.6%	0.089%	26.17%	2 613	50 036	59 600	35.63
Sun	uni-ALT	–	0.0%	0.000%	0.00%	0	142 631	170 670	92.79
	TDALT	1.00	0.0%	0.000%	0.00%	0	58 956	70 333	42.96
		1.15	10.4%	0.088%	14.28%	1 753	50 349	59 994	36.04
		1.50	10.5%	0.089%	32.08%	1 753	50 345	59 988	35.74

Core-ALT

Idee

- begrenze Beschleunigungstechnik auf kleinen Subgraphen (Kern)

Vorberechnung

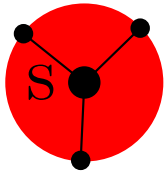
- kontrahiere Graphen zu einem Kern
- Landmarken nur im Kern

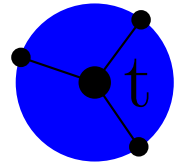
Anfrage

Core-ALT

Idee

- begrenze Beschleunigungstechnik auf kleinen Subgraphen (Kern)





Vorberechnung

- kontrahiere Graphen zu einem Kern
- Landmarken nur im Kern

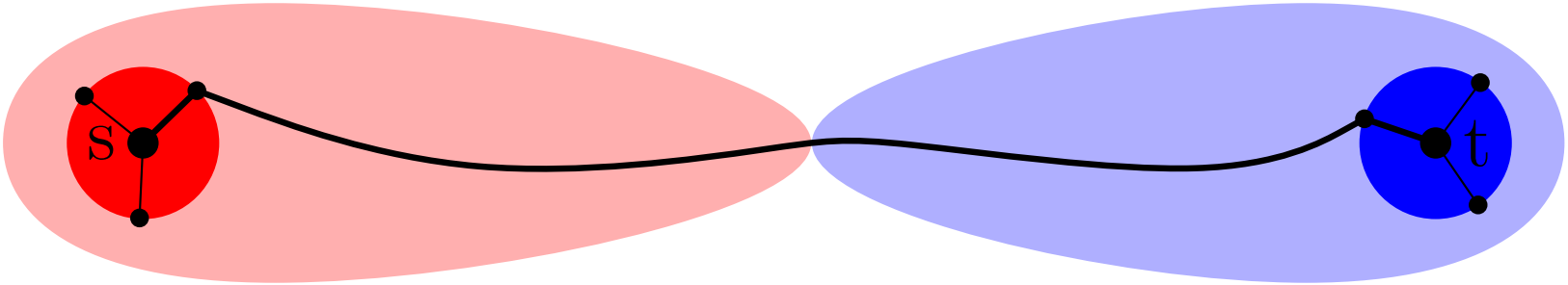
Anfrage

- Initialphase: normaler Dijkstra

Core-ALT

Idee

- begrenze Beschleunigungstechnik auf kleinen Subgraphen (Kern)



Vorberechnung

- kontrahiere Graphen zu einem Kern
- Landmarken nur im Kern

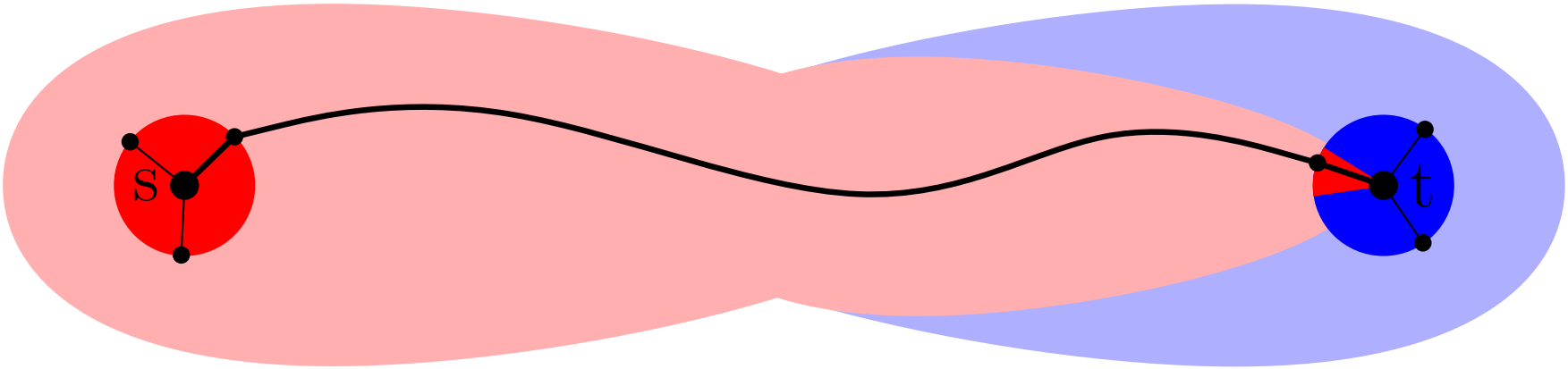
Anfrage

- Initialphase: normaler Dijkstra
- benutze Landmarken nur im Kern

Core-ALT

Idee

- begrenze Beschleunigungstechnik auf kleinen Subgraphen (Kern)



Vorberechnung

- kontrahiere Graphen zu einem Kern
- Landmarken nur im Kern

Anfrage

- Initialphase: normaler Dijkstra
- benutze Landmarken nur im Kern
- zeitabhängig:
  - Rückwärtssuche ist zeitunabhängig
  - Vorwärtssuche darf alle Knoten der Rückwärtssuche besuchen

Experimente

		Preproc.		Error				Query		
		time	space	relative			abs.	#settled	#relaxed	time
scenario	K	[min]	[B/n]	rate	av.	max	max [s]	nodes	edges	[ms]
	1.00	9	50.3	0.0%	0.000%	0.00%	0	2 984	11 316	4.84
Monday	1.15	9	50.3	8.3%	0.051%	11.00%	1 618	1 588	5 303	1.84
	1.50	9	50.3	8.3%	0.052%	17.25%	1 618	1 587	5 301	1.84
	1.00	9	50.3	0.0%	0.000%	0.00%	0	3 190	12 255	5.36
midweek	1.15	9	50.3	8.2%	0.051%	13.84%	2 408	1 593	5 339	1.87
	1.50	9	50.3	8.2%	0.052%	13.84%	2 408	1 592	5 337	1.86
	1.00	8	44.9	0.0%	0.000%	0.00%	0	3 097	12 162	5.21
Friday	1.15	8	44.9	7.8%	0.052%	11.29%	2 348	1 579	5 376	1.82
	1.50	8	44.9	7.8%	0.054%	21.19%	2 348	1 579	5 374	1.82
	1.00	6	27.8	0.0%	0.000%	0.00%	0	1 856	7 188	2.42
Saturday	1.15	6	27.8	4.4%	0.031%	11.50%	1 913	1 539	5 542	1.71
	1.50	6	27.8	4.4%	0.031%	24.17%	1 913	1 539	5 541	1.71
	1.00	5	19.1	0.0%	0.000%	0.00%	0	1 773	6 712	2.13
Sunday	1.15	5	19.1	4.0%	0.029%	12.72%	1 400	1 551	5 541	1.68
	1.50	5	19.1	4.1%	0.029%	17.84%	1 400	1 550	5 540	1.68

SHARC (Kontraktion, Arc-Flags)

Vorberechnung:

- Multi-Level-Partition
- iterativer Prozess:
  - kontrahiere Subgraphen
  - berechne Flaggen
- Flaggenverfeinerung

Anpassung:

- Kontraktion und Flaggen berechnung anpassen
- Verfeinerung durch (lokale) Profilsuchen

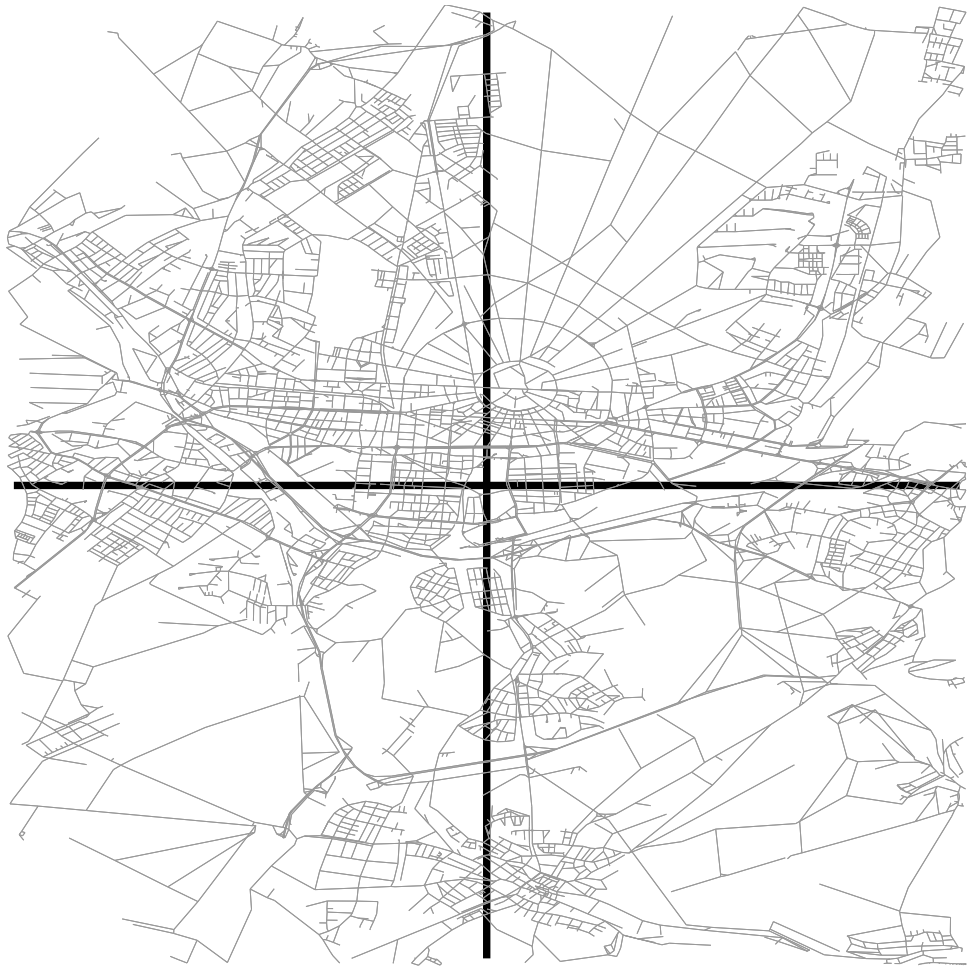
SHARC (Kontraktion, Arc-Flags)

