Algorithmische Graphentheorie
Sommersemester 2018
Marcel Radermacher, Torsten Ueckerdt

Übungsblatt 5

Besprechung in der Übung am 21. Juni 2018

Aufgabe 1: Chordale Graphen und binäre Bäume ⋆⋆

Zeigen Sie, dass jeder chordale Graphen eine Darstellung als Schnittgraph von Teilbäumen eines binären Baums hat.

Aufgabe 2: Chordale Graphen und Pfade ⋆⋆⋆

Zeigen Sie, dass nicht jeder chordale Graph eines Darstellung als Schnittgraph von Pfaden in Bäumen hat.

Hinweis: Überlegen Sie sich welche besondere Eigenschaft die Nachbarschaft eines Knotens von Graphen in dieser Graphklasse hat.

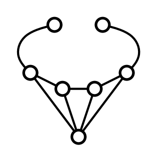
Aufgabe 3: Implikationsklassen und ihre Komplemente ⋆

Zeigen Sie die folgenden Äquivalenzen.

$$ab \; \Gamma \; a'b' \Leftrightarrow ba \; \Gamma \; b'a'$$
$$ab \; \Gamma^* \; a'b' \Leftrightarrow ba \; \Gamma^* \; b'a'$$

Aufgabe 4: Transitive Orientierbarkeit des Bullenkopfes ⋆

Zeigen Sie, dass der „Bullenkopf“ nicht transitiv orientierbar ist. Zeigen Sie dazu, dass es eine Implikationsklasse A gibt, mit $A = A^{-1}$.



Aufgabe 5: Knotenordnungen über Knotenordnungen ⋆

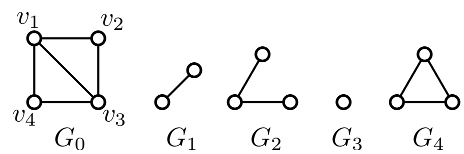
Sei $G = (V, E)$ ein Graph. Zeigen Sie, folgende Aussagen.

1. Eine Knotenordnung σ ist genau dann ein perfektes Eliminationsschema von G, wenn aus $a <_\sigma b <_\sigma c$ mit $ab, ac \in E$ folgt, dass $bc \in E$.
2. G ist genau dann ein Vergleichsbarkeitsgraph, wenn es eine Knotenordnung σ gibt, für die gilt, dass aus $a <_\sigma b <_\sigma c$ mit $ab, bc \in E$ folgt, dass $ac \in E$.

Aufgabe 6: Graphkomposition ⋆⋆

Seien $G_0, G_1, \ldots, G_n$ Graphen, sodass G_0 gerade n Knoten $v_1, \ldots, v_n$ hat. Der *Kompositionsgraph* $G = G_0[G_1, \ldots, G_n]$ ist definiert als die Vereinigung der Graphen $G_1, \ldots, G_n$, wobei ein Knoten aus G_i genau dann zu einem Knoten aus G_j adjazent ist, wenn v_i und v_j in G_0 adjazent sind. Der Graph G_0 heißt *äußerer Faktor*; die Graphen $G_1, \ldots, G_n$ sind *innere Faktoren*.

Geben Sie $G = G_0[G_1, G_2, G_3, G_4]$ für die nebenstehenden Graphen $G_0, \ldots, G_4$ an. Wählen Sie für jeden der Graphen $G_0, \ldots, G_4$ eine transitive Orientierung. Erhält man dadurch auch eine transitive Orientierung von G?



Zeigen Sie, dass ein Kompositionsgraph $G = G_0[G_1, \ldots, G_n]$ genau dann transitiv orientierbar ist, wenn jeder der Graphen $G_0, \ldots, G_n$ transitiv orientierbar ist.