Vorberechnung:

- Multi-Level-Partition
- iterativer Prozess:
  - kontrahiere Subgraphen
  - berechne Flaggen
- Flaggenverfeinerung

Anpassung:

- Kontraktion und Flaggen berechnung anpassen
- Verfeinerung durch (lokale) Profilsuchen



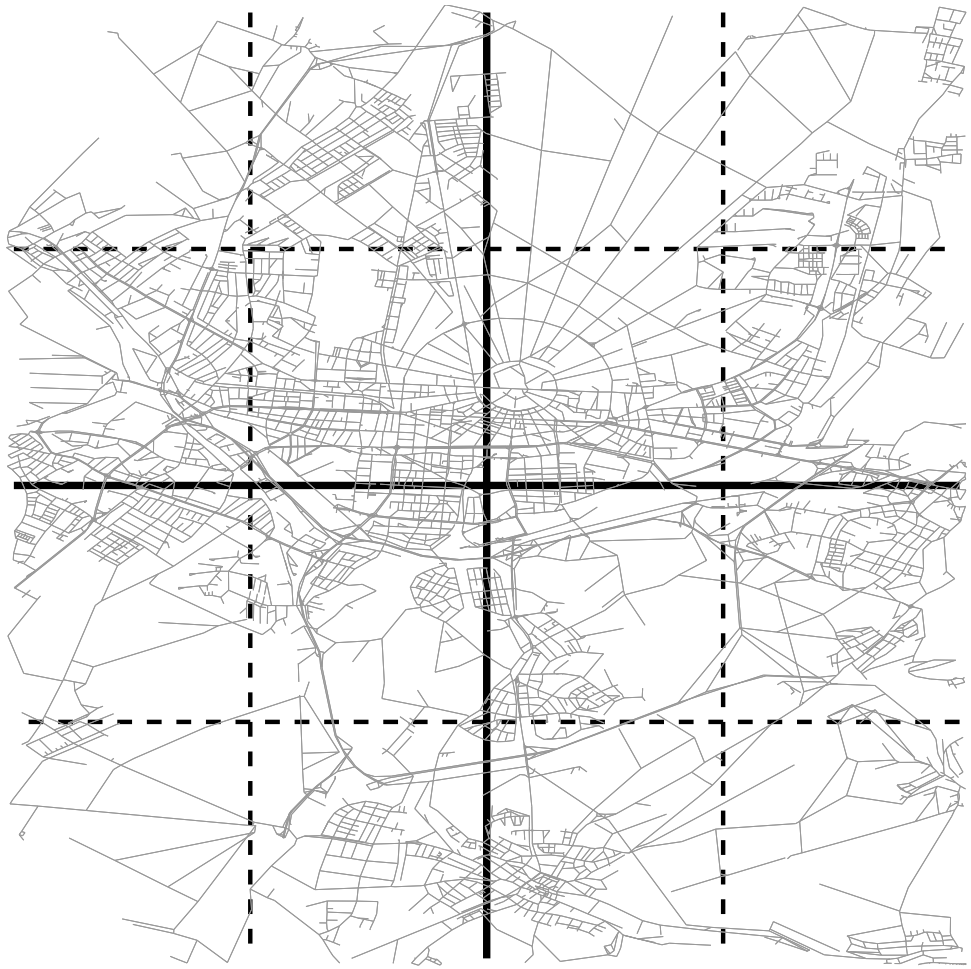
SHARC (Kontraktion, Arc-Flags)

Vorberechnung:

- Multi-Level-Partition
- iterativer Prozess:
  - kontrahiere Subgraphen
  - berechne Flaggen
- Flaggenverfeinerung

Anpassung:

- Kontraktion und Flaggen berechnung anpassen
- Verfeinerung durch (lokale) Profilsuchen



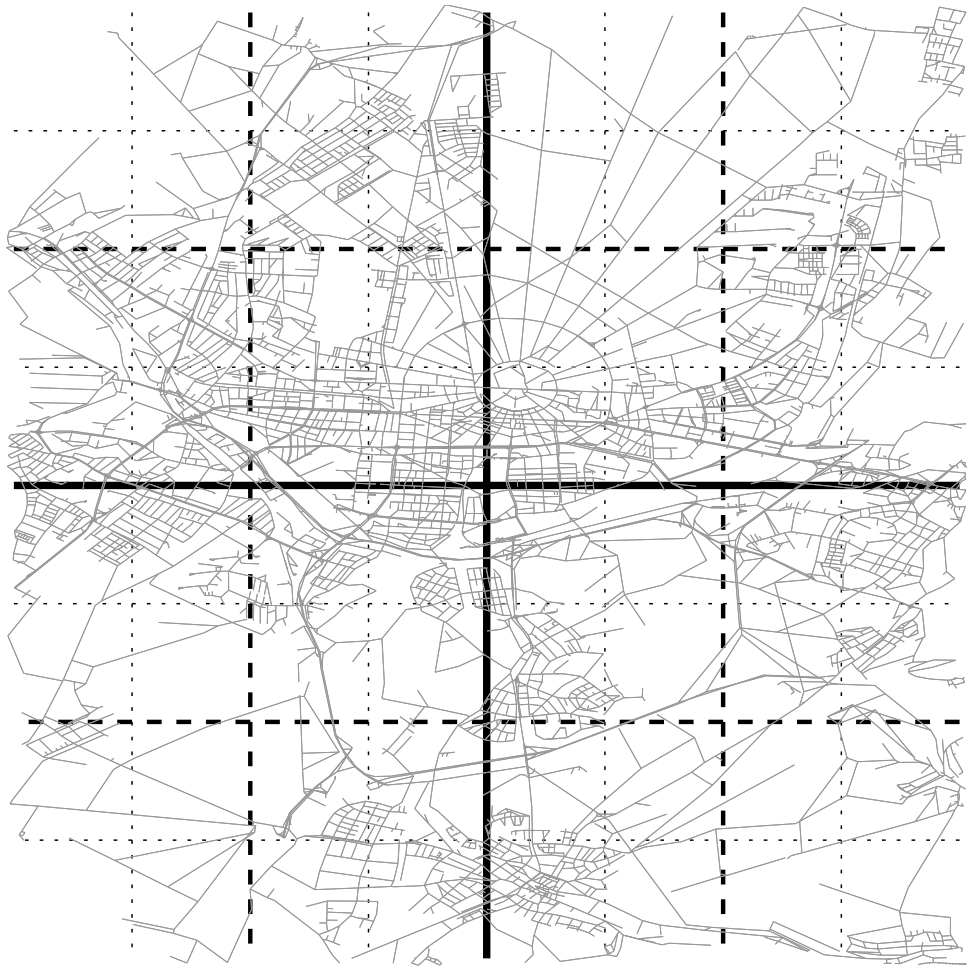
SHARC (Kontraktion, Arc-Flags)

Vorberechnung:

- Multi-Level-Partition
- iterativer Prozess:
  - kontrahiere Subgraphen
  - berechne Flaggen
- Flaggenverfeinerung

Anpassung:

- Kontraktion und Flaggen berechnung anpassen
- Verfeinerung durch (lokale) Profilsuchen



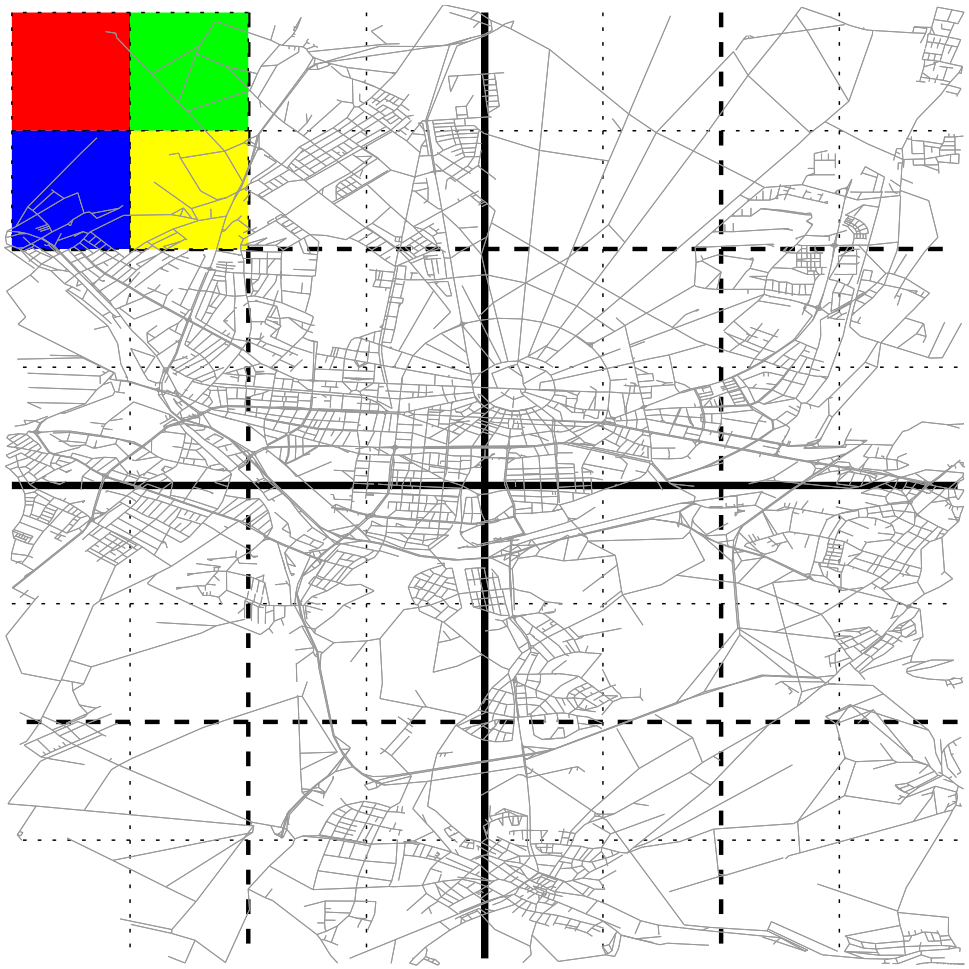
SHARC (Kontraktion, Arc-Flags)

Vorberechnung:

- Multi-Level-Partition
- iterativer Prozess:
  - kontrahiere Subgraphen
  - berechne Flaggen
- Flaggenverfeinerung

Anpassung:

- Kontraktion und Flaggen berechnung anpassen
- Verfeinerung durch (lokale) Profilsuchen



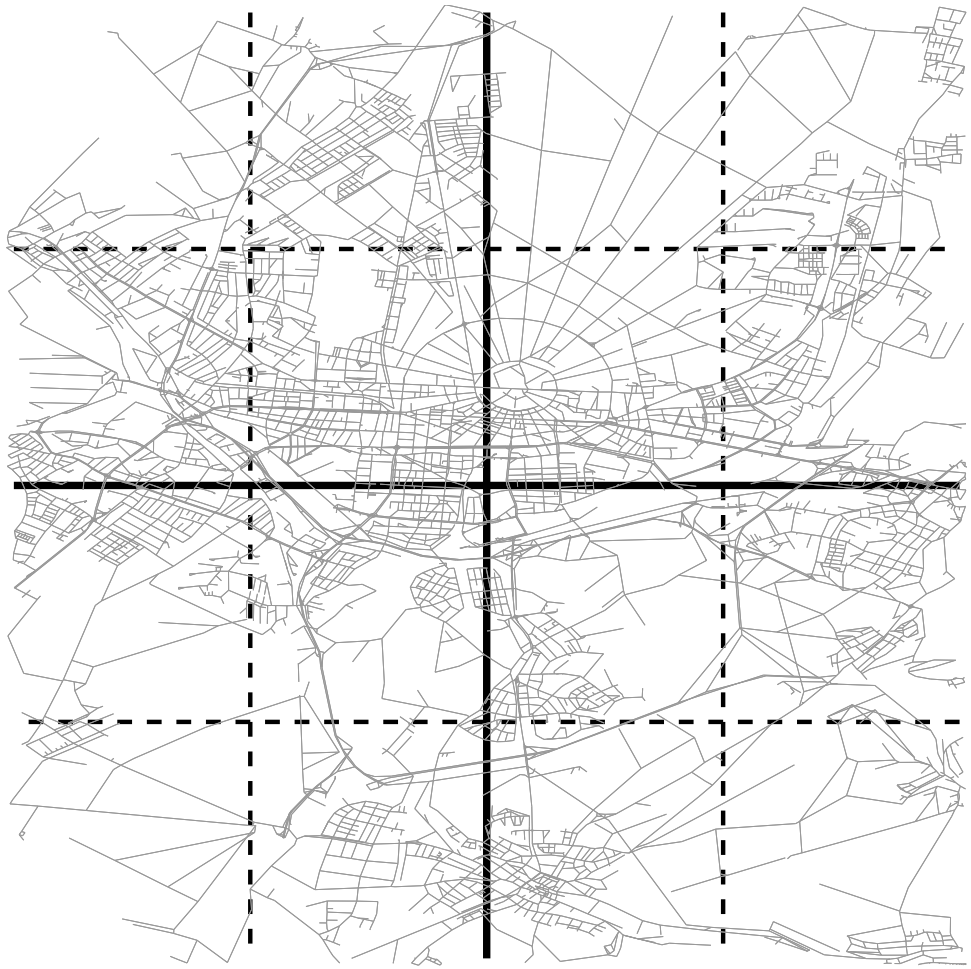
SHARC (Kontraktion, Arc-Flags)

Vorberechnung:

- Multi-Level-Partition
- iterativer Prozess:
  - kontrahiere Subgraphen
  - berechne Flaggen
- Flaggenverfeinerung

Anpassung:

- Kontraktion und Flaggen berechnung anpassen
- Verfeinerung durch (lokale) Profilsuchen



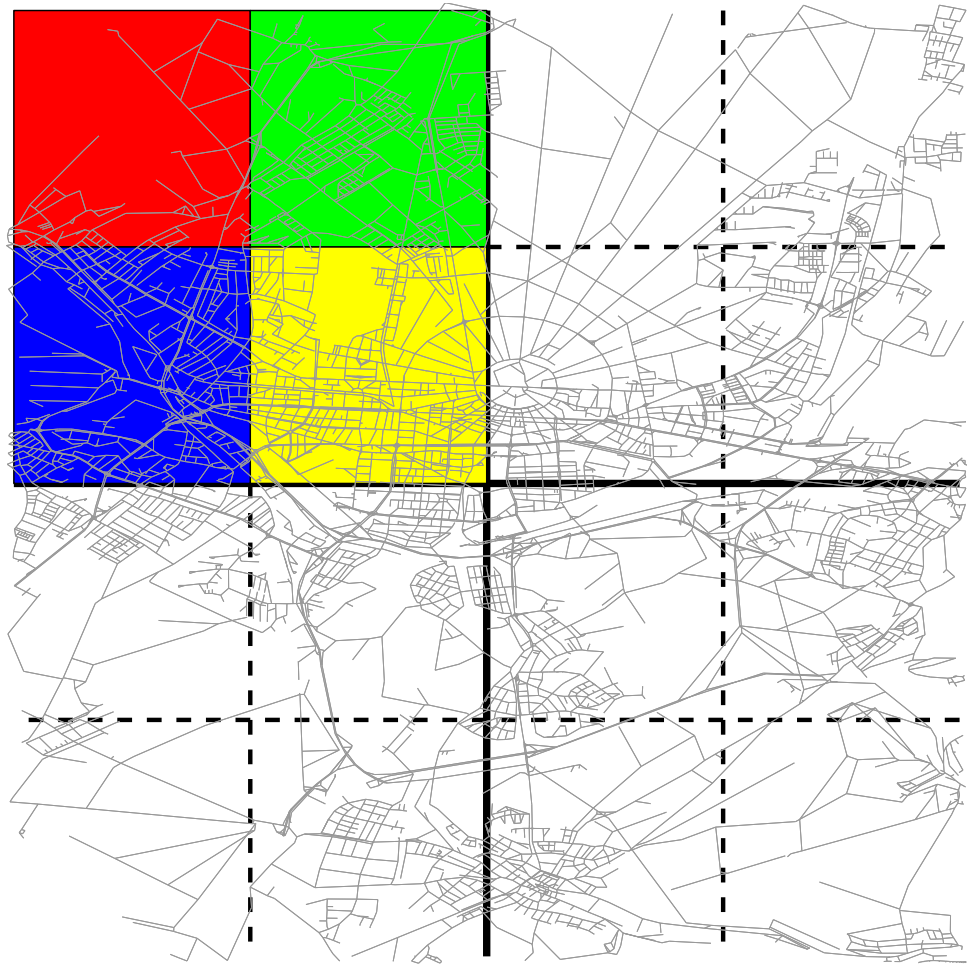
SHARC (Kontraktion, Arc-Flags)

Vorberechnung:

- Multi-Level-Partition
- iterativer Prozess:
  - kontrahiere Subgraphen
  - berechne Flaggen
- Flaggenverfeinerung

Anpassung:

- Kontraktion und Flaggen berechnung anpassen
- Verfeinerung durch (lokale) Profilsuchen



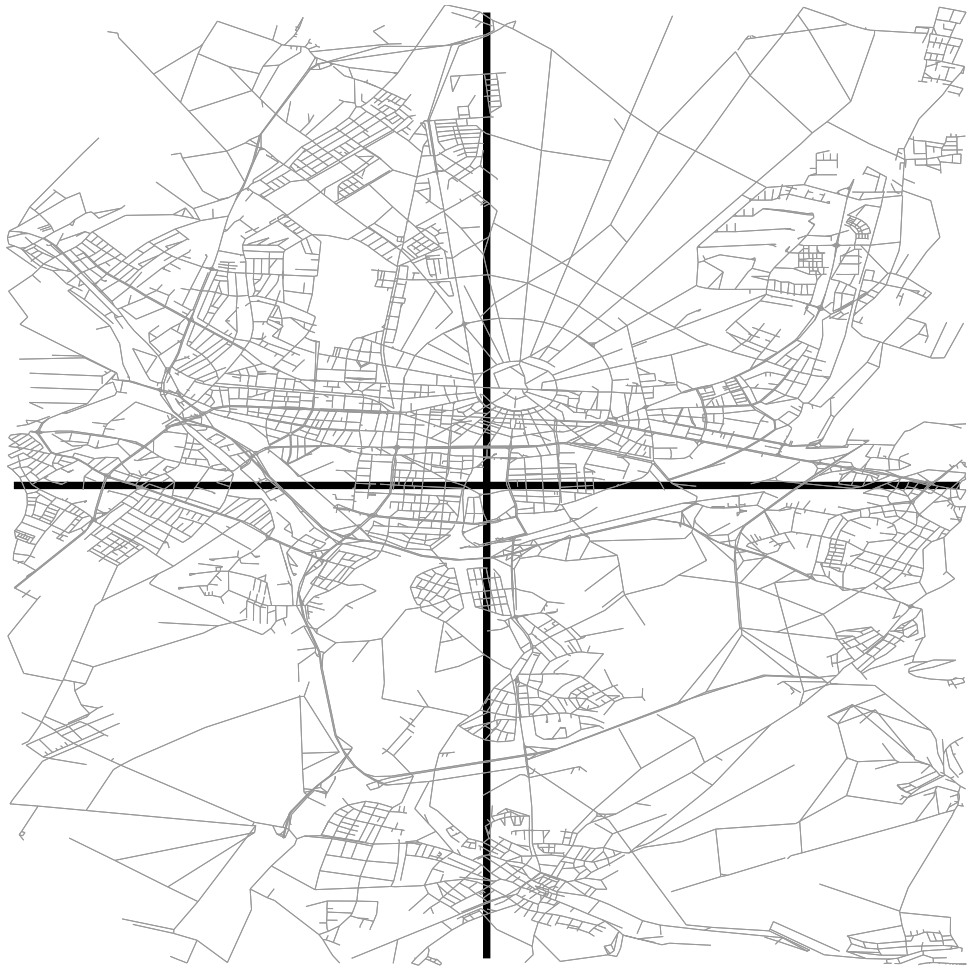
SHARC (Kontraktion, Arc-Flags)

Vorberechnung:

- Multi-Level-Partition
- iterativer Prozess:
  - kontrahiere Subgraphen
  - berechne Flaggen
- Flaggenverfeinerung

Anpassung:

- Kontraktion und Flaggen berechnung anpassen
- Verfeinerung durch (lokale) Profilsuchen



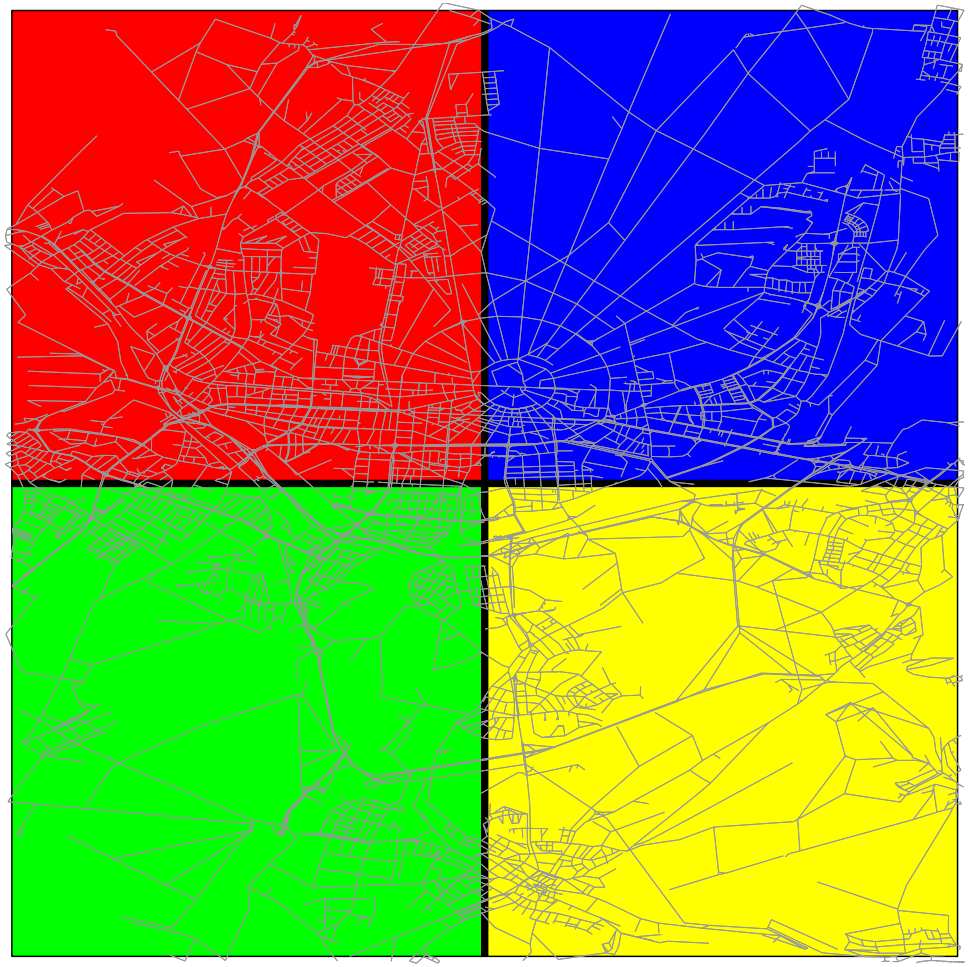
SHARC (Kontraktion, Arc-Flags)

Vorberechnung:

- Multi-Level-Partition
- iterativer Prozess:
  - kontrahiere Subgraphen
  - berechne Flaggen
- Flaggenverfeinerung

Anpassung:

- Kontraktion und Flaggen berechnung anpassen
- Verfeinerung durch (lokale) Profilsuchen



Experimente

		Preprocessing				Time-Queries	
scenario	algom	time [h:m]	space [B/n]	edge inc.	points inc.	time [ms]	speed up
Monday	eco	1:16	156.6	25.4%	366.8%	24.55	63
midweek	eco	1:16	154.9	25.4%	363.8%	25.06	60
Friday	eco	1:10	142.0	25.4%	358.0%	22.07	69
Saturday	eco	0:42	90.3	25.0%	283.6%	5.34	276
	agg	48:57	84.3	24.5%	264.4%	0.58	2 554
Sunday	eco	0:30	64.6	24.6%	215.8%	1.86	787
	agg	27:20	60.7	24.1%	202.6%	0.50	2 904
no traffic	static	0:06	13.5	23.9%	23.9%	0.30	4 075

Approximation

		Prepro		Error			Time-Queries	
scenario	algo	time [h:m]	space [B/n]	error -rate	max rel.	max abs.[s]	time [ms]	spd up
Monday	heu	3:30	138.2	0.46%	0.54%	39.3	0.69	2 253
midweek	heu	3:26	137.2	0.82%	0.61%	48.3	0.69	2 164
Friday	heu	3:14	125.2	0.50%	0.50%	50.3	0.64	2 358
Saturday	heu	2:13	80.4	0.18%	0.23%	16.9	0.51	2 887
Sunday	heu	1:48	58.8	0.09%	0.36%	14.9	0.46	3 163
no	static	0:06	13.5	0.00%	0.00%	0.0	0.30	4 075

Beobachtung:

- Fehler sehr gering
- hoher Speicherverbrauch

Profilsuchen

		Time-Queries		Profile-Queries			
traffic	var.	#del. mins	time [ms]	#del. mins	#re-ins.	time [ms]	profile /time
Monday	eco	19 136	24.55	19 768	402	51 122	2 082.6
	heu	810	0.69	1 071	24	1 008	1 460.9
midweek	eco	19 425	25.06	20 538	432	60 147	2 400.3
	heu	818	0.69	1 100	27	1 075	1 548.4
Friday	eco	17 412	22.07	19 530	346	52 780	2 391.9
	heu	769	0.64	1 049	21	832	1 293.2
Saturday	eco	5 284	5.34	5 495	44	3 330	624.0
	agg	721	0.58	865	9	134	232.5
	heu	666	0.51	798	8	98	191.9
Sunday	eco	2 142	1.86	2 294	12	536	288.1
	agg	670	0.50	781	5	57	113.5
	heu	635	0.46	738	5	45	97.9

Contraction Hierarchies

Vorberechnung:

- benutze gleiche Knotenordnung
- kontrahiere zeitabhängig
- erzeugt Suchgraphen $G' = (V, \uparrow E \cup \downarrow E)$

Contraction Hierarchies

Vorberechnung:

- benutze gleiche Knotenordnung
- kontrahiere zeitabhängig
- erzeugt Suchgraphen $G' = (V, \uparrow E \cup \downarrow E)$

Anfrage

- Rückwärts aufwärts mittels min-max Suche (Phase 1)
- markiere alle Kanten (u, v) aus $\downarrow E$ mit $\underline{d(u, v)} + \underline{d(v, t)} \leq \overline{d(u, v)}$
- diese Menge sei $\downarrow E'$
- zeitabhängige Vorwärtsuche in $(V, \uparrow E \cup \downarrow E')$ (Phase 2)

Experimente

input	type of ordering	Contr. ordering [h:m]	Contr. const. [h:m]	Contr. space [B/n]	Queries time [ms]	Queries speed up
Monday	static min	0:05	0:20	1 035	1.19	1 240
	timed	1:47	0:14	750	1.19	1 244
midweek	static min	0:05	0:20	1 029	1.22	1 212
	timed	1:48	0:14	743	1.19	1 242
Friday	static min	0:05	0:16	856	1.11	1 381
	timed	1:30	0:12	620	1.13	1 362
Saturday	static min	0:05	0:08	391	0.81	1 763
	timed	0:52	0:08	282	1.09	1 313
Sunday	static min	0:05	0:06	248	0.71	1 980
	timed	0:38	0:07	177	1.07	1 321

Approximation

Idee:

- speicher jeden Shortcut als Approximation
- reduziert Speicher um bis zu Faktor 10

Approximation

Idee:

- speicher jeden Shortcut als Approximation
- reduziert Speicher um bis zu Faktor 10

Query:

- low-up bound Suchen in approximierter CH (Phase 1–3)
- alle Knoten an denen Suchen sich treffen: Kandidaten C
- entpacke alle (approximierten) Shortcuts auf wegen s–C–t Pfaden
- erzeugt (exakten) Subgraphen (Korridor)
- time-dependent Dijkstra im Korridor (Phase 4)
- nicht viel langsamer (Faktor 2)
- ist exakt

Approximation

method	ε [%]	space [B/n]	GRO	time [ms]	SPD	delMin #	SPD	edges #	SPD	evals #	SPD	error [%] MAX	AVG
Germany midweek													
TCH	–	994	10.4	0.72	1 440	520	4 616	5 813	951	1 269	162	0.00	0.00
TCH (cor.)	0.0	994	10.4	0.74	1 401	639	3 756	7 092	780	76	2 704	0.00	0.00
	0.1	286	3.0	0.71	1 460	642	3 739	7 128	770	77	2 669	0.10	0.02
	1.0	214	2.3	0.72	1 440	654	3 670	7 262	762	84	2 446	1.01	0.27
	10.0	113	1.2	1.03	1 006	897	2 676	10 096	548	223	921	9.75	3.84
ATCH (UoD)	0.1	308	3.2	1.10	942	554	4 332	7 734	715	3 080	67	0.00	0.00
	1.0	239	2.5	1.27	816	582	4 124	8 338	664	3 347	61	0.00	0.00
	10.0	163	1.7	2.40	432	824	2 913	21 036	263	7 486	27	0.00	0.00
	∞	118	1.2	1.45	714	698	3 439	20 116	275	3 153	65	0.00	0.00

Profilsuchen

Variante 1:

- normale Profilsuche in der CH
- langsam

Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Profilsuchen

Variante 1:

- normale Profilsuche in der CH
- langsam

Variante 2:

- normale Profilsuche im Korridor
- besser aber es geht noch besser

Profilsuchen

Variante 1:

- normale Profilsuche in der CH
- langsam

Variante 2:

- normale Profilsuche im Korridor
- besser aber es geht noch besser

Variante 3:

- Kontraktion des Corridors
- Interpolationspunkte steigen langsamer an

$\Rightarrow$ ca. 30 ms

Ergebnisse

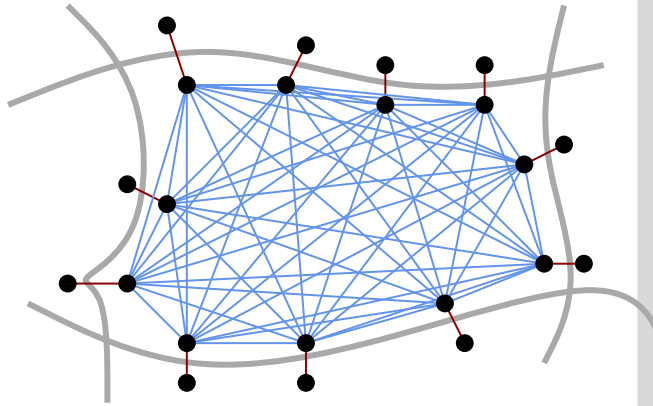
method	ε [%]	space [B/n]	space GRO	time [ms]	delMin #	edges #	points #	error [%] MAX	error [%] AVG
Germany midweek									
TCH	–	994	10.4	1 112.02	570	6 796	20 623 155	0.00	0.00
TCH (cor.)	0.0	994	10.4	88.87	646	7 170	1 437 892	0.00	0.00
	0.1	286	3.0	6.13	650	7 208	86 391	0.10	0.02
	1.0	214	2.3	2.94	662	7 348	35 769	1.03	0.27
	10.0	113	1.2	2.48	923	10 361	23 010	9.69	3.84
ATCH (CC)	0.1	308	3.2	36.22	650	29 551	576 099	0.00	0.00
	1.0	239	2.5	32.75	675	32 131	531 795	0.00	0.00
	10.0	163	1.7	105.45	889	92 740	1 731 359	0.00	0.00
	∞	118	1.2	76.58	578	59 368	1 278 095	0.00	0.00

Ergebnisse II

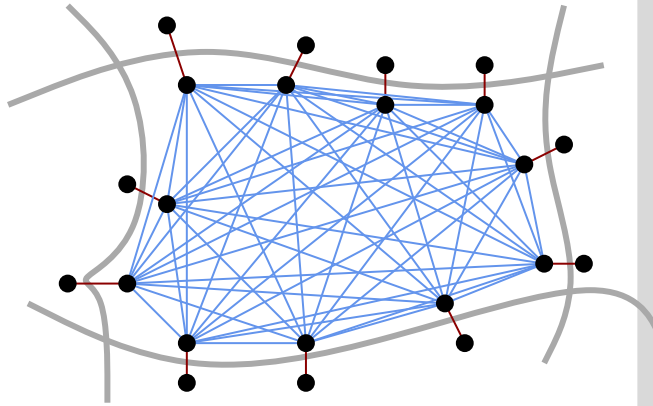
method	ε [%]	prepro. [h:m]	ovh. [B/n]	EA SPD	EA REL	TTP REL	err. [%]
		Germany midweek					
TCH	–	0:28+0:09	899	1 440	11.66	0.00	
ATCH	1	0:28+0:09	144	816	31.65	0.00	
ATCH	∞	0:28+0:09	23	714	13.49	0.00	
CALT	–	0:09	50	280	–	0.00	
SH	–	1:16	155	60	0.02	0.00	
L-SH	–	1:18	219	238	–	0.00	
inex TCH	1	0:28+0:09	119	1 440	352.59	1.03	
inex TCH	10	0:28+0:09	18	1 006	417.99	9.75	
app CALT	–	0:09	50	804	–	13.84	
heu SH	–	3:26	137	2 164	1.40	0.61	
heu L-SH	–	3:28	201	3 915	–	0.61	
spc eff SH	–	3:48	68	1 177	–	0.61	
spc eff SH	–	3:48	14	491	–	0.61	

MLD

Beobachtungen



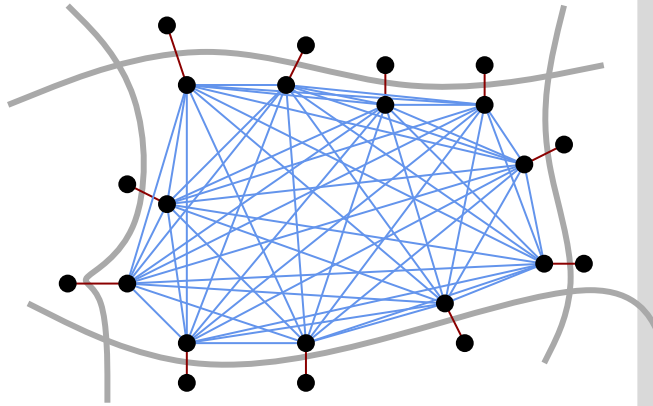
MLD



Beobachtungen

- Partitionierung metrik-unabhängig
- viele Shortcuts / Overlay-Kanten
- Großer Vorteil von MLD (eigentlich):
  Komplettes Speicherlayout nach Partitionierung bekannt

MLD



Beobachtungen

- Partitionierung metrik-unabhängig
- viele Shortcuts / Overlay-Kanten
- Großer Vorteil von MLD (eigentlich):
  Komplettes Speicherlayout nach Partitionierung bekannt

Work in progress

- Speicherlayout hängt an Komplexität der
  Overlay-Kanten-Funktionen; die ist aber vorab unbekannt
- unklar ob abspeichern aller Shortcuts sinnvoll
- hilft geschickte Approximation?

Approximation

Approximation hilft auch hier (sehr viel)

ε [%]		Lvl 1	Lvl 2	Lvl 3	Lvl 4	Lvl 5	Lvl 6
0	breakpoints	99 M	397 M	813 M	1 356 M	—	—
	td.arc.cplx.	21	69	188	507	—	—
0.1	breakpoints	65 M	126 M	142 M	121 M	68 M	26 M
	td.arc.cplx.	14	22	33	45	50	47
1.0	breakpoints	51 M	73 M	62 M	41 M	21 M	8 M
	td.arc.cplx.	11	13	14	15	15	14
10.0	breakpoints	28 M	28 M	19 M	12 M	6 M	1 M
	td.arc.cplx.	6	5	5	5	4	2

Approximation (Imai-Iri) nach jedem Level.

Performance

	ε [%]	Custom. [s]	EA query [ms]	Max err [%]
Dijkstra	—	—	1652.6	—
TDCRP	0.1	449	4.1	0.34
	1.0	201	3.2	3.02
	10.0	77	2.5	24.27
inex.TCH	0.1	—	1.8	0.14
	1.0	—	1.4	1.46
	10.0	—	1.3	15.34
ATCH	0.1	—	1.1	0.00
	1.0	—	1.2	0.00
	10.0	—	3.6	0.00

ATCH-like query possible: simpler (less phases), uni-directional search, but more expensive shortcut unpacking

Elektromobilität

Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Elektromobilität

Elektrofahrzeuge:

- Transportmittel der Zukunft.
- Emissionsfreie Mobilität.

Aber:

- Akkukapazität eingeschränkt (und damit Reichweite).
- Lange Ladezeiten, wenig öffentliche Ladestationen.
- “Reichweitenangst”.

$\Rightarrow$ Berücksichtigung von Energieverbrauch bei der Routenplanung.

Ziel: Gegeben Startknoten s und Zielknoten t,
berechne Route die den Energieverbrauch minimiert.

Energieoptimale Routen

Ziel: Gegeben Startknoten s und Zielknoten t,
berechne Route die den Energieverbrauch minimiert.

Besonderheiten:

Rekuperation.

- Rückgewinnung von Energie möglich (bergab fahren, bremsen).
- Negative Kantengewichte möglich.
- **Aber:** keine negativen Zyklen (physikalische Gesetze).

Dijkstras Algorithmus:

- setzt nichtnegative Kantengewichte voraus.
- bleibt korrekt, aber keine polynomielle Laufzeitgarantie mehr.

Bellman Ford:

- funktioniert mit negativen Kantengewichten, aber zu langsam.

Negative Kantengewichte

Dijkstras Algorithmus:

- nicht mehr Label-Setting.
- bleibt korrekt, aber keine polynomielle Laufzeitgarantie mehr.
- Stoppkriterium nicht mehr korrekt.

Aber: auf Realwelt-Instanzen schneller als Bellman Ford.

Frage: Stoppkriterium wiederherstellbar?

- Wenn t abgearbeitet wird, könnten sich noch Pfade in der Queue befinden, die Label $d[t]$ durch Anhängen eines negativen (Sub-)Pfades verbessern.
- Ziel: berechne Schranke $P_{\text{min}} \leq 0$ auf Länge dieses Subpfades.
- Dann Abbruch, sobald $d[t] + P_{\text{min}} \geq \text{minKey}(Q)$.

Berechnung $P_{\min}$

Gegeben: Graph $G = (V, E)$ (mit negativen Kantengewichten).
Gesucht: Kürzester Pfad in G.

1. Ansatz:
   - Füge (virtuelle) Knoten s', t' zu G hinzu
   - mit Kanten (s', u), (u, t') für alle $u \in V$ (mit Gewicht 0).
   - Berechne kürzesten s'-t'-Weg (mit Label-Correcting Dijkstra).

Berechnung $P_{\min}$

Gegeben: Graph $G = (V, E)$ (mit negativen Kantengewichten).
Gesucht: Kürzester Pfad in G.

2. Ansatz (in der Praxis schneller):
   - Für jeden Knoten $v \in V$
     - Starte (Label-Correcting) Suche von v.
     - Brich ab sobald minKey$(Q) \geq 0$ (kürzester Pfad kann kein positives Präfix haben).
   - Distanzlabel $d[\cdot]$ zwischen Suchen *nicht* reinitialisiert (dadurch Abbruch, wenn zuvor bereits Pfad mit kleinerem Präfix gefunden).

Berechnung $P_{\min}$

Gegeben: Graph $G = (V, E)$ (mit negativen Kantengewichten).
Gesucht: Kürzester Pfad in G.

2. Ansatz (in der Praxis schneller):

- Für jeden Knoten $v \in V$
  - Starte (Label-Correcting) Suche von v.
  - Brich ab sobald minKey$(Q) \geq 0$ (kürzester Pfad kann kein positives Präfix haben).
- Distanzlabel $d[\cdot]$ zwischen Suchen *nicht* reinitialisiert (dadurch Abbruch, wenn zuvor bereits Pfad mit kleinerem Präfix gefunden).

Danach Stoppkriterium wieder anwendbar.

Aber: Algorithmus immer noch Label Correcting.

Knotenpotentiale

Idee: Finde zulässiges Potential $\pi\colon V \to \mathbb{R}$, so dass
$\text{len}(u, v) + \pi(u) - \pi(v) \geq 0$ für jede Kante $(u, v) \in E$.

Dann Dijkstras Algorihmus (mit Stoppkriterium) auf Graph mit reduzierten Gewichten anwendbar.

1. Distanzbasiertes Potential:

- Setze $\pi(v) = d(v, v^*)$, für beliebigen Knoten v^*.
- Berechnung mit (Label-Correcting) Query von v^*.
- Zulässigkeit folgt aus Dreiecksungleichung.

Knotenpotentiale

Idee: Finde zulässiges Potential $\pi\colon V \to \mathbb{R}$, so dass
$\text{len}(u, v) + \pi(u) - \pi(v) \geq 0$ für jede Kante $(u, v) \in E$.

Dann Dijkstras Algorihmus (mit Stoppkriterium) auf Graph mit reduzierten Gewichten anwendbar.

2. Höheninduziertes Potential:

- Ann.: Höhenkoordinate $h(v)$ eines jeden Knoten gegeben.
- $\pi(v) := \alpha \cdot h(v)$ für alle v, so dass $c(u, v) + \alpha(h(u) - h(v)) \geq 0$.
- Kann mit Sweep über alle Kanten berechnet werden.
- Keine Garantie für zulässiges Potential (klappt für realistische Kantengewichte).

Energieoptimale Routen

Ziel: Gegeben Startknoten s und Zielknoten t,
berechne Route die den Energieverbrauch minimiert.

Besonderheiten:

Akkukapazität.

- Akku darf nicht leer laufen.
- kann nicht überladen werden.
- muss für die gesamte Route sichergestellt sein.

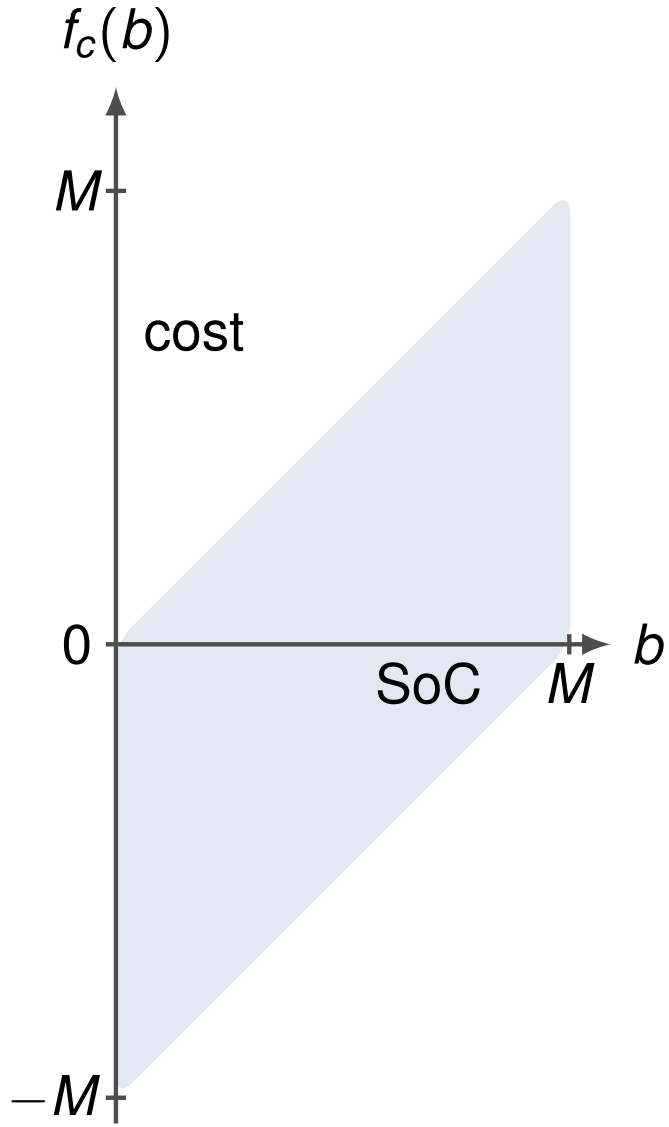
$\Rightarrow$ Ladestand (state of charge, SoC) während Query berücksichtigen.

Modellierung des Ladestands

- Akku hat Kapazität M.
- Kantengewichte $c \in \mathbb{R}$ entsprechen Verbrauch.
- Bedingung: Ladestand b immer in $[0, M]$.

$\Rightarrow$ Funktion f_c von Ladestand nach Verbrauch.

Anm: Potentiale weiterhin zulässig (c ist untere Schranke auf Verbrauchsfunktion).

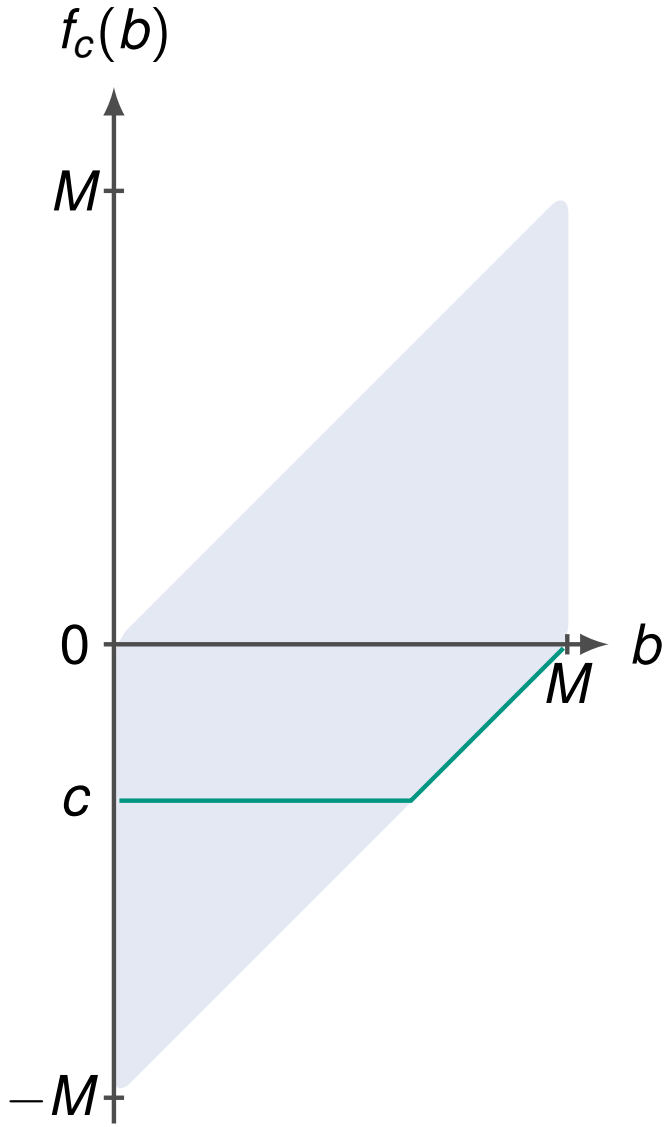


Modellierung des Ladestands

- Akku hat Kapazität M.
- Kantengewichte $c \in \mathbb{R}$ entsprechen Verbrauch.
- Bedingung: Ladestand b immer in $[0, M]$.

$\Rightarrow$ Funktion f_c von Ladestand nach Verbrauch.

Anm: Potentiale weiterhin zulässig (c ist untere Schranke auf Verbrauchsfunktion).

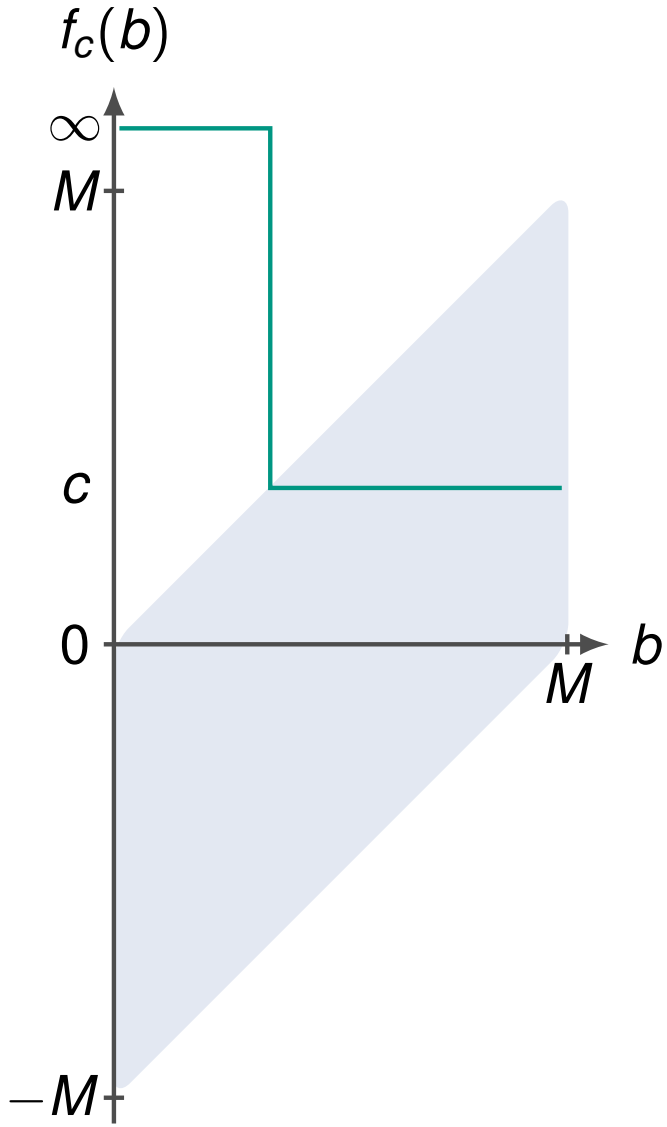


Modellierung des Ladestands

- Akku hat Kapazität M.
- Kantengewichte $c \in \mathbb{R}$ entsprechen Verbrauch.
- Bedingung: Ladestand b immer in $[0, M]$.

$\Rightarrow$ Funktion f_c von Ladestand nach Verbrauch.

Anm: Potentiale weiterhin zulässig (c ist untere Schranke auf Verbrauchsfunktion).



Anfragetypen

Kostenfunktionen an Kanten bilden Ladestand auf Verbrauch ab.

Anfragetypen (analog zu Zeitabhängigkeit:)

SoC Query: Für gegebenen Ladestand b, Start s, Ziel t, finde besten s–t-Pfad (wenn Ladestand zu Beginn b).

Berechnung mit angepasstem Dijkstra.

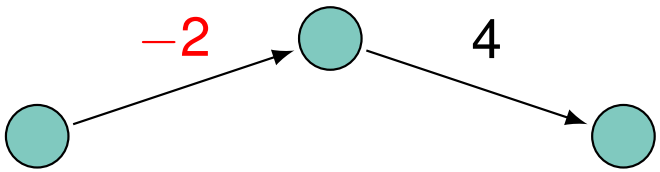
Profilsuche: Für Start s und Ziel t, finde beste s–t-Pfade für *alle* möglichen Start-Ladestände.

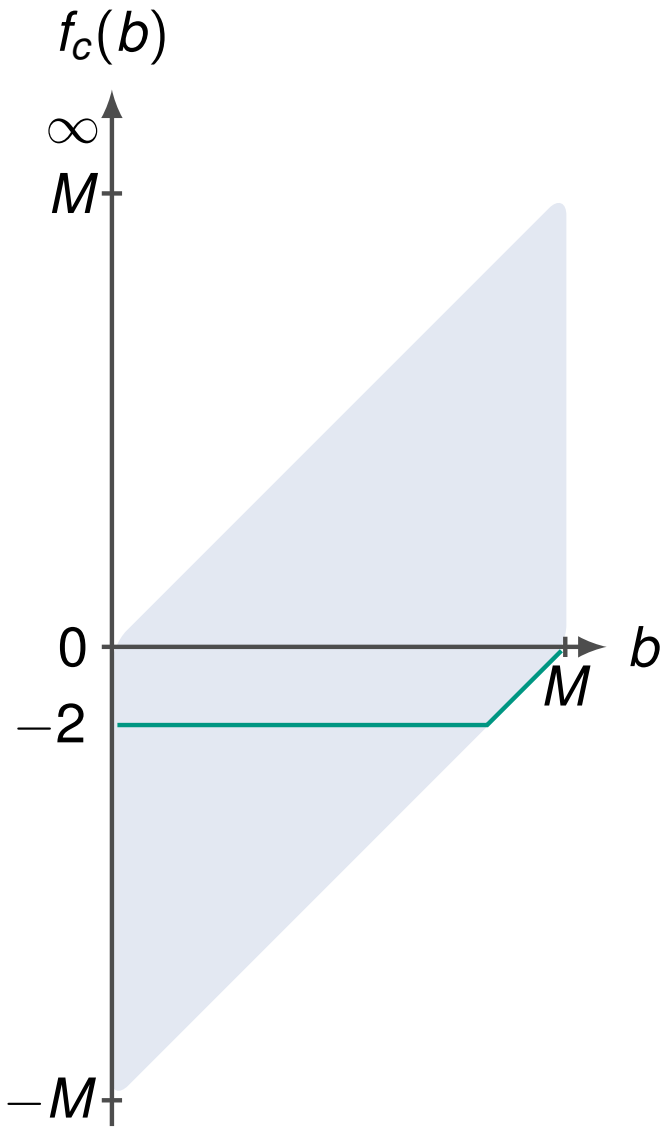
Berechnung mit Hilfe von Link/Merge.

Beispiel: Profilsuche

Eigenschaften:

- Einzelner Pfad: ≤ 2 Punkte
- Allgemein (nach Mergen): $O(m)$ Punkte
- . . . in der Praxis weniger

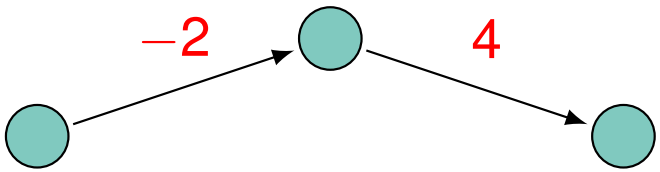


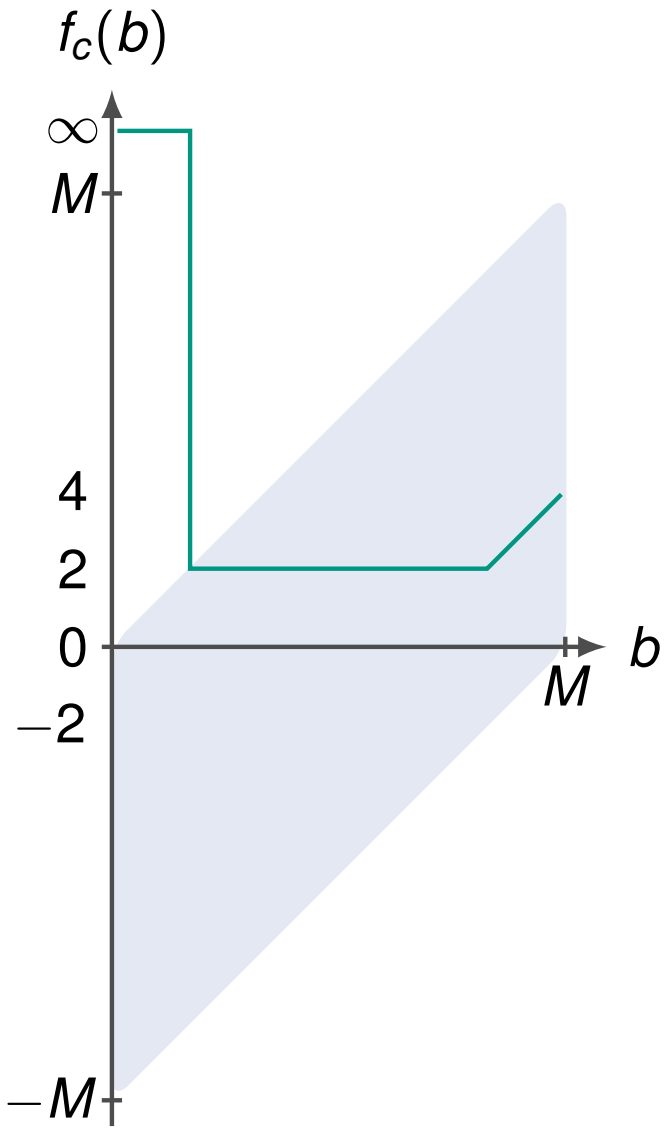


Beispiel: Profilsuche

Eigenschaften:

- Einzelner Pfad: ≤ 2 Punkte
- Allgemein (nach Mergen): $O(m)$ Punkte
- . . . in der Praxis weniger

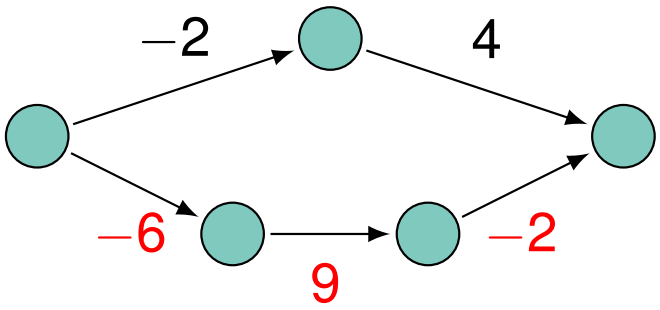


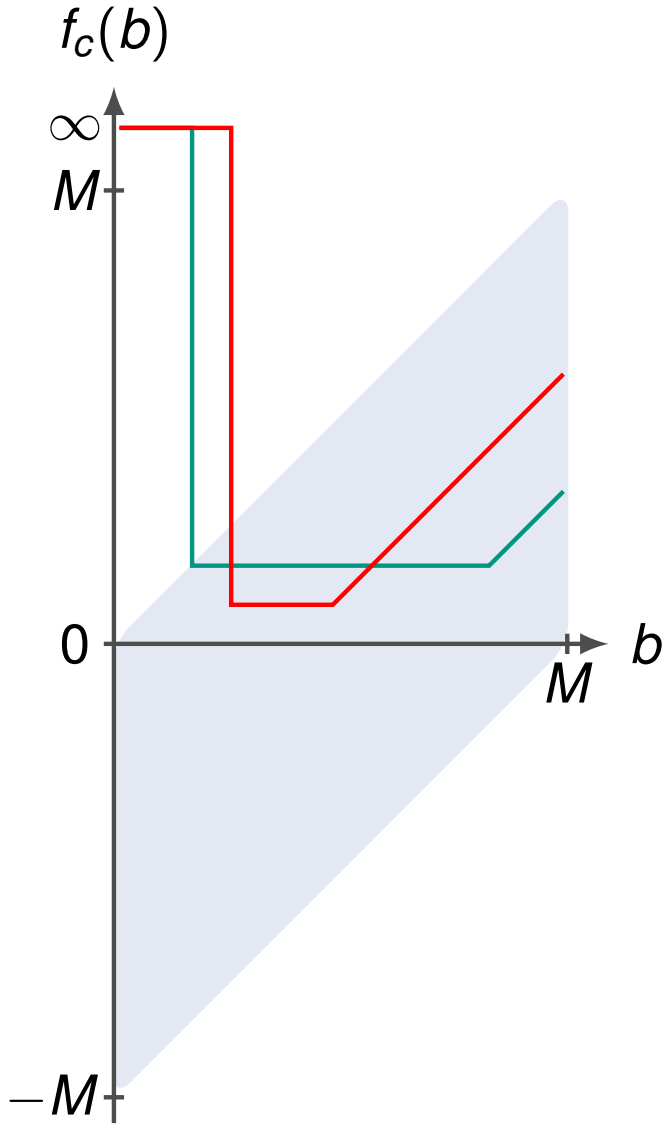


Beispiel: Profilsuche

Eigenschaften:

- Einzelner Pfad: ≤ 2 Punkte
- Allgemein (nach Mergen): $O(m)$ Punkte
- . . . in der Praxis weniger

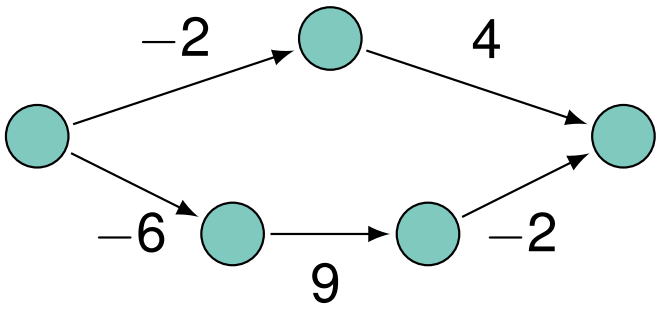


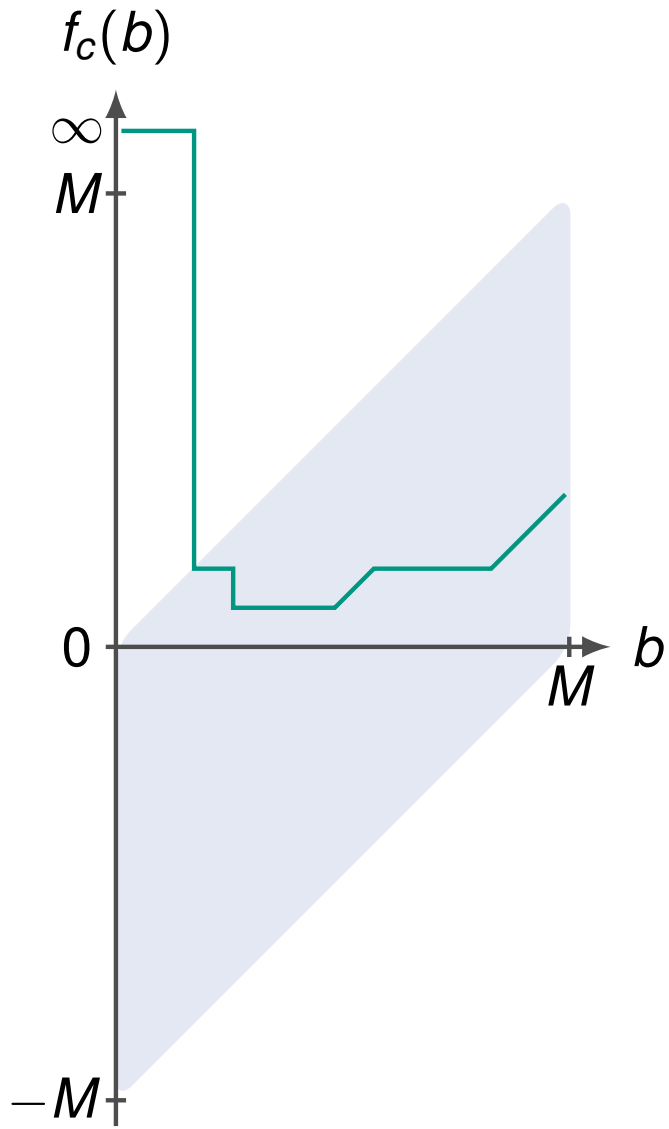


Beispiel: Profilsuche

Eigenschaften:

- Einzelner Pfad: ≤ 2 Punkte
- Allgemein (nach Mergen): $O(m)$ Punkte
- . . . in der Praxis weniger





Energieoptimale Routen

Ziel: Gegeben Startknoten s und Zielknoten t,
berechne Route die den Energieverbrauch minimiert.

Besonderheiten:

Energieverbrauch hängt von vielen Parametern ab.

- Temperatur, Wetterbedingungen, Beladung, ...
- Abhängig von Fahrzeugtyp, Fahrstil,
- Verkehrslage, ...

$\Rightarrow$ Schnelle Customization wichtig.

MLD für energieoptimale Routen

1. **Metrik-unabhängige Vorberechnung**
   - Metrikunabhängig, keine Anpassung nötig.
2. **Metrik-abhängige Vorberechnung (Customization)**
   - Cliquenkanten sind Profile
   - Lokale Profilsuchen
   - Anpassung der Datenstrukturen
3. **Queries**
   - Knotenpotentiale für Stoppkriterium
   - Varianten:
     - Unidirektionale Query
     - Bidirektionale Query mit Rückwärts-Profilsuche
     - Bidirektionale Query mit Rückwärtssuche auf Schranken (ähnlich wie bei zeitabhängigen Techniken).

Experimente

	CUSTOMIZING		QUERIES	
Algorithm	space [B/n]	time [s]	vertex scans	time [ms]
LC	—	—	4 471 230	709.6
LC (stop. cr.)	0.0	5.20	3 001 014	486.6
Dijkstra PV	4.0	3.91	2 361 997	288.0
Dijkstra PH	4.0	0.69	2 359 140	380.6
Prof. PH	4.0	0.70	2 904 764	741.2
MLD (LC)	10.5	4.42	3 676	2.7
MLD Uni PH	14.5	5.12	2 410	1.9
MLD BPE PH	14.5	5.12	2 266	1.4
MLD BDB PH	14.5	5.12	2 917	1.1

für EV mit 85kWh Akku (ca. 400 km Reichweite)

Metrikvergleich

Metric	Unreach.	Extra Energy	Extra Time
Energy vs. Travel Time	60 %	62 %	63 %
Energy vs. Distance	25 %	15 %	4 %

- Energie explizit optimieren zahlt sich aus.
- Kürzeste Wege energieeffizienter als schnellste.
- Aber: Fahrzeit viel höher auf energie-optimalen Wegen.

$\Rightarrow$ Sinnvollen Trade-Off finden? (Work in progress)

Prüfungstermine

02. Oktober
17. Oktober

Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Ende

Literatur:

- Daniel Delling:
  Enginering and Augmenting Route Planning Algorithms
  Ph.D. Thesis, Universität Karlsruhe (TH), 2009.
- Gernot Veit Batz, Robert Geisberger, Sabine Neubauer, Peter Sanders:
  Time-Dependent Contraction Hierarchies and Approximation
  In: *Proceedings of the 9th International Symposium on Experimental Algorithms (SEA'10)*, 2010.
- Moritz Baum, Julian Dibbelt, Thomas Pajor, Dorothea Wagner:
  Energy-Optimal Routes for Electric Vehicles.
  In: *Proceedings of the 21st ACM SIGSPATIAL International Conference on Advances in Geographic Information Systems*, 2013.

Nächster Termin

Karlsruher Institut für Technologie

Montag, 7.7.2014

Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik