Karlsruher Institut für Technologie

Algorithmen für Routenplanung

16. Vorlesung, Sommersemester 2018

Tobias Zündorf | 2. Juli 2018

INSTITUT FÜR THEORETISCHE INFORMATIK · ALGORITHMIK · PROF. DR. DOROTHEA WAGNER

Elektromobilität

Elektrofahrzeuge (EVs):

- Transportmittel der Zukunft
- Emissionsfreie Mobilität

Aber:

- Akkukapazität eingeschränkt (und damit Reichweite)
- Lange Ladezeiten, wenig öffentliche Ladestationen
- “Reichweitenangst”

$\Rightarrow$ Berücksichtigung von Energieverbrauch bei der Routenplanung

Electric Vehicle Routing

Bisher: Energieoptimale Routen

- Energiesparendes Fahren
- Wir finden einen zulässigen Pfad, falls dieser existiert

Problem: Wir versuchen Energie zu sparen selbst wenn:

- Die Strecke sehr kurz ist
- Der Akkustand mehr als ausreichend für die Strecke ist

Electric Vehicle Routing

Bisher: Energieoptimale Routen

- Energiesparendes Fahren
- Wir finden einen zulässigen Pfad, falls dieser existiert

Problem: Wir versuchen Energie zu sparen selbst wenn:

- Die Strecke sehr kurz ist
- Der Akkustand mehr als ausreichend für die Strecke ist

Alternativen?

Electric Vehicle Routing

Bisher: Energieoptimale Routen

- Energiesparendes Fahren
- Wir finden einen zulässigen Pfad, falls dieser existiert

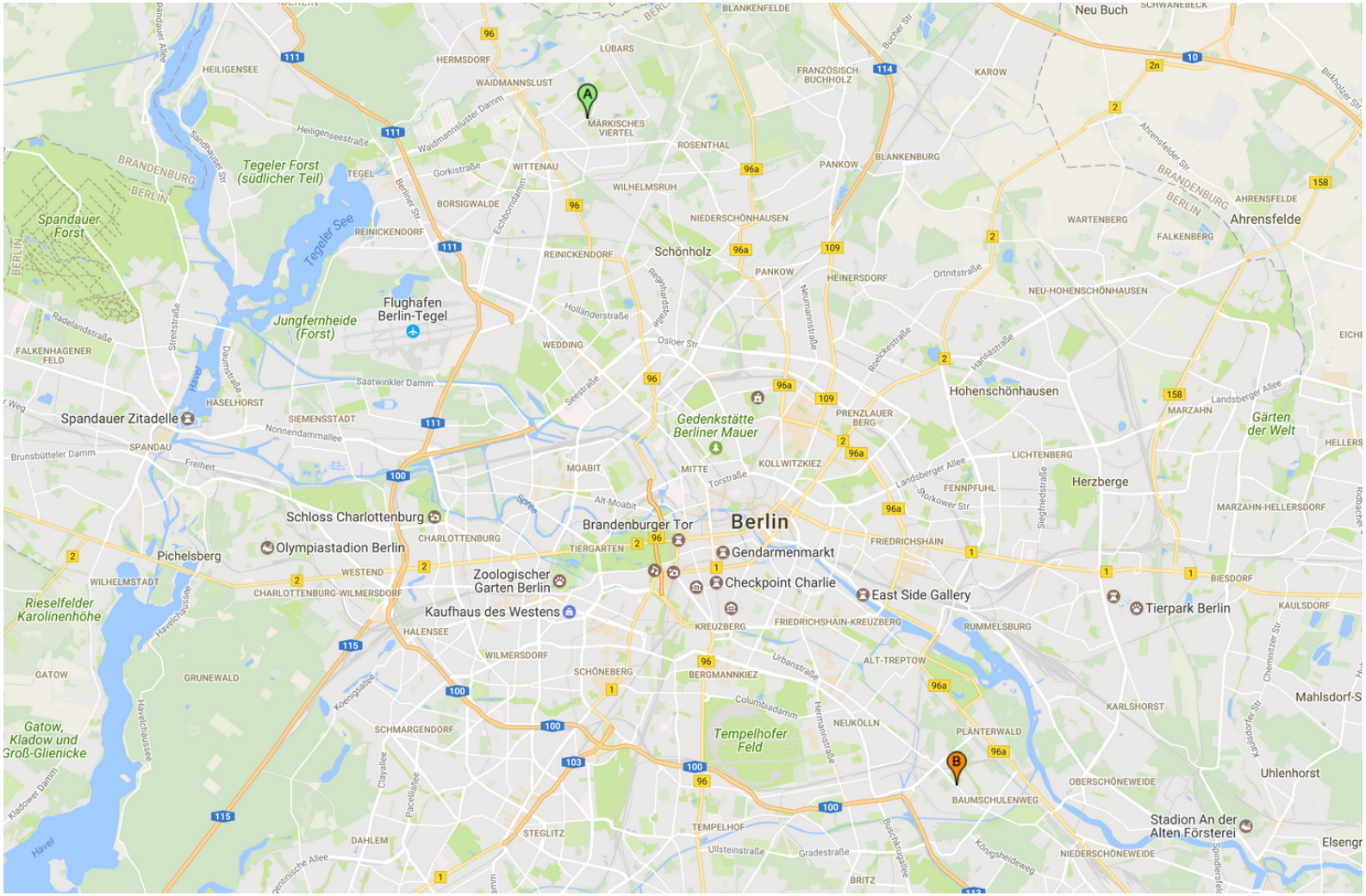
Problem: Wir versuchen Energie zu sparen selbst wenn:

- Die Strecke sehr kurz ist
- Der Akkustand mehr als ausreichend für die Strecke ist

Alternativen?

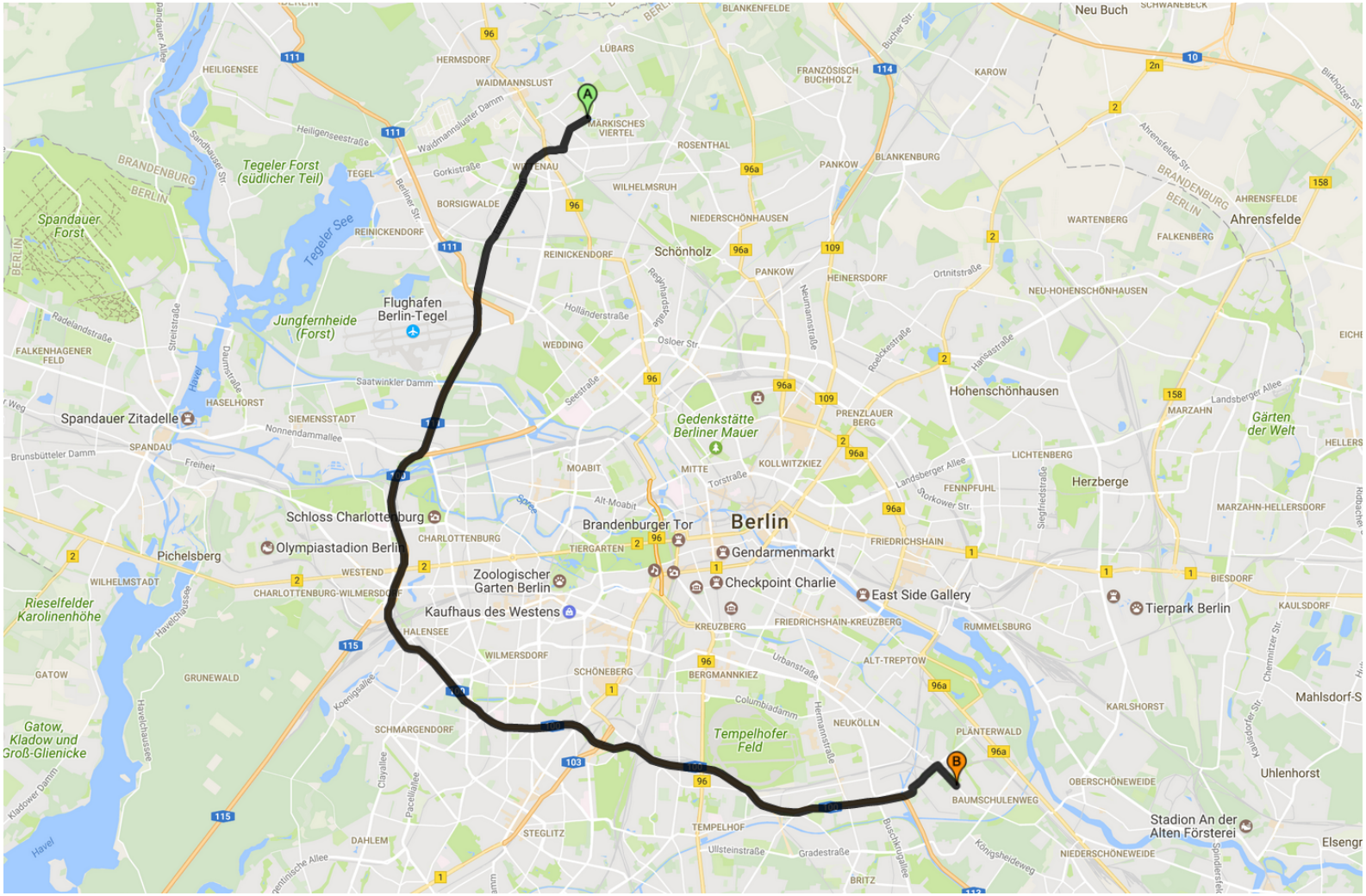
- Berechne schnellste Route, überprüfe danach ob SoC ausreichend
- Schnellste Route mit Energieverbrauch als Nebenbedingung

Beispielrouten

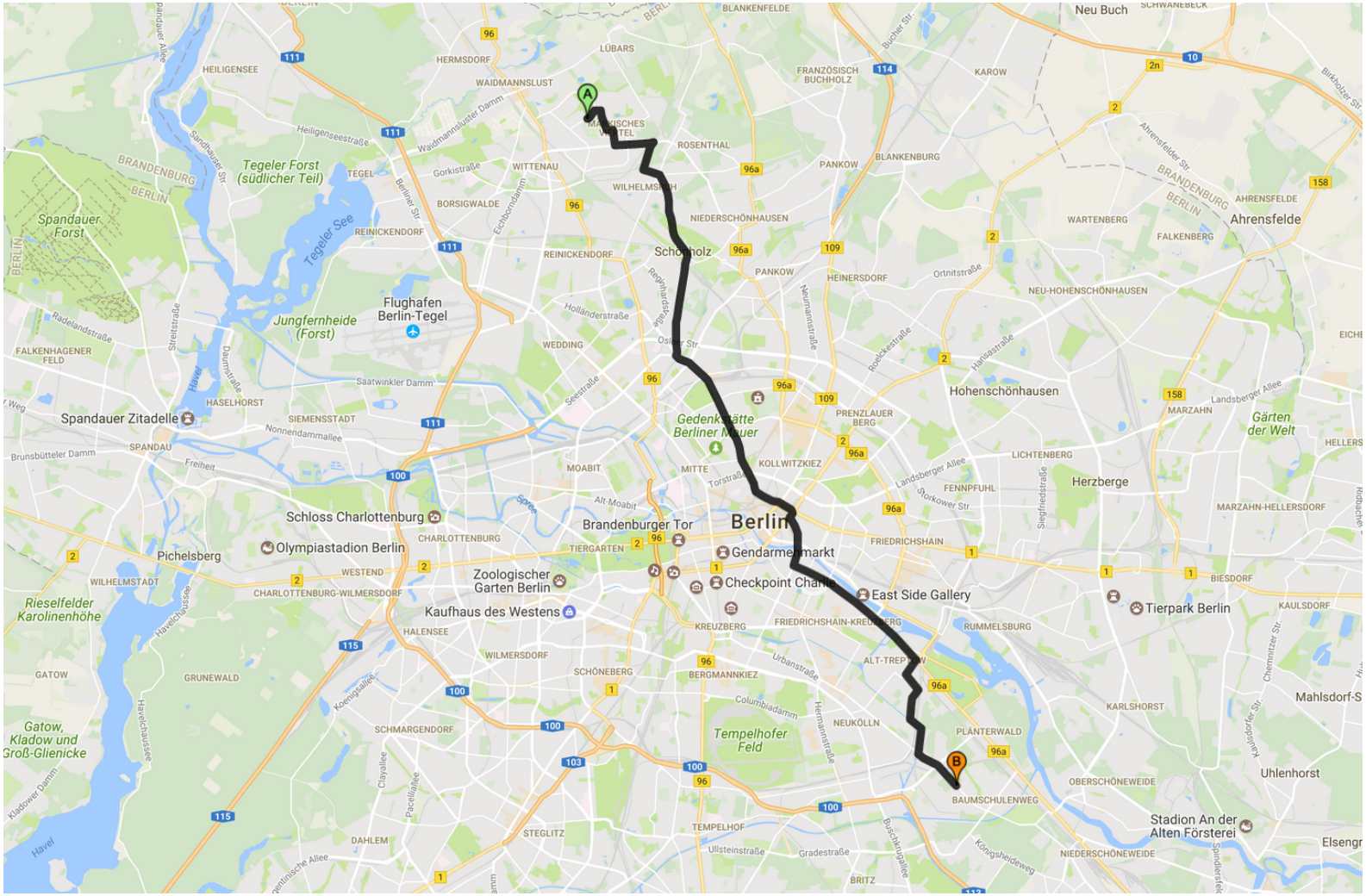


Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Beispielrouten



Beispielrouten



Metrikvergleich

Optimierte Metrik	Unerreichbar	Extra Energie	Extra Zeit/Dist.
Fahrzeit	60 %	62 %	63 %
Distanz	25 %	15 %	4 %

Fazit:

- Energie explizit optimieren zahlt sich aus
- Kürzeste Wege energieeffizienter als schnellste

Aber:

- Fahrzeit viel höher auf energie-optimalen Wegen
- Nur eine Metrik optimieren ist nicht zufriedenstellend

Metrikvergleich

Optimierte Metrik	Unerreichbar	Extra Energie	Extra Zeit/Dist.
Fahrzeit	60 %	62 %	63 %
Distanz	25 %	15 %	4 %

Fazit:

- Energie explizit optimieren zahlt sich aus
- Kürzeste Wege energieeffizienter als schnellste

Aber:

- Fahrzeit viel höher auf energie-optimalen Wegen
- Nur eine Metrik optimieren ist nicht zufriedenstellend

$\Rightarrow$ Finde schnellste Route mit Energieverbrauch als Nebenbedingung

Schnellste fahrbahre Route

Ziel:

- Finde schnellste Route mit Energieverbrauch als Nebenbedingung
- Zwei Metriken auf den Kanten: *Fahrzeit* und *Energieverbrauch*
- Optimiere die Fahrzeit und beschränke den Energieverbrauch
- Erweiterung des *CSP Problems*

Wdh: Constrained Shortest Path

Definition: Constrained Shortest Path Problem

Gegeben: $G = (V, E)$, Länge $\ell\colon E \to \mathbb{N}_0$, Gewicht $\omega\colon E \to \mathbb{N}_0$, Start und Ziel $s, t \in V$ sowie Schranken $L, W \in \mathbb{N}_0$

Problem: Existiert ein einfacher Pfad P von s nach t in G, für den $\ell(P) \leq L$ und $\omega(P) \leq W$ gelten?

Anmerkung: Das entsprechende Optimierungsproblem lautet:

- Finde einen s-t-Pfad P mit minimalem $\ell(P)$ und $\omega(P) \leq W$

Theorem

Constrained Shortest Path Problem ist (schwach) $\mathcal{NP}$-vollständig

Wdh: Multi-Criteria Dijkstra für CSP

CSP kann mit Multi-Criteria Dijkstra (MCD) gelöst werden

- Bikriterieller Ansatz mit Metriken: Länge & Gewicht
- Nutze Constraints zum prunen
  - Verwerfe Label mit Gewicht $> W$

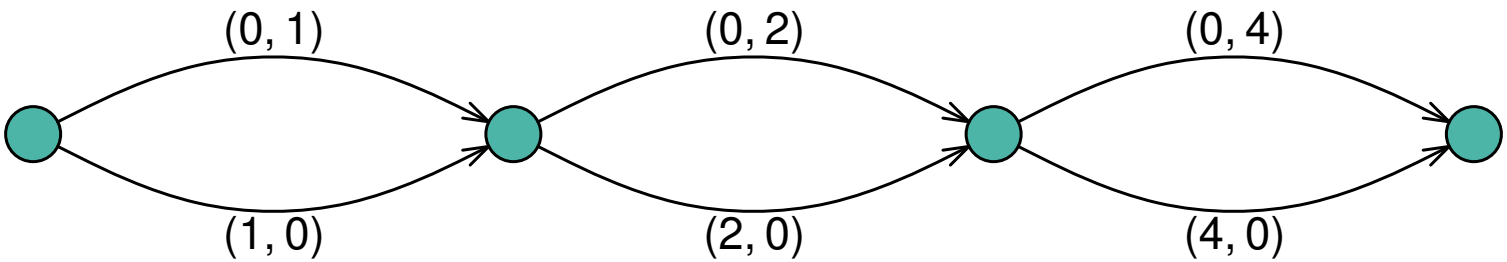
Wdh: Multi-Criteria Dijkstra für CSP

CSP kann mit Multi-Criteria Dijkstra (MCD) gelöst werden

- Bikriterieller Ansatz mit Metriken: Länge & Gewicht
- Nutze Constraints zum prunen
  - Verwerfe Label mit Gewicht $> W$

Erinnerung:

- MCD hält pro Knoten eine Menge Pareto-Optimaler Pfade
- Pareto-Mengen können exponentiell groß werden



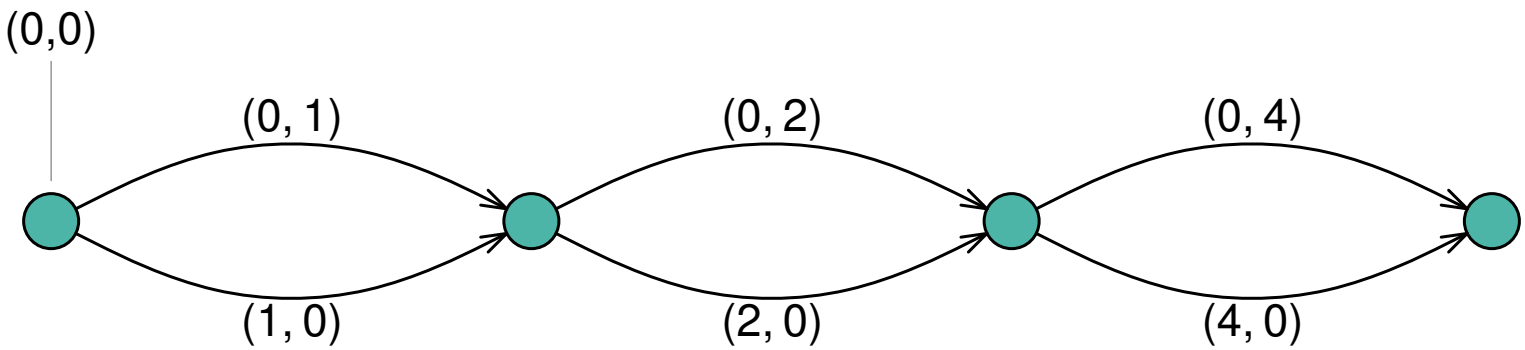
Wdh: Multi-Criteria Dijkstra für CSP

CSP kann mit Multi-Criteria Dijkstra (MCD) gelöst werden

- Bikriterieller Ansatz mit Metriken: Länge & Gewicht
- Nutze Constraints zum prunen
  - Verwerfe Label mit Gewicht $> W$

Erinnerung:

- MCD hält pro Knoten eine Menge Pareto-Optimaler Pfade
- Pareto-Mengen können exponentiell groß werden



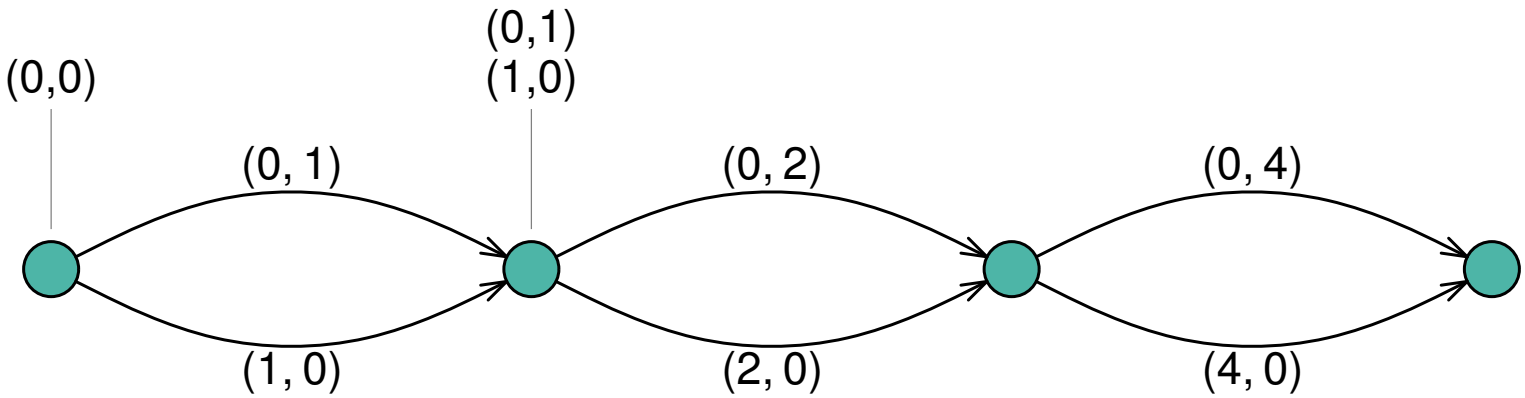
Wdh: Multi-Criteria Dijkstra für CSP

CSP kann mit Multi-Criteria Dijkstra (MCD) gelöst werden

- Bikriterieller Ansatz mit Metriken: Länge & Gewicht
- Nutze Constraints zum prunen
  - Verwerfe Label mit Gewicht $> W$

Erinnerung:

- MCD hält pro Knoten eine Menge Pareto-Optimaler Pfade
- Pareto-Mengen können exponentiell groß werden



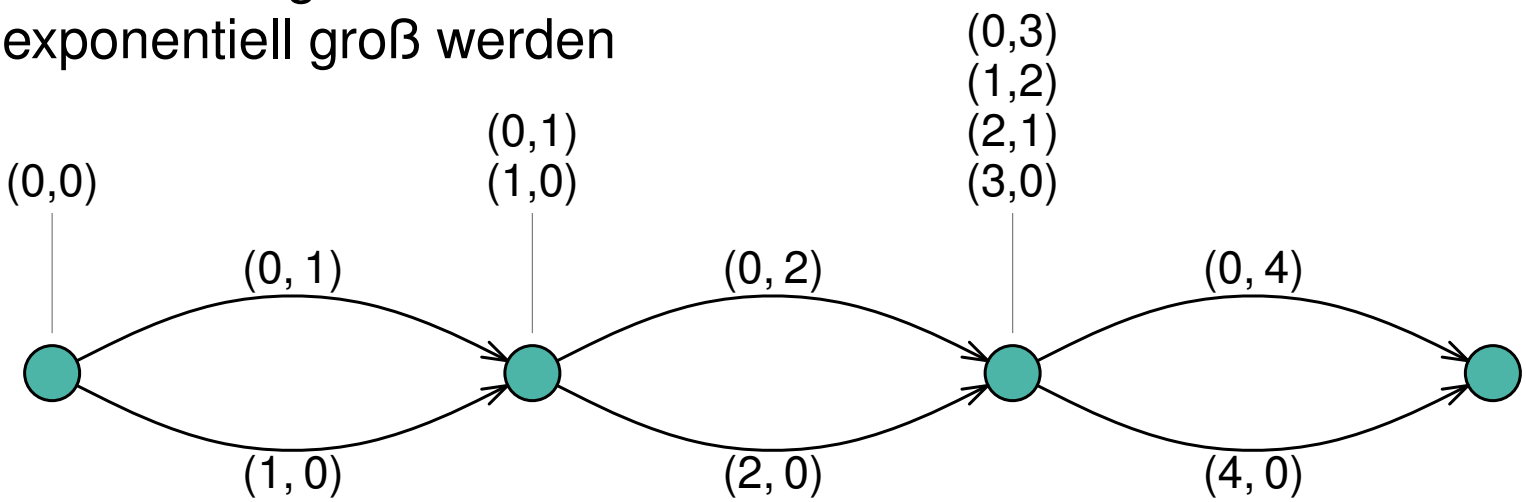
Wdh: Multi-Criteria Dijkstra für CSP

CSP kann mit Multi-Criteria Dijkstra (MCD) gelöst werden

- Bikriterieller Ansatz mit Metriken: Länge & Gewicht
- Nutze Constraints zum prunen
  - Verwerfe Label mit Gewicht $> W$

Erinnerung:

- MCD hält pro Knoten eine Menge Pareto-Optimaler Pfade
- Pareto-Mengen können exponentiell groß werden



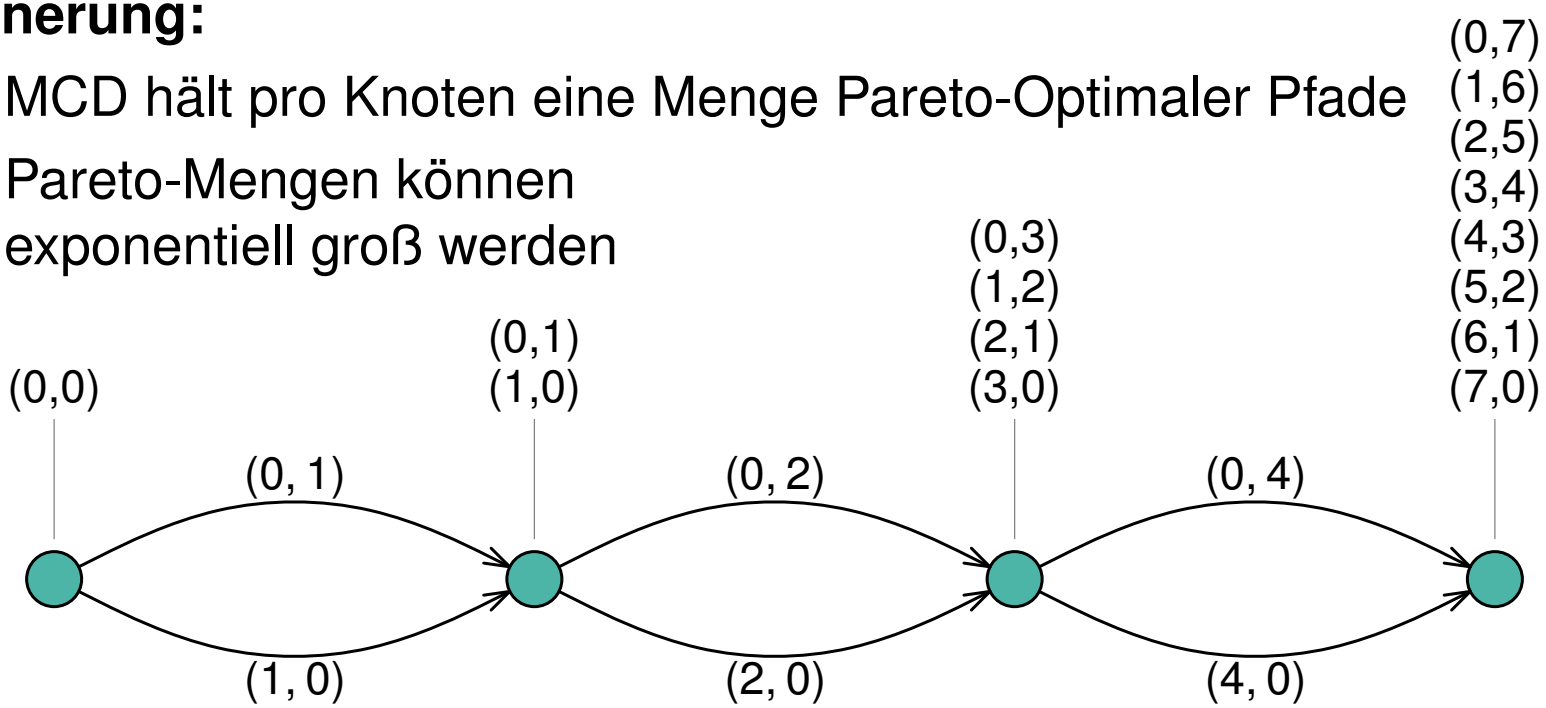
Wdh: Multi-Criteria Dijkstra für CSP

CSP kann mit Multi-Criteria Dijkstra (MCD) gelöst werden

- Bikriterieller Ansatz mit Metriken: Länge & Gewicht
- Nutze Constraints zum prunen
  - Verwerfe Label mit Gewicht $> W$

Erinnerung:

- MCD hält pro Knoten eine Menge Pareto-Optimaler Pfade
- Pareto-Mengen können exponentiell groß werden



Schnellste zulässige Route

Idee:

- Nutze gleichen Ansatz für EV routing
- Label sind Tupel (Fahrzeit, SoC)
- Falls SoC < 0, Pfad nicht weiter verfolgen

Schnellste zulässige Route

Idee:

- Nutze gleichen Ansatz für EV routing
- Label sind Tupel (Fahrzeit, SoC)
- Falls SoC < 0, Pfad nicht weiter verfolgen

Verbesserungen: Standard Beschleunigungen von MCD übertragbar:

- Hopping Reduction
- Nur ein Label pro Knoten in Queue
- Target Pruning (Nutze max. Rekuperation $\underline{d}[t]$)
- Knoten Kontraktionen (Nutze Verbrauchsfunktionen)

Schnellste zulässige Route

Idee:

- Nutze gleichen Ansatz für EV routing
- Label sind Tupel (Fahrzeit, SoC)
- Falls SoC < 0, Pfad nicht weiter verfolgen

Verbesserungen: Standard Beschleunigungen von MCD übertragbar:

- Hopping Reduction
- Nur ein Label pro Knoten in Queue
- Target Pruning (Nutze max. Rekuperation $\underline{d}[t]$)
- Knoten Kontraktionen (Nutze Verbrauchsfunktionen)

Beobachtung: Wir brauchen nicht alle Pareto-Optima an t:

- Sind nur an schnellster zulässiger Route interessiert
- Stoppe sobald erstes Label an t aus Queue genommen
  (Queue ist nach Fahrzeit sortiert)

Problemstellungen

Mögliche (alternative) Problemstellungen:

- Finde die schnellste Route, so dass das Ziel erreichbar ist
- Finde die schnellstmögliche Route, so dass der SoC am Ziel mindestens x % ist
- Finde die schnellstmögliche Route, so dass der SoC einen bestimmten SoC niemals unterschreitet
- Finde eine Route mit minimalem Verbrauch, wobei eine vorgegebene Zeit nicht überschritten wird
- Berechne alle nichtdominierten Lösungen

Alle Probleme sind $\mathcal{NP}$-schwer
$\Rightarrow$ Auch mit Speedup Techniken ggf nur Laufzeiten im Sekundenbereich
$\Rightarrow$ Heuristiken

Erweiterte Szenarien

Variable Geschwindigkeit:

- Bisher: Kanten mit fester Geschwindigkeit
- Idee: Erlaube langsamer zu fahren
- Ermöglicht Trade-off zwischen Fahrzeit und Energieverbrauch
- Mögliche Umsetzungen:
  - Multikanten mit verschieden Geschwindigkeits-/Verbrauchswerten
  - Funktionen an Kanten, die Fahrzeit auf Verbrauch abbilden

Ladestationen:

- Akku Kapazität ist stark begrenzt (~100 km, max. 400 km)
- Lange Strecken unmöglich, selbst mit verbrauchsoptimalen Routen
- Nutzung von Ladestationen nicht zu vermeiden
- Problem: Ladestationen sind langsam und wenig verbreitet

Ladestopps

Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Ladestationen

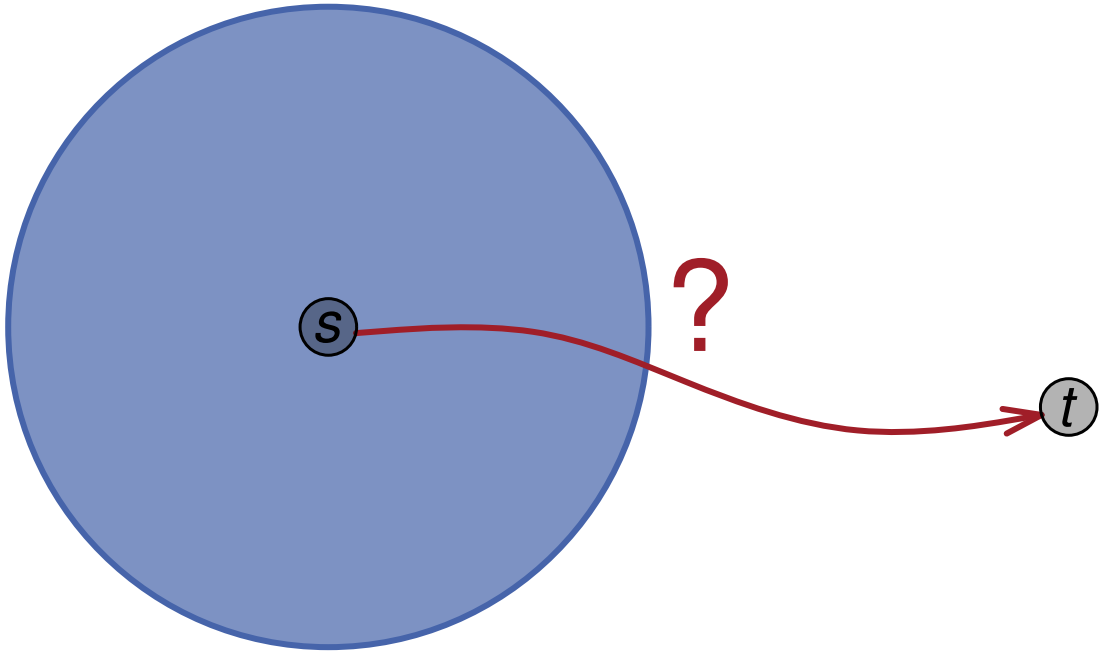
Finde schnellste Route von s nach t:

Erreichbares Gebiet

Ladestation

Ladestationen

Finde schnellste Route von s nach t:

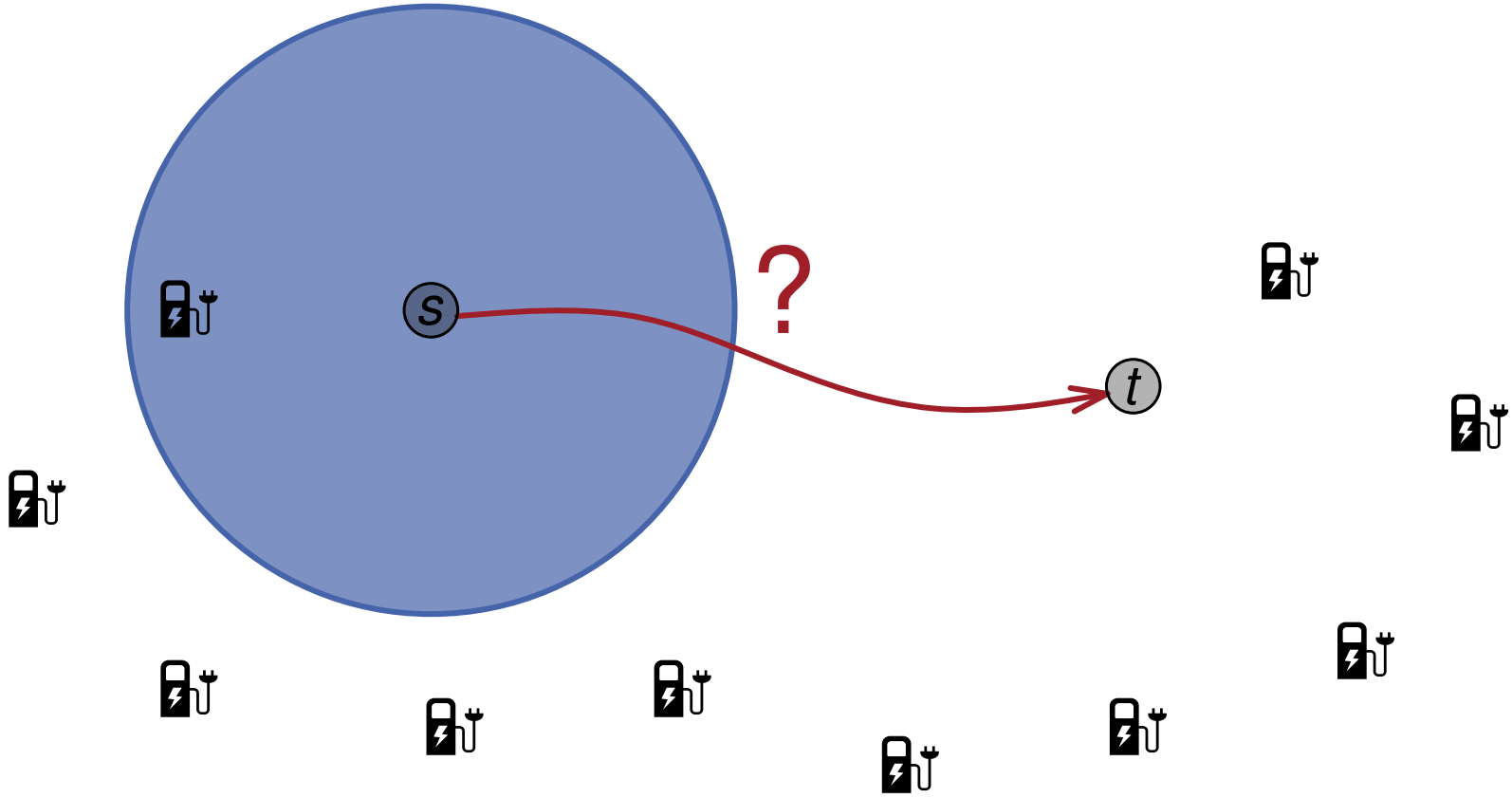


Erreichbares Gebiet

Ladestation

Ladestationen

Finde schnellste Route von s nach t:

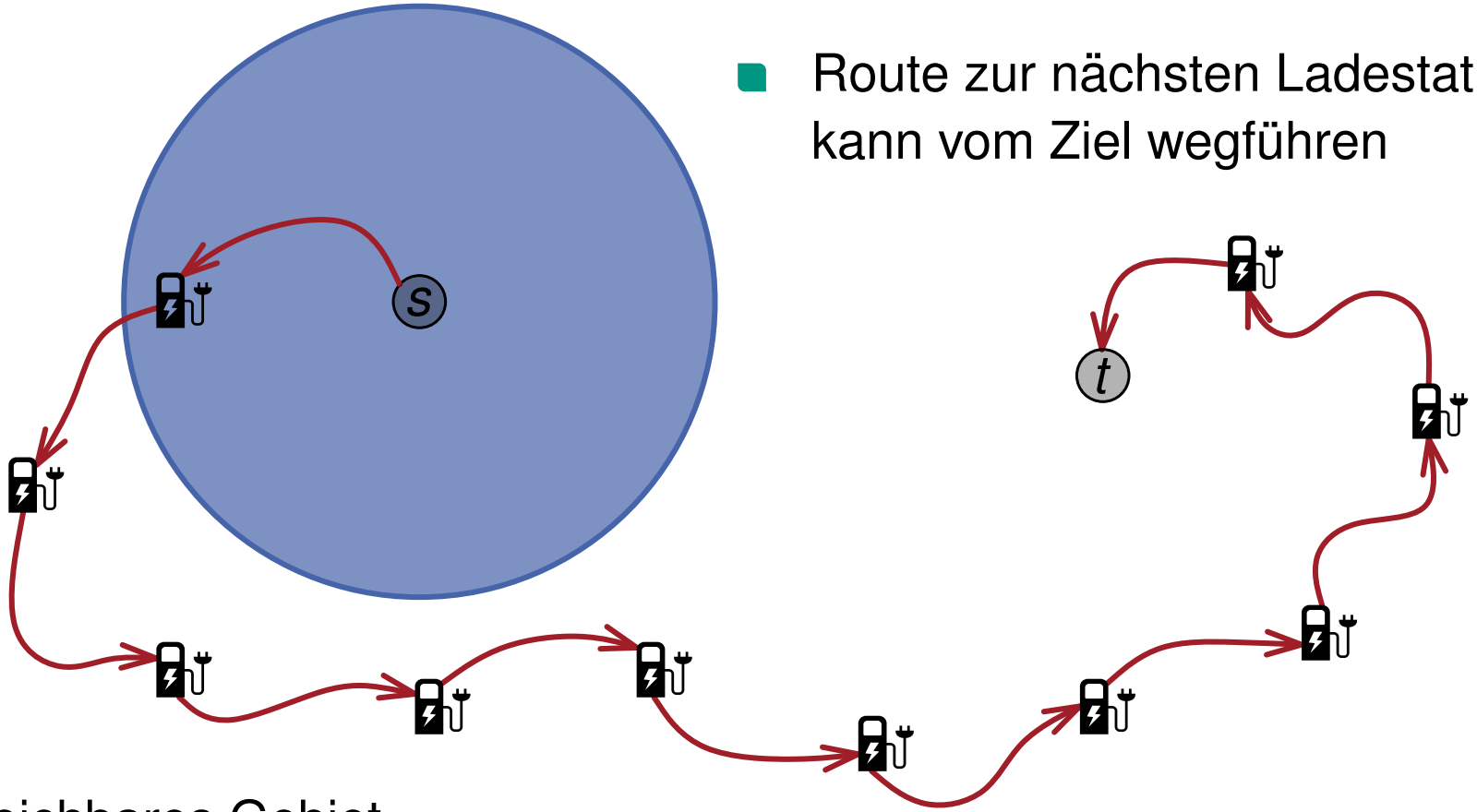


Erreichbares Gebiet

Ladestation

Ladestationen

Finde schnellste Route von s nach t:



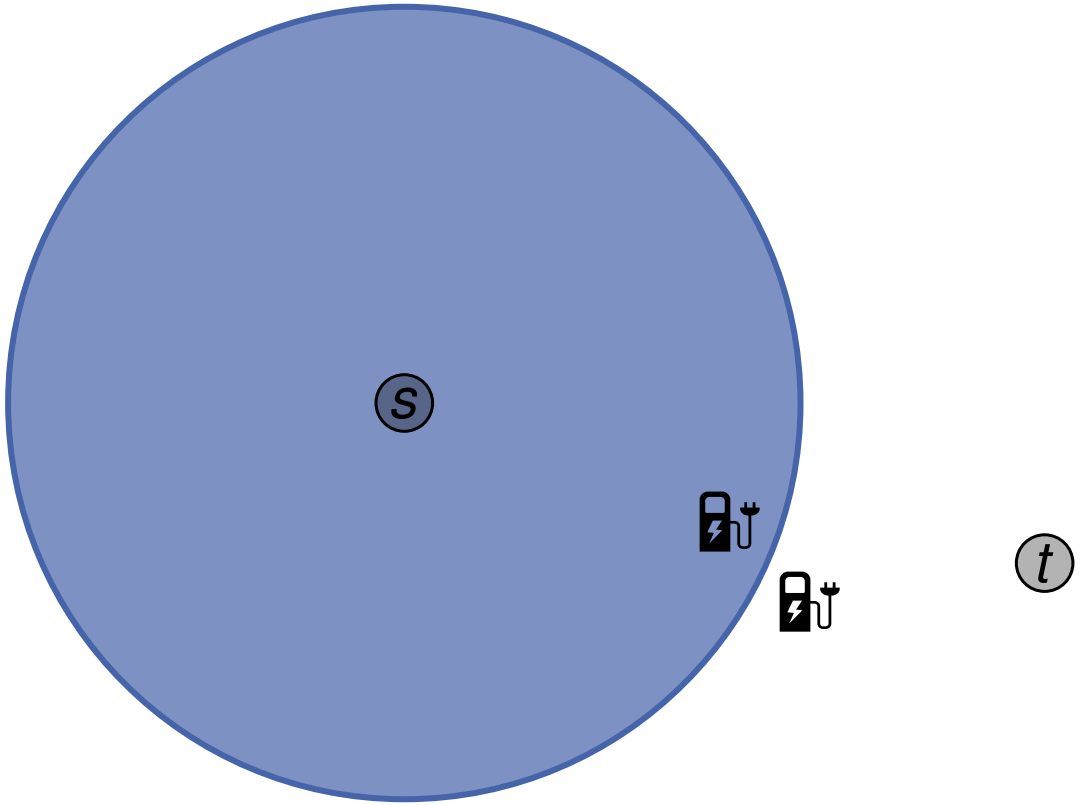
- Route zur nächsten Ladestation kann vom Ziel wegführen

Erreichbares Gebiet

Ladestation

Ladestationen

Finde schnellste Route von s nach t:

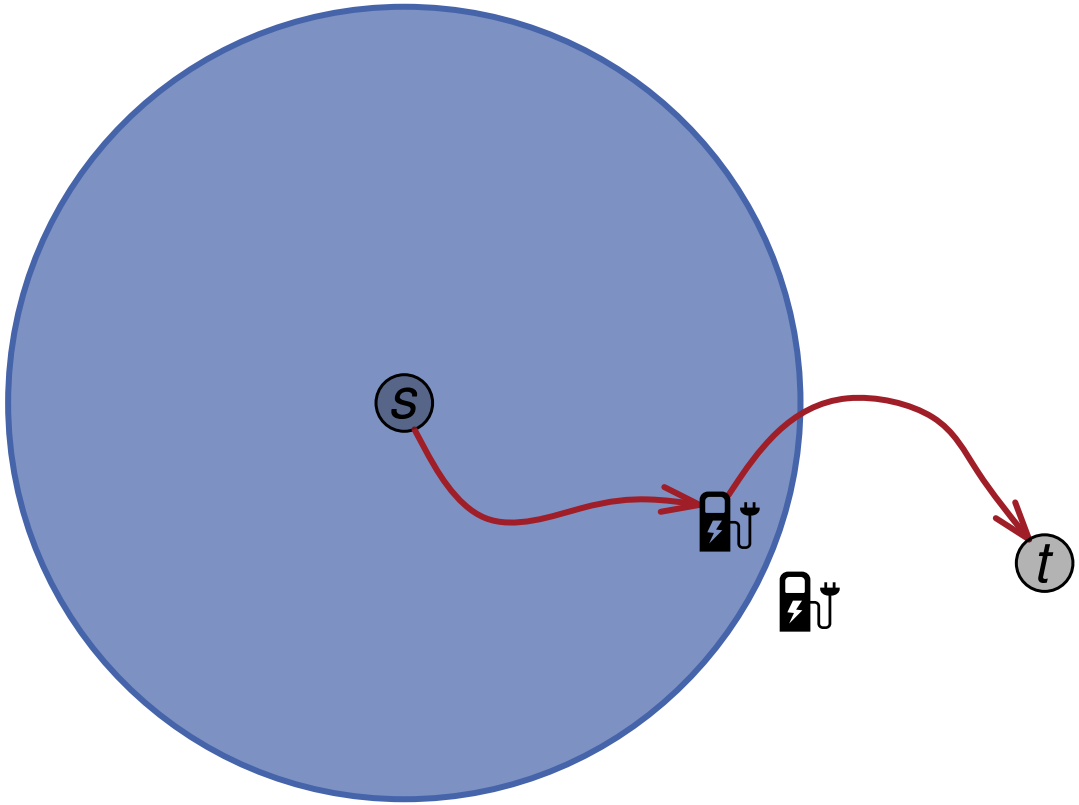


Erreichbares Gebiet

Ladestation

Ladestationen

Finde schnellste Route von s nach t:

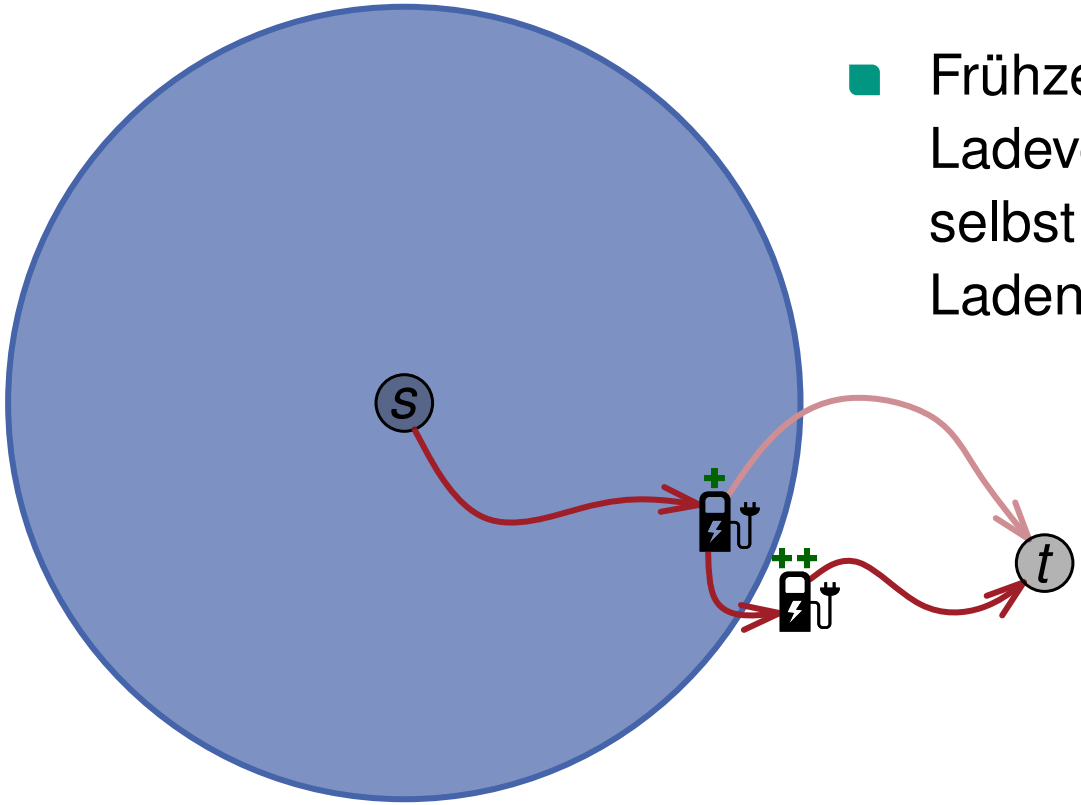


Erreichbares Gebiet

Ladestation

Ladestationen

Finde schnellste Route von s nach t:



- Frühzeitiger Abbruch des Ladevorgangs kann lohnen, selbst wenn Ziel bei weiterem Laden direkt erreichbar wäre

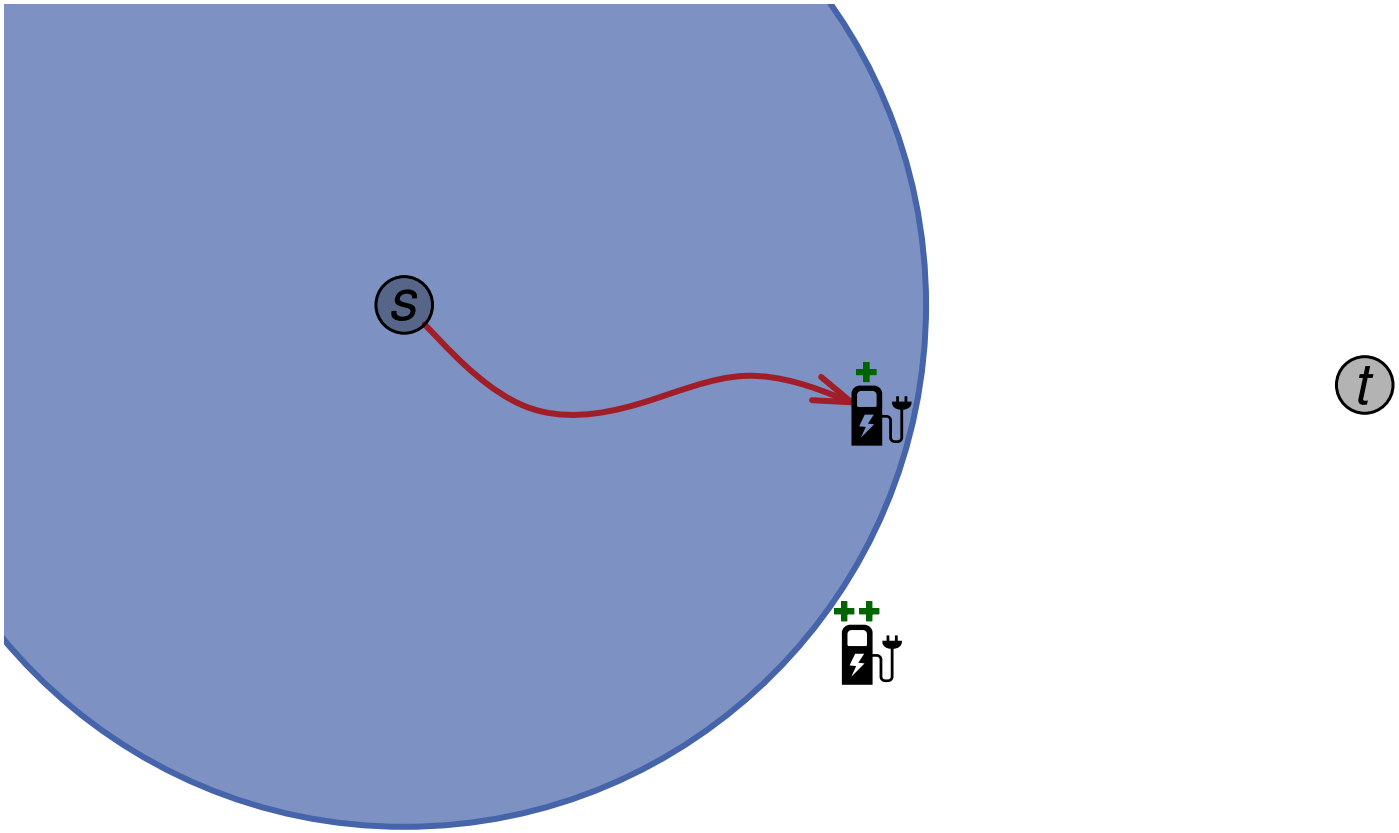
Erreichbares Gebiet

Ladestation

Super Charger / Swapping Station

Ladestationen

Finde schnellste Route von s nach t:



Erreichbares Gebiet

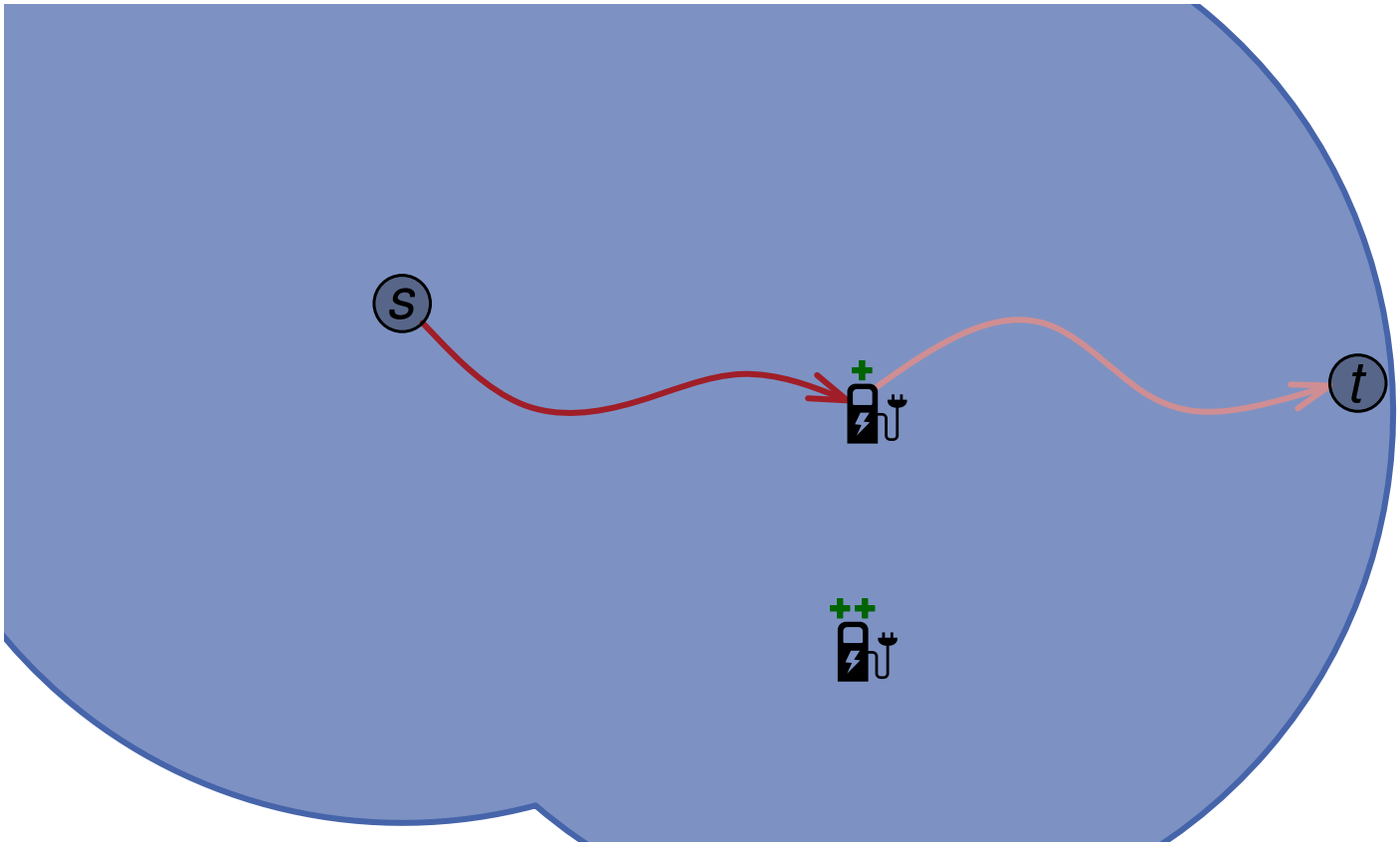
Ladestation

Super Charger / Swapping Station

Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Ladestationen

Finde schnellste Route von s nach t:



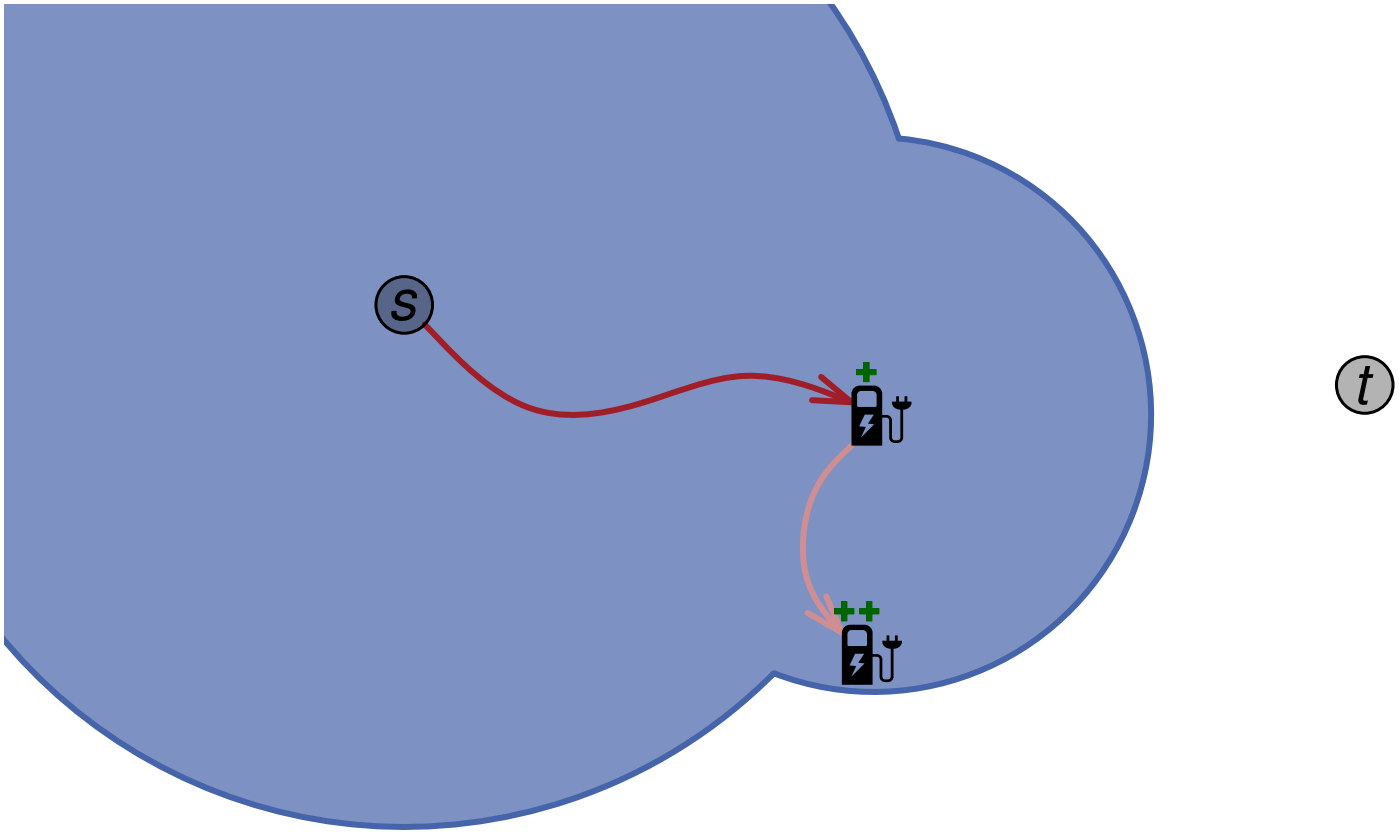
Erreichbares Gebiet

Ladestation

Super Charger / Swapping Station

Ladestationen

Finde schnellste Route von s nach t:



Erreichbares Gebiet

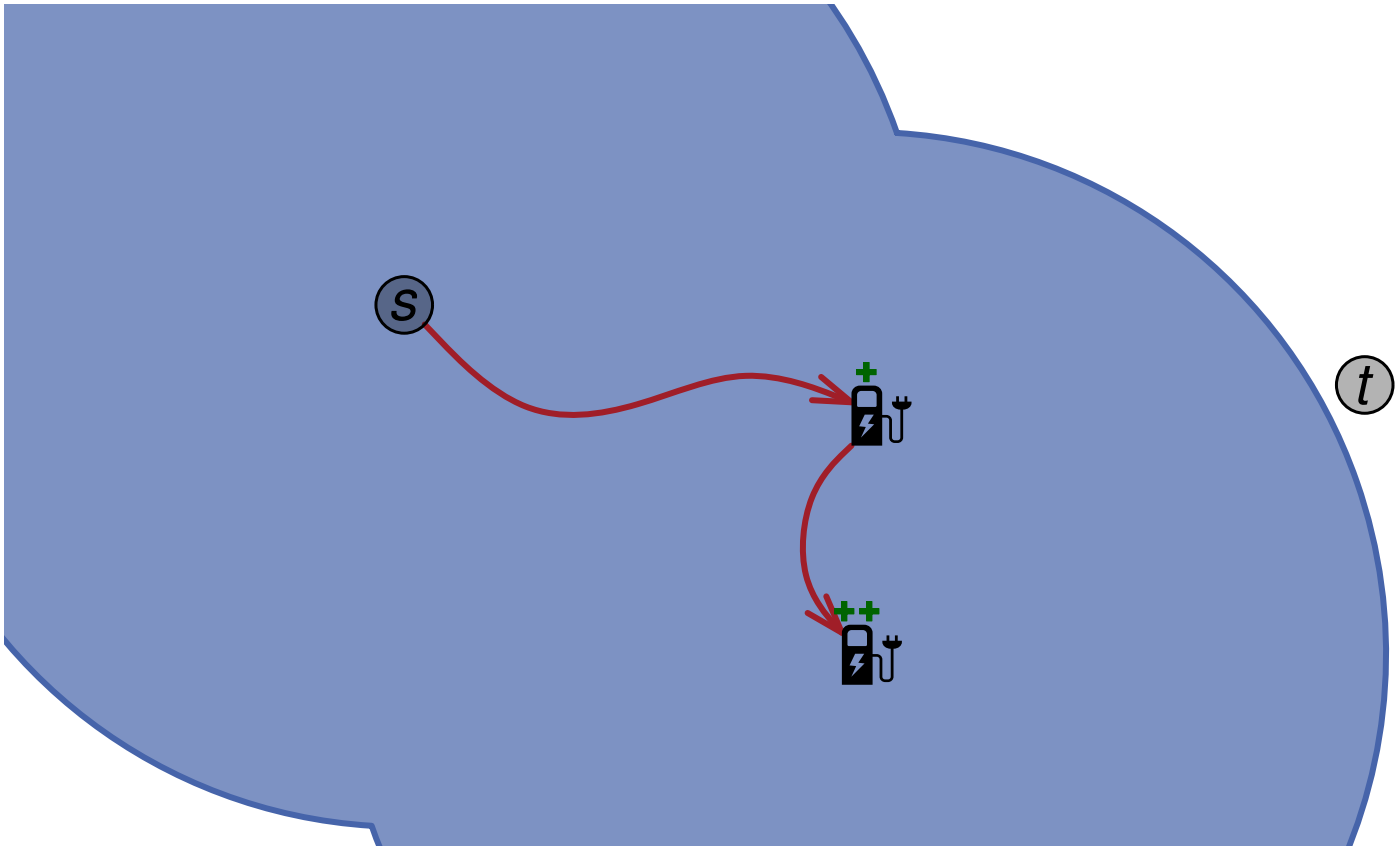
Ladestation

Super Charger / Swapping Station

Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Ladestationen

Finde schnellste Route von s nach t:



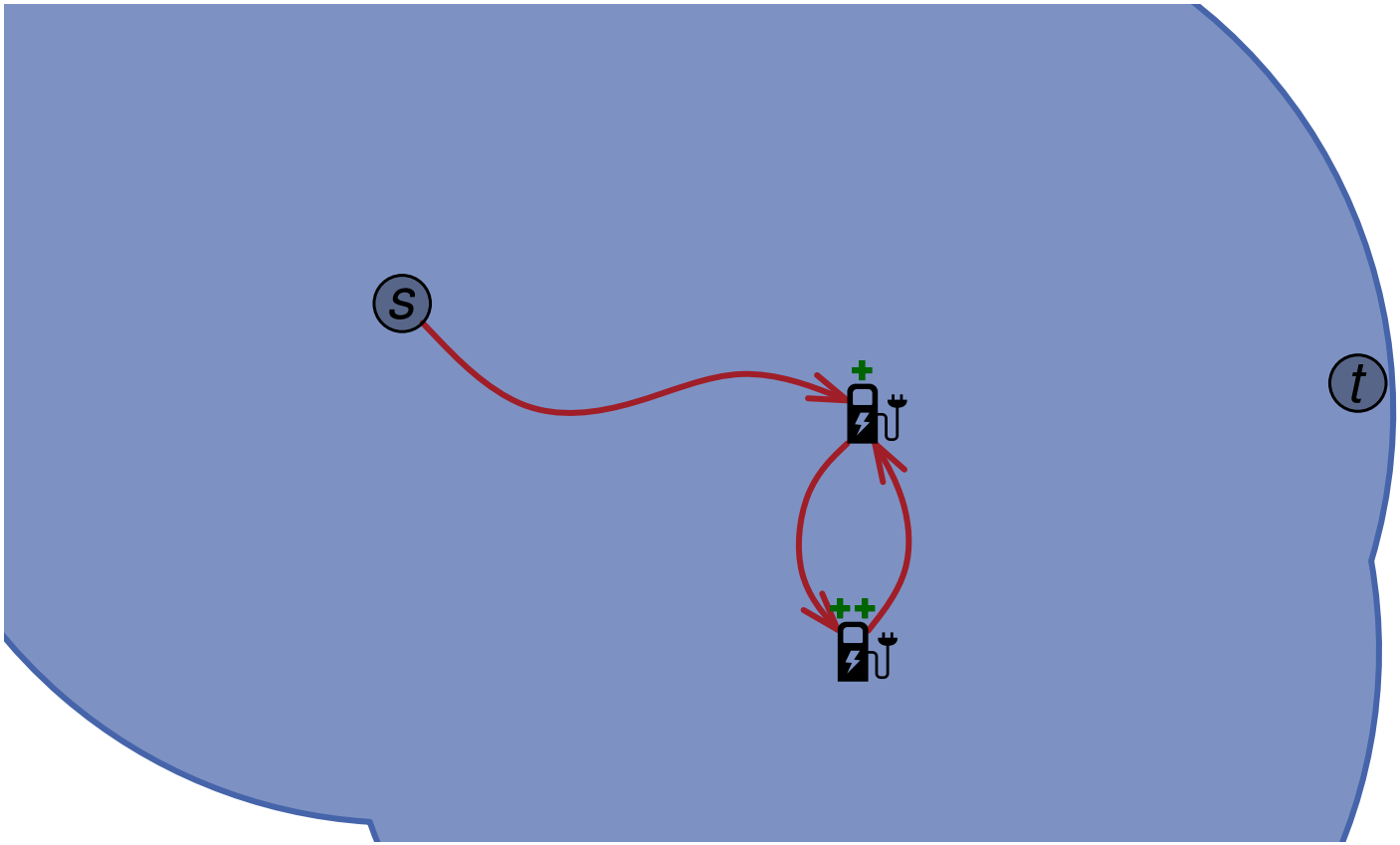
Erreichbares Gebiet

Ladestation

Super Charger / Swapping Station

Ladestationen

Finde schnellste Route von s nach t:



Erreichbares Gebiet

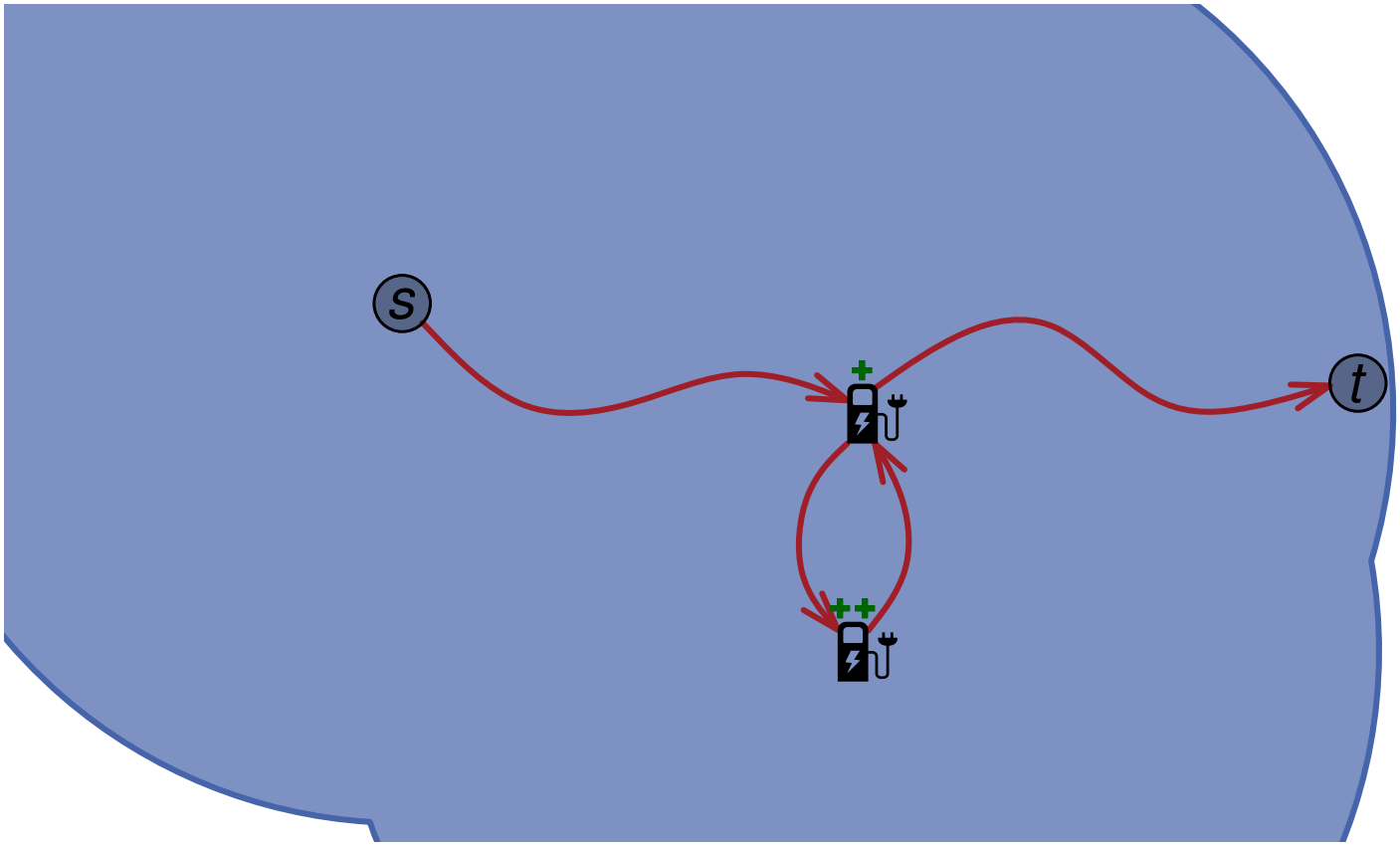
Ladestation

Super Charger / Swapping Station

Ladestationen

Finde schnellste Route von *s* nach *t*:

- Zyklen möglich



Erreichbares Gebiet

Ladestation

Super Charger / Swapping Station

Ladestationen

Schwierigkeiten:

- Laden dauert lange ($\Rightarrow$ lieber Energie sparen, laden vermeiden)
- Ladestationen sind selten (lohnt sich ein Umweg?)
- Laden jederzeit unterbrechbar

Ansatz:

- Ladezeiten müssen während Routenplanung berücksichtigt werden
- Optimiere Reisezeit = Fahrzeit + Ladezeit
- Teilmenge $S \subseteq V$ der Knoten sind Ladestationen
- Für jede Station eine Funktion, die das Ladeverhalten beschreibt

Ladefunktionen

Formal:

- Eine Funktion $\mathrm{cf}\colon [0, M] \times \mathbb{R}_{\geq 0} \to [0, M]$, bildet
  - Initialen SoC b_s und
  - Gewünschte Ladezeit τ_c auf
  - Durch laden erreichten SoC ab
- Monoton steigend (Länger laden $\Rightarrow$ mehr Energie)
- Konkav (Akku voller $\Rightarrow$ langsameres Laden)

Ladefunktionen

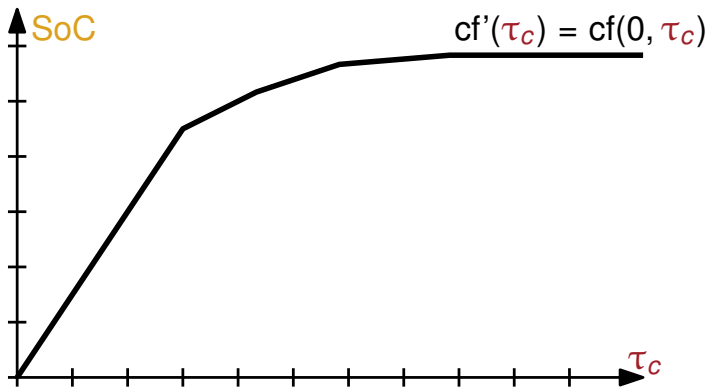
Formal:

- Eine Funktion cf: $[0, M] \times \mathbb{R}_{\geq 0} \to [0, M]$, bildet
  - Initialen SoC b_s und
  - Gewünschte Ladezeit τ_c auf
  - Durch laden erreichten SoC ab
- Monoton steigend (Länger laden $\Rightarrow$ mehr Energie)
- Konkav (Akku voller $\Rightarrow$ langsameres Laden)

Anmerkung: Realistische Ladefunktionen darstellbar durch:

- Univariate Funktion cf': $\mathbb{R}_{\geq 0} \to [0, M]$

  $\text{cf}(b, \tau_c) := \text{cf'}(\tau_c + \text{cf'}^{-1}(b))$



Ladefunktionen

Formal:

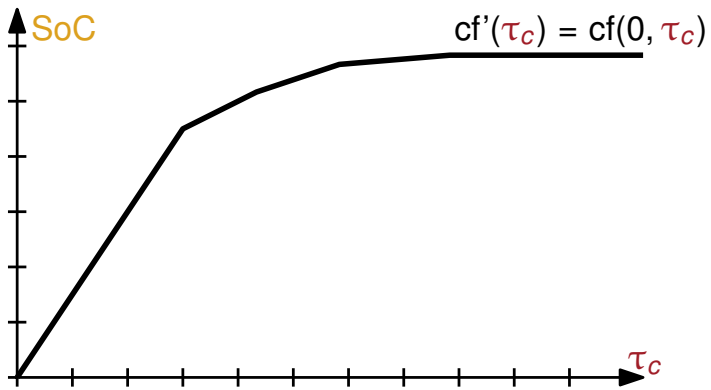
- Eine Funktion cf: $[0, M] \times \mathbb{R}_{\geq 0} \to [0, M]$, bildet
  - Initialen SoC b_s und
  - Gewünschte Ladezeit τ_c auf
  - Durch laden erreichten SoC ab
- Monoton steigend (Länger laden $\Rightarrow$ mehr Energie)
- Konkav (Akku voller $\Rightarrow$ langsameres Laden)

Anmerkung: Realistische Ladefunktionen darstellbar durch:

- Univariate Funktion cf': $\mathbb{R}_{\geq 0} \to [0, M]$

  $\text{cf}(b, \tau_c) := \text{cf'}(\tau_c + \text{cf'}^{-1}(b))$

  $\text{cf}(3, 2)$



Ladefunktionen

Formal:

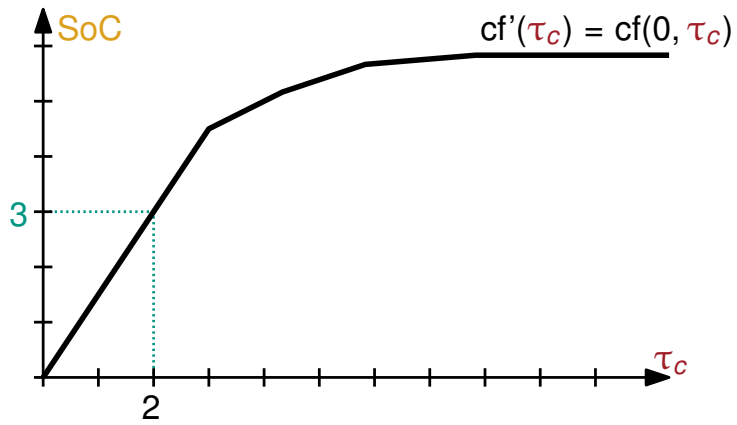
- Eine Funktion cf: $[0, M] \times \mathbb{R}_{\geq 0} \to [0, M]$, bildet
  - Initialen SoC b_s und
  - Gewünschte Ladezeit τ_c auf
  - Durch laden erreichten SoC ab
- Monoton steigend (Länger laden $\Rightarrow$ mehr Energie)
- Konkav (Akku voller $\Rightarrow$ langsameres Laden)

Anmerkung: Realistische Ladefunktionen darstellbar durch:

- Univariate Funktion cf': $\mathbb{R}_{\geq 0} \to [0, M]$

  $\text{cf}(b, \tau_c) := \text{cf}'(\tau_c + \text{cf}'^{-1}(b))$

  $\text{cf}(3, 2) = \text{cf}'(2 + \text{cf}'^{-1}(3))$



Ladefunktionen

Formal:

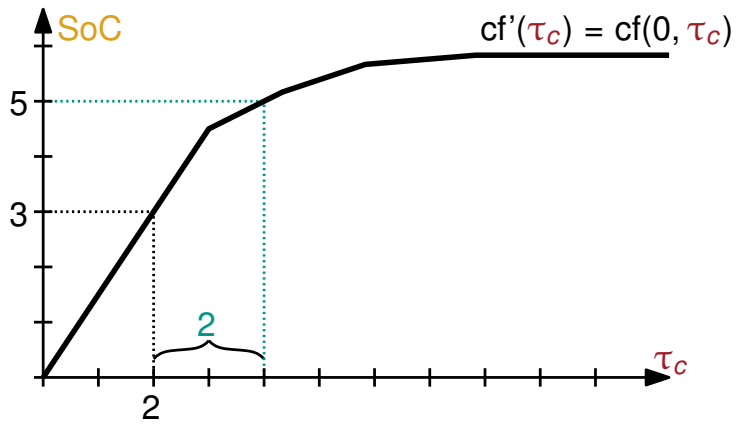
- Eine Funktion cf: $[0, M] \times \mathbb{R}_{\geq 0} \to [0, M]$, bildet
  - Initialen SoC b_s und
  - Gewünschte Ladezeit τ_c auf
  - Durch laden erreichten SoC ab
- Monoton steigend (Länger laden $\Rightarrow$ mehr Energie)
- Konkav (Akku voller $\Rightarrow$ langsameres Laden)

Anmerkung: Realistische Ladefunktionen darstellbar durch:

- Univariate Funktion cf': $\mathbb{R}_{\geq 0} \to [0, M]$

$$\text{cf}(b, \tau_c) := \text{cf}'(\tau_c + \text{cf}'^{-1}(b))$$

$$\begin{aligned}\text{cf}(3, 2) &= \text{cf}'(2 + \text{cf}'^{-1}(3)) \\ &= \text{cf}'(2 + 2)\end{aligned}$$



Ladefunktionen

Formal:

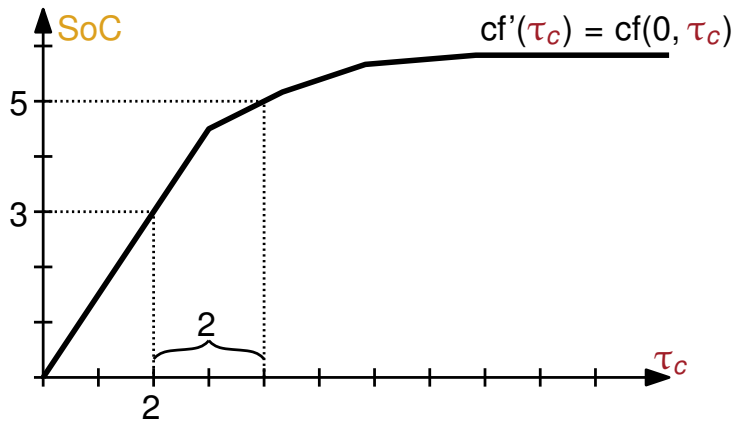
- Eine Funktion cf: $[0, M] \times \mathbb{R}_{\geq 0} \to [0, M]$, bildet
  - Initialen SoC b_s und
  - Gewünschte Ladezeit τ_c auf
  - Durch laden erreichten SoC ab
- Monoton steigend (Länger laden $\Rightarrow$ mehr Energie)
- Konkav (Akku voller $\Rightarrow$ langsameres Laden)

Anmerkung: Realistische Ladefunktionen darstellbar durch:

- Univariate Funktion cf': $\mathbb{R}_{\geq 0} \to [0, M]$

$$\text{cf}(b, \tau_c) := \text{cf}'(\tau_c + \text{cf}'^{-1}(b))$$

$$\begin{aligned}\text{cf}(3, 2) &= \text{cf}'(2 + \text{cf}'^{-1}(3)) \\ &= \text{cf}'(2 + 2) \\ &= 5\end{aligned}$$



Charging Function Propagation (CFP)

Algorithmus:

- Basiert auf Dijkstra's Algorithmus bzw. MCD
- Solange keine Ladestation Besucht: Label = Tupel (Reisezeit, SoC)
- Battery Constraints, Pareto-Optimierung wie bisher

Charging Function Propagation (CFP)

Algorithmus:

- Basiert auf Dijkstra's Algorithmus bzw. MCD
- Solange keine Ladestation Besucht: Label = Tupel (Reisezeit, SoC)
- Battery Constraints, Pareto-Optimierung wie bisher

Problem: Wenn Ladestation erreicht: Wie lange laden?

- Hängt vom gewähltem Pfad zu t ab
- Optimaler SoC zum Weiterfahren unbekannt

Charging Function Propagation (CFP)

Algorithmus:

- Basiert auf Dijkstra's Algorithmus bzw. MCD
- Solange keine Ladestation Besucht: Label = Tupel (Reisezeit, SoC)
- Battery Constraints, Pareto-Optimierung wie bisher

Problem: Wenn Ladestation erreicht: Wie lange laden?

- Hängt vom gewähltem Pfad zu t ab
- Optimaler SoC zum Weiterfahren unbekannt

Lösung:

- Verschiebe die Entscheidung auf später!
- Merke zuletzt gesehene Ladestation

Charging Function Propagation (CFP)

Label: Ein Label ℓ am Knoten v ist ein Tupel $(\tau_t, b_u, u, c_{(u,\ldots,v)})$ mit:

- Reisezeit τ_t von s nach v (Inklusive Ladezeiten außer an u)
- SoC b_u mit dem die letzte Ladestation (u) erreicht wurde
- Zu letzt passierte Ladestation u (Initial $\perp$)
- Verbrauchsfunktion $c_{(u,\ldots,v)}$ für den Pfad von u nach v (Initial $\perp$)

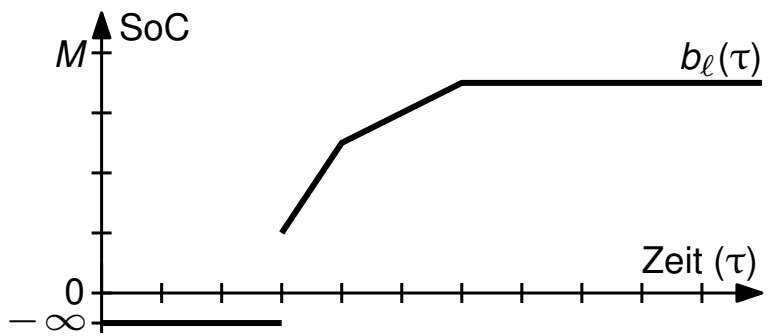
Charging Function Propagation (CFP)

Label: Ein Label ℓ am Knoten v ist ein Tupel $(\tau_t, b_u, u, c_{(u,\ldots,v)})$ mit:

- Reisezeit τ_t von s nach v (Inklusive Ladezeiten außer an u)
- SoC b_u mit dem die letzte Ladestation (u) erreicht wurde
- Zu letzt passierte Ladestation u (Initial $\perp$)
- Verbrauchsfunktion $c_{(u,\ldots,v)}$ für den Pfad von u nach v (Initial $\perp$)

Interpretation:

- Label beschreibt eine *verschobene* Ladefunktion
- Bildet Reisezeit auf SoC ab (Daher auch SoC-Funktion genannt)
- Funktion repräsentiert Menge von Pareto-Optimalen Punkten
- Definition der SoC-Funktion $b_\ell(\tau)$:
  $b_\ell(\tau) := b' - c_{(u,\ldots,v)}(b')$ mit
  $b' := \mathrm{cf}_u(b_u, \tau - \tau_t)$



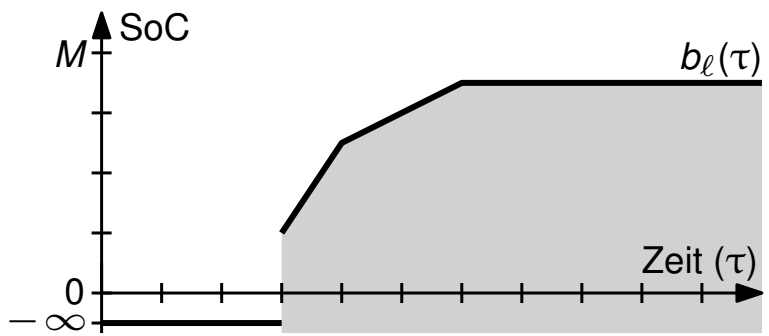
Charging Function Propagation (CFP)

Label: Ein Label ℓ am Knoten v ist ein Tupel $(\tau_t, b_u, u, c_{(u,\ldots,v)})$ mit:

- Reisezeit τ_t von s nach v (Inklusive Ladezeiten außer an u)
- SoC b_u mit dem die letzte Ladestation (u) erreicht wurde
- Zu letzt passierte Ladestation u (Initial $\perp$)
- Verbrauchsfunktion $c_{(u,\ldots,v)}$ für den Pfad von u nach v (Initial $\perp$)

Interpretation:

- Label beschreibt eine *verschobene* Ladefunktion
- Bildet Reisezeit auf SoC ab (Daher auch SoC-Funktion genannt)
- Funktion repräsentiert Menge von Pareto-Optimalen Punkten
- Definition der SoC-Funktion $b_\ell(\tau)$:
  $b_\ell(\tau) := b' - c_{(u,\ldots,v)}(b')$ mit
  $b' := \mathrm{cf}_u(b_u, \tau - \tau_t)$



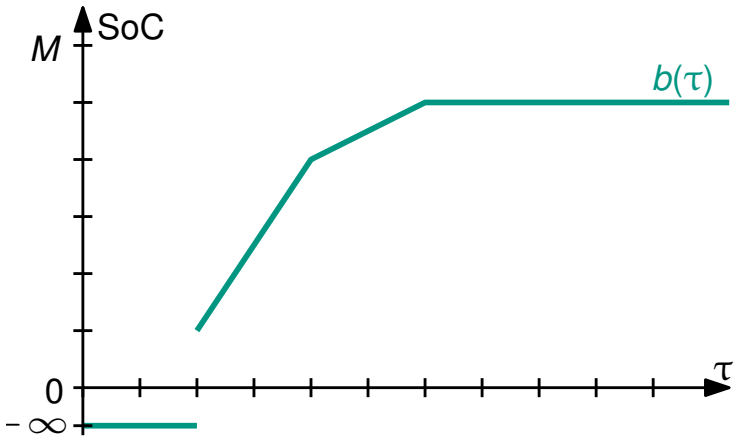
Charging Function Propagation (CFP)

Kanten Relaxierung: (Label $\ell = (\tau_t, b_u, u, c_{(u,\ldots,v)})$)

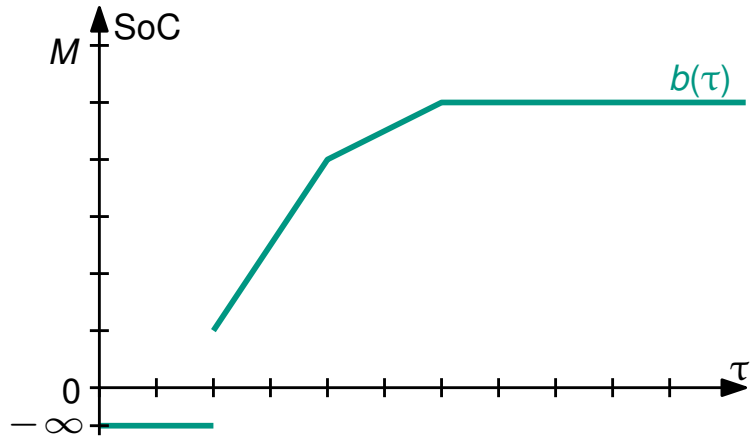
- Relaxieren der Kante $e = (v, w)$ verschiebt die SoC-Funktion $b_\ell(\tau)$
  - $b_\ell(\tau)$ wird um Fahrzeit $\tau_d(e)$ nach rechts verschoben
  - $b_\ell(\tau)$ wird um Verbrauch $\gamma(e)$ nach unten verschoben
- Anschließend werden Battery Constraints überprüft

Formal: $\tau_t \leftarrow \tau_t + \tau_d(e)$ und $c_{(u,\ldots,w)} \leftarrow c_{(u,\ldots,v)} \circ c_e$

$\tau_d(e) = 3, \gamma(e) = 2$



$\tau_d(e) = 3, \gamma(e) = -2$



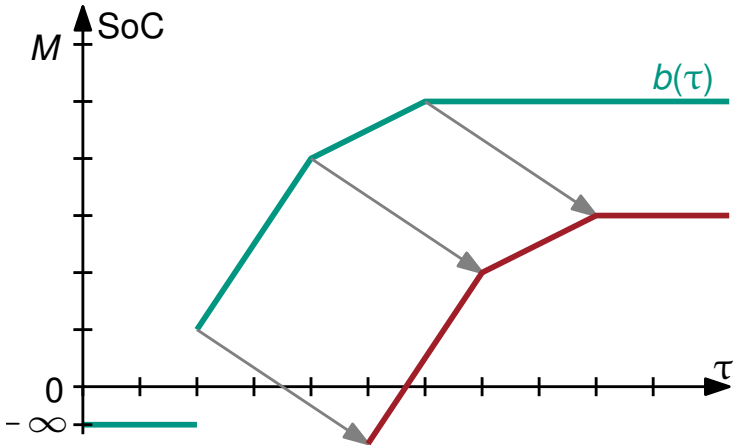
Charging Function Propagation (CFP)

Kanten Relaxierung: (Label $\ell = (\tau_t, b_u, u, c_{(u,\ldots,v)})$)

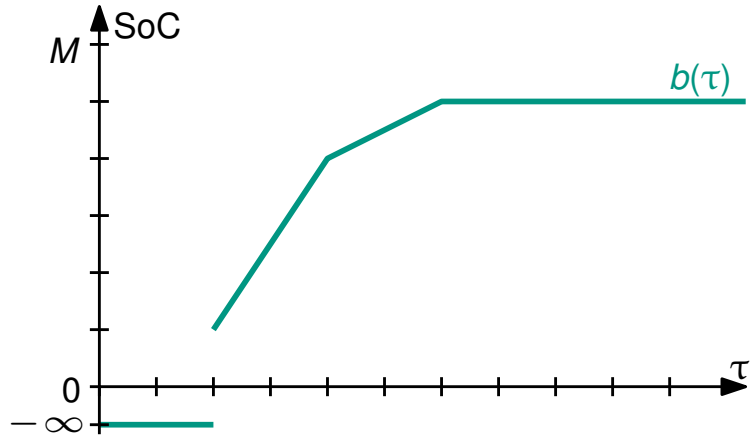
- Relaxieren der Kante $e = (v, w)$ verschiebt die SoC-Funktion $b_\ell(\tau)$
  - $b_\ell(\tau)$ wird um Fahrzeit $\tau_d(e)$ nach rechts verschoben
  - $b_\ell(\tau)$ wird um Verbrauch $\gamma(e)$ nach unten verschoben
- Anschließend werden Battery Constraints überprüft

Formal: $\tau_t \leftarrow \tau_t + \tau_d(e)$ und $c_{(u,\ldots,w)} \leftarrow c_{(u,\ldots,v)} \circ c_e$

$\tau_d(e) = 3, \gamma(e) = 2$



$\tau_d(e) = 3, \gamma(e) = -2$



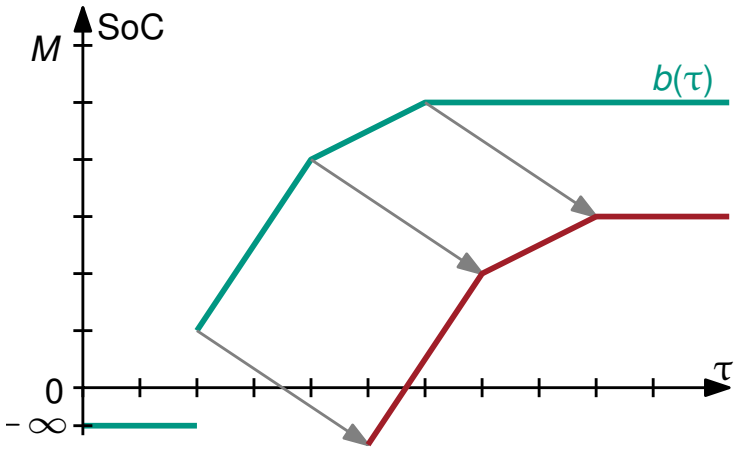
Charging Function Propagation (CFP)

Kanten Relaxierung: (Label $\ell = (\tau_t, b_u, u, c_{(u,\ldots,v)})$)

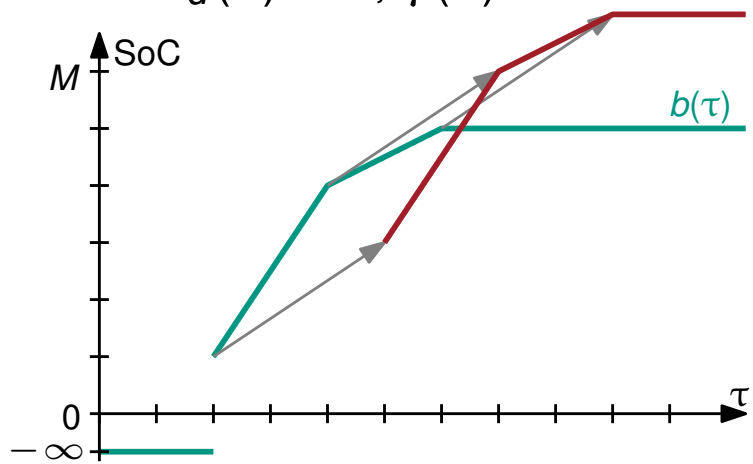
- Relaxieren der Kante $e = (v, w)$ verschiebt die SoC-Funktion $b_\ell(\tau)$
  - $b_\ell(\tau)$ wird um Fahrzeit $\tau_d(e)$ nach rechts verschoben
  - $b_\ell(\tau)$ wird um Verbrauch $\gamma(e)$ nach unten verschoben
- Anschließend werden Battery Constraints überprüft

Formal: $\tau_t \leftarrow \tau_t + \tau_d(e)$ und $c_{(u,\ldots,w)} \leftarrow c_{(u,\ldots,v)} \circ c_e$

$\tau_d(e) = 3, \gamma(e) = 2$



$\tau_d(e) = 3, \gamma(e) = -2$



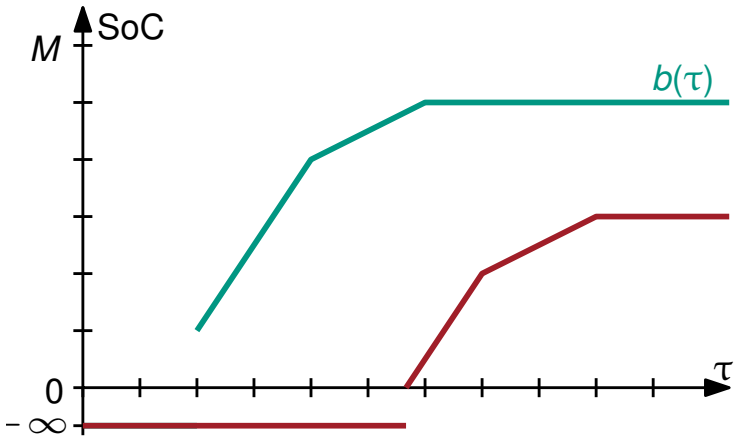
Charging Function Propagation (CFP)

Kanten Relaxierung: (Label $\ell = (\tau_t, b_u, u, c_{(u,\ldots,v)})$)

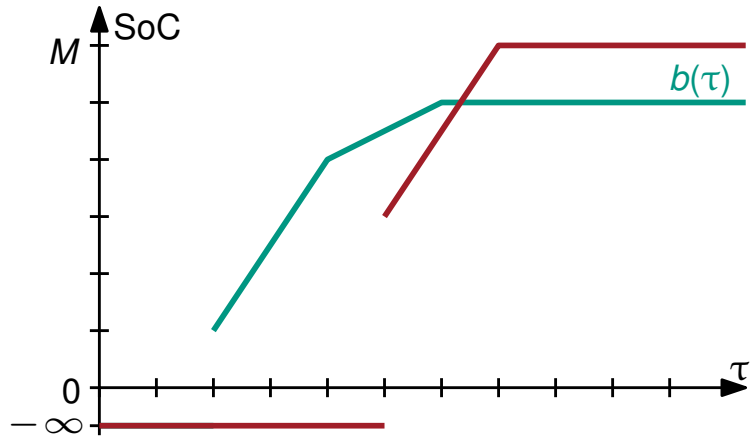
- Relaxieren der Kante $e = (v, w)$ verschiebt die SoC-Funktion $b_\ell(\tau)$
  - $b_\ell(\tau)$ wird um Fahrzeit $\tau_d(e)$ nach rechts verschoben
  - $b_\ell(\tau)$ wird um Verbrauch $\gamma(e)$ nach unten verschoben
- Anschließend werden Battery Constraints überprüft

Formal: $\tau_t \leftarrow \tau_t + \tau_d(e)$ und $c_{(u,\ldots,w)} \leftarrow c_{(u,\ldots,v)} \circ c_e$

$\tau_d(e) = 3, \gamma(e) = 2$



$\tau_d(e) = 3, \gamma(e) = -2$



Charging Function Propagation (CFP)

Dominanz von SoC-Funktionen:

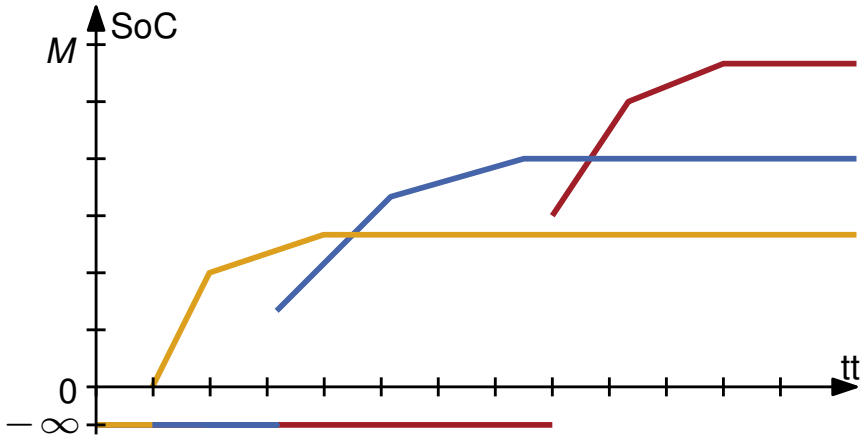
- Für SoC-Funktion $b_\ell(\tau)$ und $b_\ell(\tau)$ definieren wir Dominanz ($\propto$) als:

$$b_\ell(\tau) \propto b_\ell(\tau) \quad \Leftrightarrow \quad \forall \tau \geq 0 : b_\ell(\tau) \geq b_\ell(\tau)$$

- Pro Knoten eine Menge von SoC-Funktionen
- Ein neues Label wird erzeugt (Durch eine Kanten Relaxierung)

  $\Rightarrow$ Überprüfe Dominanz (Nur paarweise)

  Lösche dominierte Label



Charging Function Propagation (CFP)

Dominanz von SoC-Funktionen:

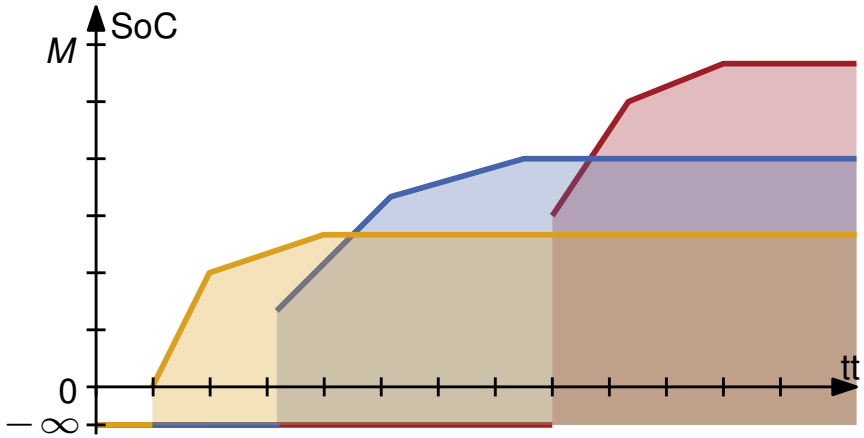
- Für SoC-Funktion $b_\ell(\tau)$ und $b_\ell(\tau)$ definieren wir Dominanz ($\propto$) als:

$$b_\ell(\tau) \propto b_\ell(\tau) \quad \Leftrightarrow \quad \forall \tau \geq 0 : b_\ell(\tau) \geq b_\ell(\tau)$$

- Pro Knoten eine Menge von SoC-Funktionen
- Ein neues Label wird erzeugt (Durch eine Kanten Relaxierung)

  $\Rightarrow$ Überprüfe Dominanz (Nur paarweise)

  Lösche dominierte Label



Charging Function Propagation (CFP)

Dominanz von SoC-Funktionen:

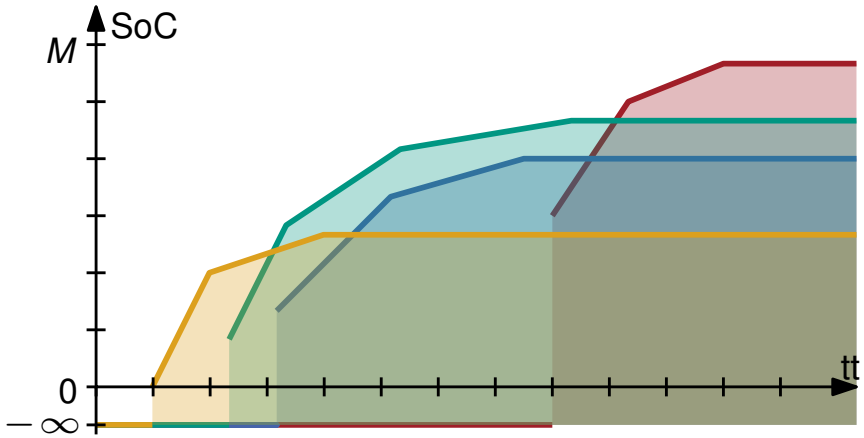
- Für SoC-Funktion $b_\ell(\tau)$ und $b_\ell(\tau)$ definieren wir Dominanz ($\propto$) als:

$$b_\ell(\tau) \propto b_\ell(\tau) \quad \Leftrightarrow \quad \forall \tau \geq 0 : b_\ell(\tau) \geq b_\ell(\tau)$$

- Pro Knoten eine Menge von SoC-Funktionen
- Ein neues Label wird erzeugt (Durch eine Kanten Relaxierung)

  $\Rightarrow$ Überprüfe Dominanz (Nur paarweise)

  Lösche dominierte Label



Charging Function Propagation (CFP)

Dominanz von SoC-Funktionen:

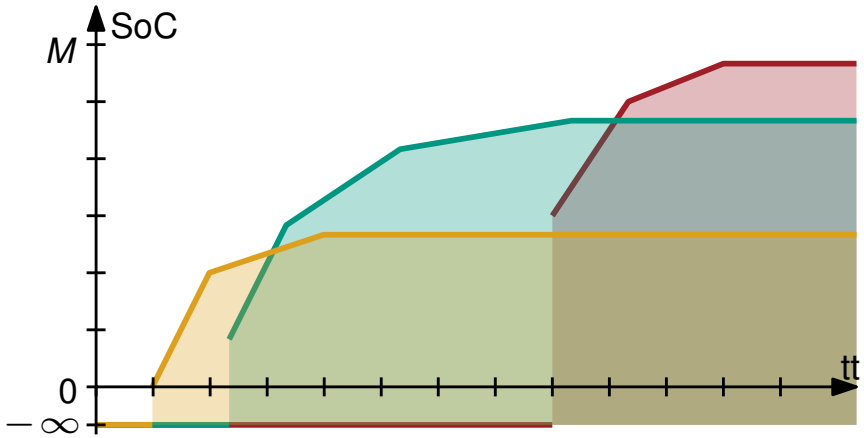
- Für SoC-Funktion $b_\ell(\tau)$ und $b_\ell(\tau)$ definieren wir Dominanz ($\propto$) als:

$$b_\ell(\tau) \propto b_\ell(\tau) \quad \Leftrightarrow \quad \forall \tau \geq 0 : b_\ell(\tau) \geq b_\ell(\tau)$$

- Pro Knoten eine Menge von SoC-Funktionen
- Ein neues Label wird erzeugt (Durch eine Kanten Relaxierung)

  $\Rightarrow$ Überprüfe Dominanz (Nur paarweise)

  Lösche dominierte Label



Charging Function Propagation (CFP)

Dominanz von SoC-Funktionen:

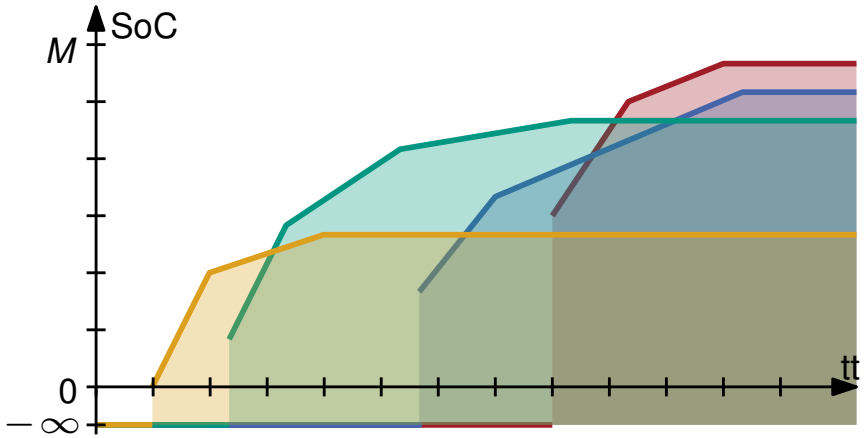
- Für SoC-Funktion $b_\ell(\tau)$ und $b_\ell(\tau)$ definieren wir Dominanz ($\propto$) als:

$$b_\ell(\tau) \propto b_\ell(\tau) \quad \Leftrightarrow \quad \forall \tau \geq 0 : b_\ell(\tau) \geq b_\ell(\tau)$$

- Pro Knoten eine Menge von SoC-Funktionen
- Ein neues Label wird erzeugt (Durch eine Kanten Relaxierung)

  $\Rightarrow$ Überprüfe Dominanz (Nur paarweise)

  Lösche dominierte Label



Charging Function Propagation (CFP)

Dominanz von SoC-Funktionen:

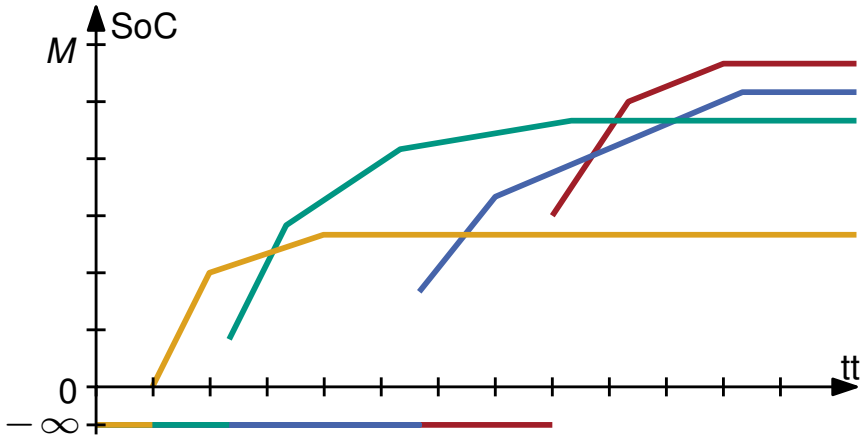
- Für SoC-Funktion $b_\ell(\tau)$ und $b_\ell(\tau)$ definieren wir Dominanz ($\propto$) als:

$$b_\ell(\tau) \propto b_\ell(\tau) \quad \Leftrightarrow \quad \forall \tau \geq 0 : b_\ell(\tau) \geq b_\ell(\tau)$$

- Pro Knoten eine Menge von SoC-Funktionen
- Ein neues Label wird erzeugt (Durch eine Kanten Relaxierung)

  $\Rightarrow$ Überprüfe Dominanz (Nur paarweise)

  Lösche dominierte Label



Charging Function Propagation (CFP)

Settling von Ladestationen

- Nur die letzte Ladestation wird im Label gespeichert
- Erreichen einer Ladestation $\Rightarrow$ Bestimme τ_c für die letzte Station

Problem:

- Am ursprünglichem Problem hat sich nichts geändert
- Auch für vorletzte Ladestation ist die Ladezeit unklar

Charging Function Propagation (CFP)

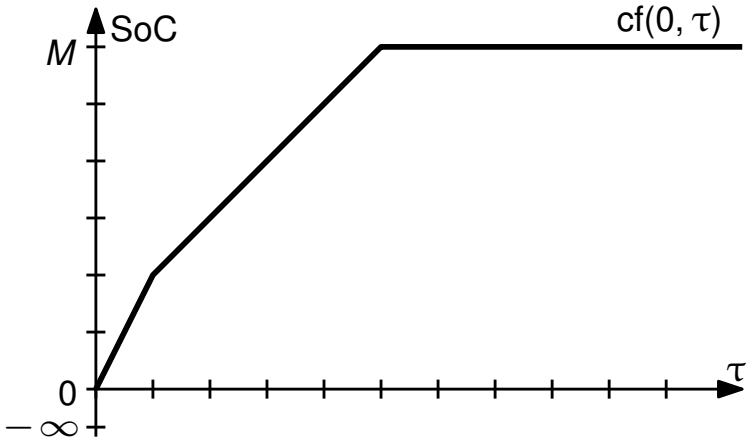
Settling von Ladestationen

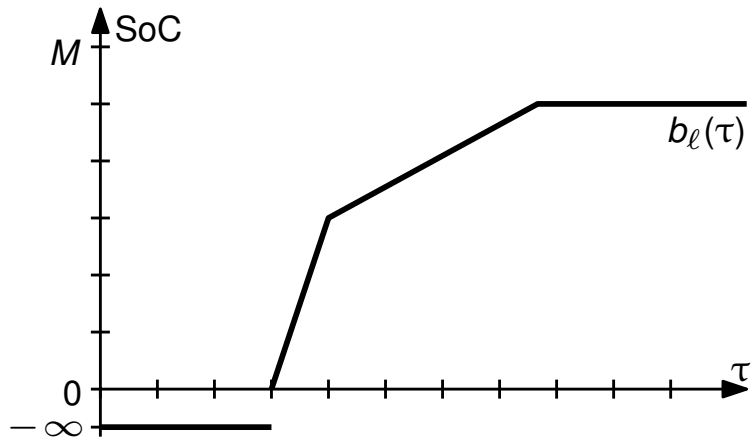
- Nur die letzte Ladestation wird im Label gespeichert
- Erreichen einer Ladestation $\Rightarrow$ Bestimme τ_c für die letzte Station

Problem:

- Am ursprünglichem Problem hat sich nichts geändert
- Auch für vorletzte Ladestation ist die Ladezeit unklar

Aber: Wechsel der Station nur sinnvoll, wenn neue Station besser





Charging Function Propagation (CFP)

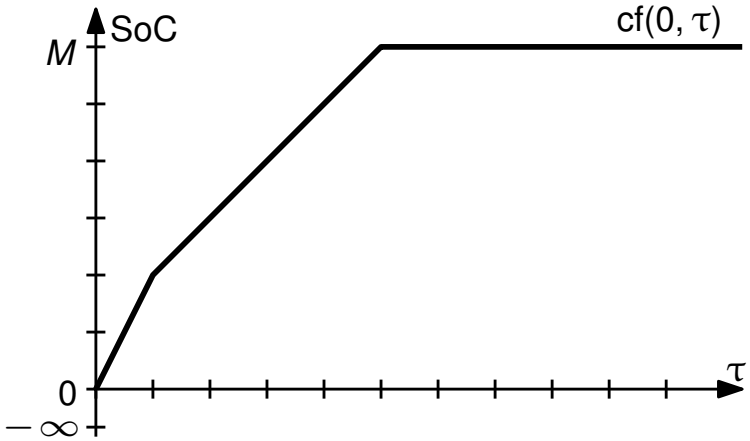
Settling von Ladestationen

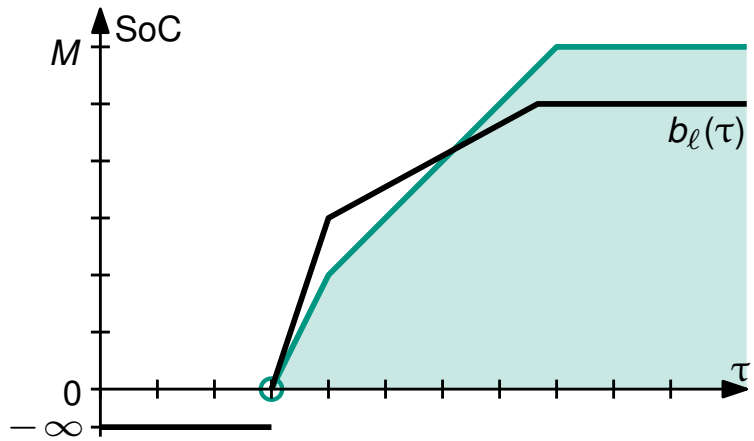
- Nur die letzte Ladestation wird im Label gespeichert
- Erreichen einer Ladestation $\Rightarrow$ Bestimme τ_c für die letzte Station

Problem:

- Am ursprünglichem Problem hat sich nichts geändert
- Auch für vorletzte Ladestation ist die Ladezeit unklar

Aber: Wechsel der Station nur sinnvoll, wenn neue Station besser





Charging Function Propagation (CFP)

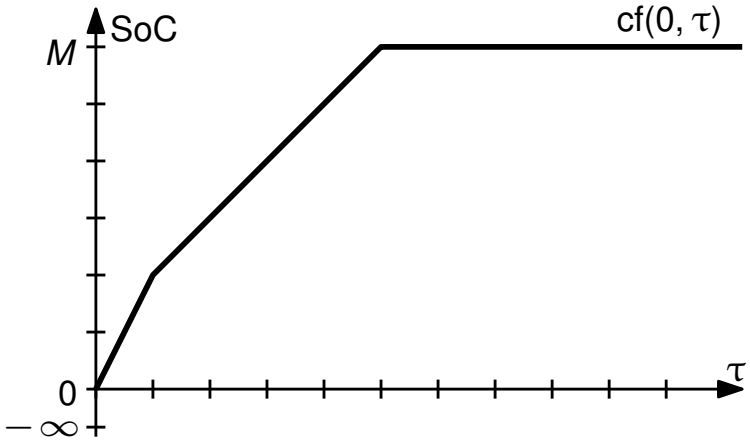
Settling von Ladestationen

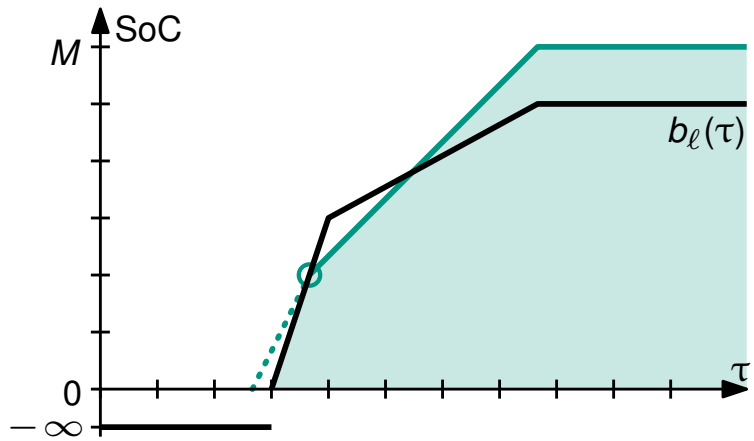
- Nur die letzte Ladestation wird im Label gespeichert
- Erreichen einer Ladestation $\Rightarrow$ Bestimme τ_c für die letzte Station

Problem:

- Am ursprünglichem Problem hat sich nichts geändert
- Auch für vorletzte Ladestation ist die Ladezeit unklar

Aber: Wechsel der Station nur sinnvoll, wenn neue Station besser





Charging Function Propagation (CFP)

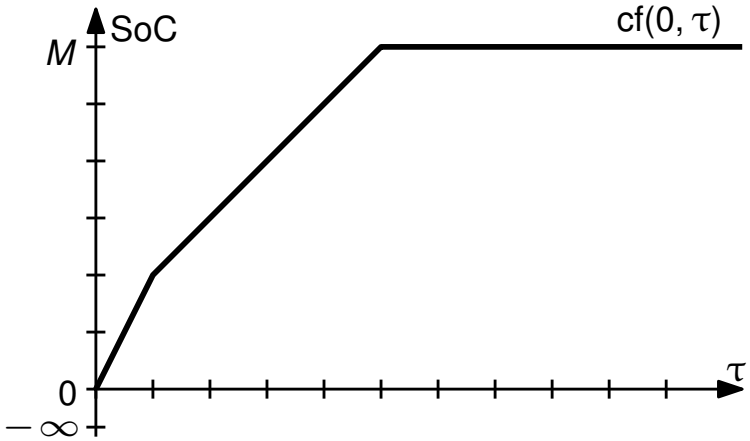
Settling von Ladestationen

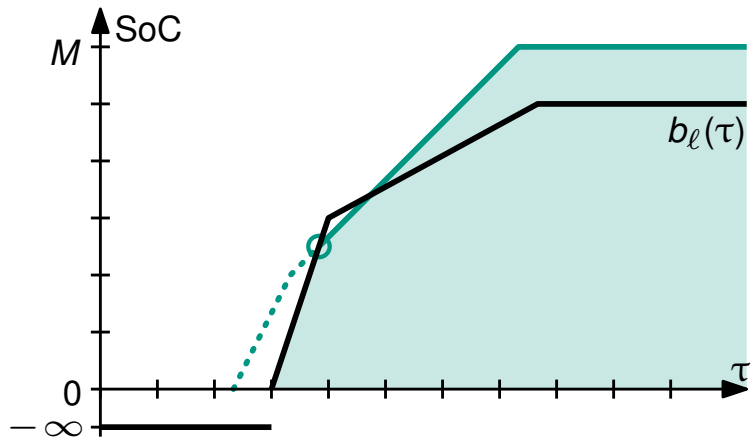
- Nur die letzte Ladestation wird im Label gespeichert
- Erreichen einer Ladestation $\Rightarrow$ Bestimme τ_c für die letzte Station

Problem:

- Am ursprünglichem Problem hat sich nichts geändert
- Auch für vorletzte Ladestation ist die Ladezeit unklar

Aber: Wechsel der Station nur sinnvoll, wenn neue Station besser





Charging Function Propagation (CFP)

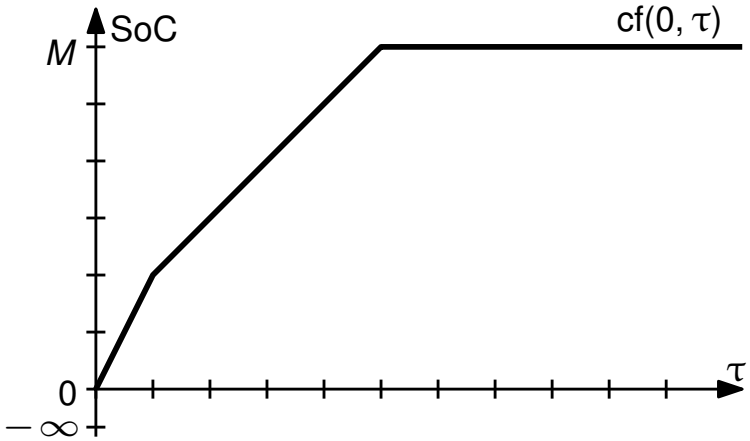
Settling von Ladestationen

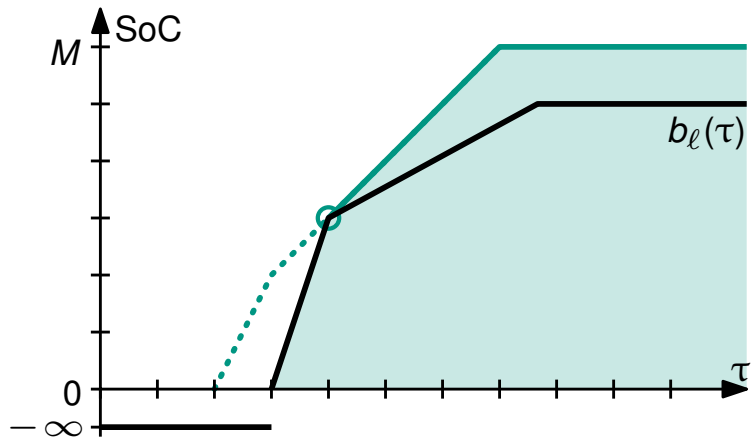
- Nur die letzte Ladestation wird im Label gespeichert
- Erreichen einer Ladestation $\Rightarrow$ Bestimme τ_c für die letzte Station

Problem:

- Am ursprünglichem Problem hat sich nichts geändert
- Auch für vorletzte Ladestation ist die Ladezeit unklar

Aber: Wechsel der Station nur sinnvoll, wenn neue Station besser





Charging Function Propagation (CFP)

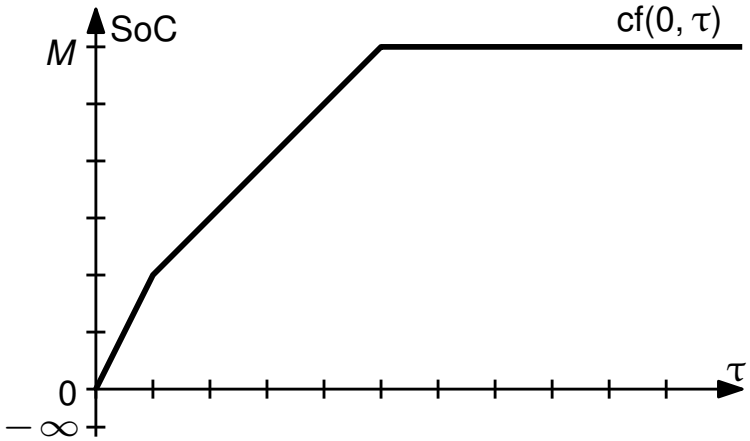
Settling von Ladestationen

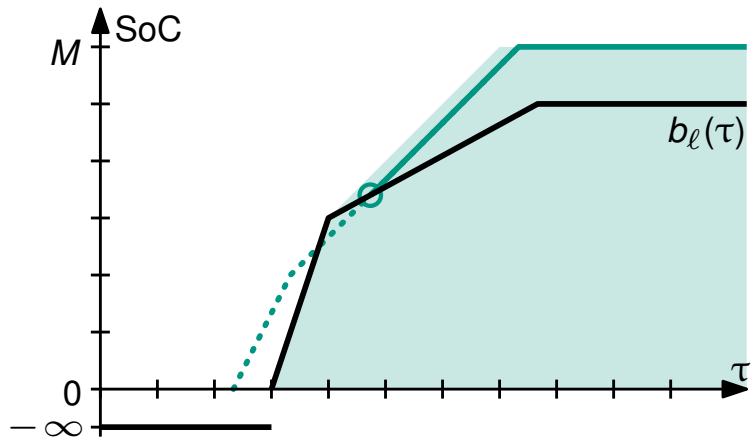
- Nur die letzte Ladestation wird im Label gespeichert
- Erreichen einer Ladestation $\Rightarrow$ Bestimme τ_c für die letzte Station

Problem:

- Am ursprünglichem Problem hat sich nichts geändert
- Auch für vorletzte Ladestation ist die Ladezeit unklar

Aber: Wechsel der Station nur sinnvoll, wenn neue Station besser





Charging Function Propagation (CFP)

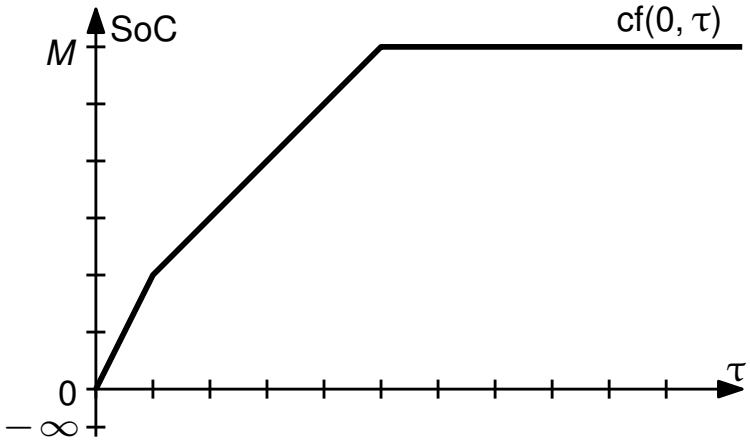
Settling von Ladestationen

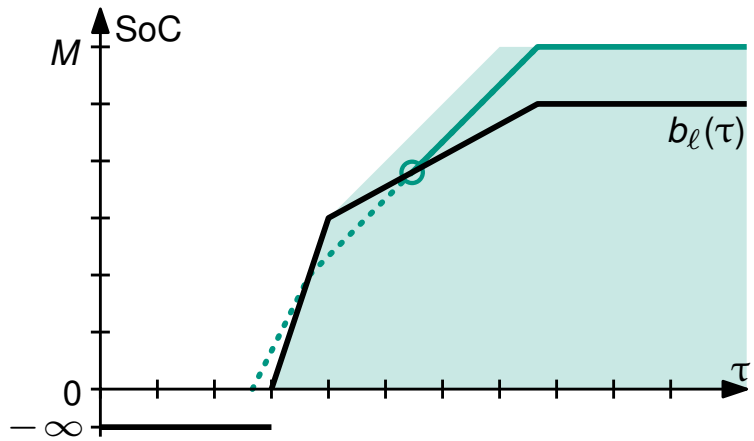
- Nur die letzte Ladestation wird im Label gespeichert
- Erreichen einer Ladestation $\Rightarrow$ Bestimme τ_c für die letzte Station

Problem:

- Am ursprünglichem Problem hat sich nichts geändert
- Auch für vorletzte Ladestation ist die Ladezeit unklar

Aber: Wechsel der Station nur sinnvoll, wenn neue Station besser





Charging Function Propagation (CFP)

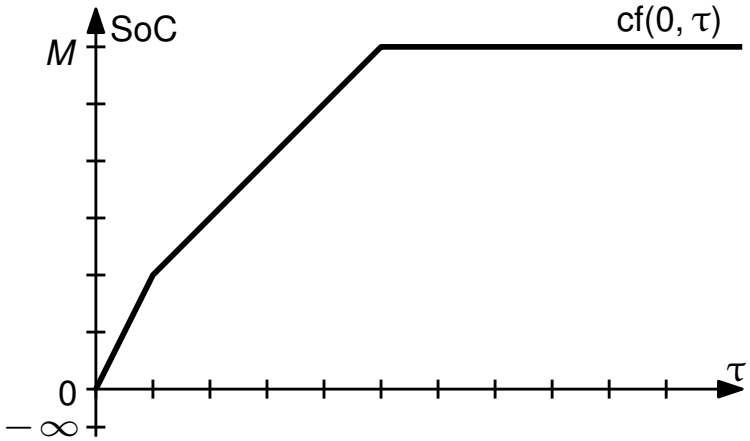
Settling von Ladestationen

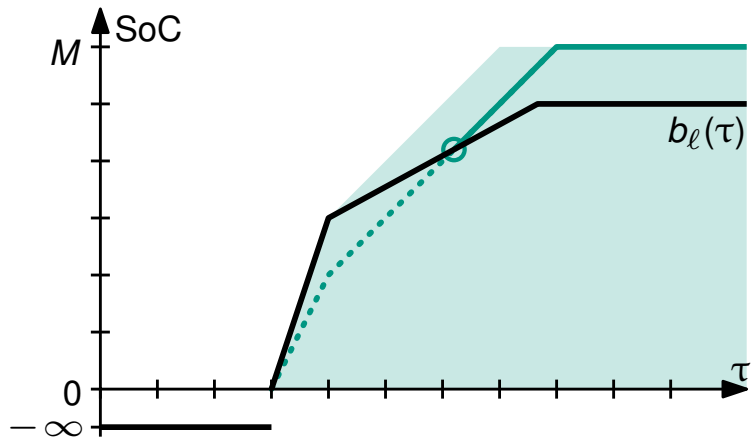
- Nur die letzte Ladestation wird im Label gespeichert
- Erreichen einer Ladestation $\Rightarrow$ Bestimme τ_c für die letzte Station

Problem:

- Am ursprünglichem Problem hat sich nichts geändert
- Auch für vorletzte Ladestation ist die Ladezeit unklar

Aber: Wechsel der Station nur sinnvoll, wenn neue Station besser





Charging Function Propagation (CFP)

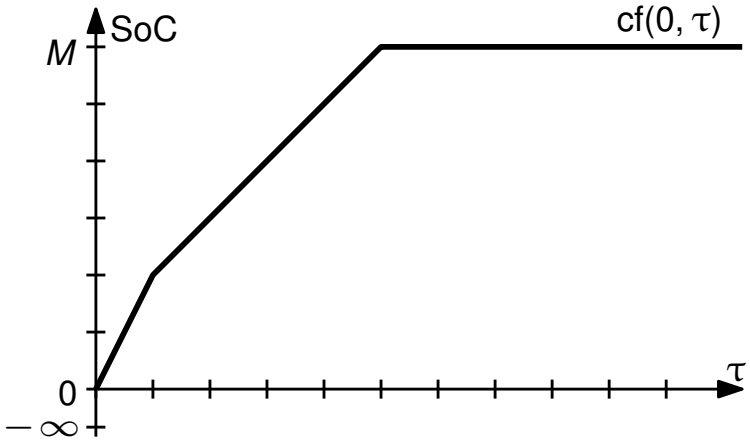
Settling von Ladestationen

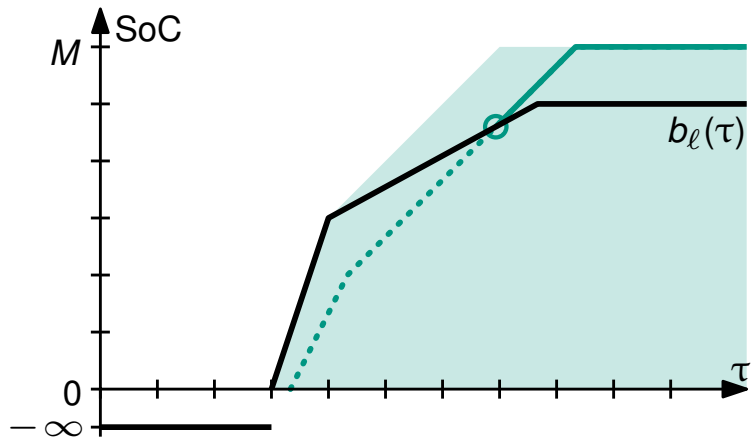
- Nur die letzte Ladestation wird im Label gespeichert
- Erreichen einer Ladestation $\Rightarrow$ Bestimme τ_c für die letzte Station

Problem:

- Am ursprünglichem Problem hat sich nichts geändert
- Auch für vorletzte Ladestation ist die Ladezeit unklar

Aber: Wechsel der Station nur sinnvoll, wenn neue Station besser





Charging Function Propagation (CFP)

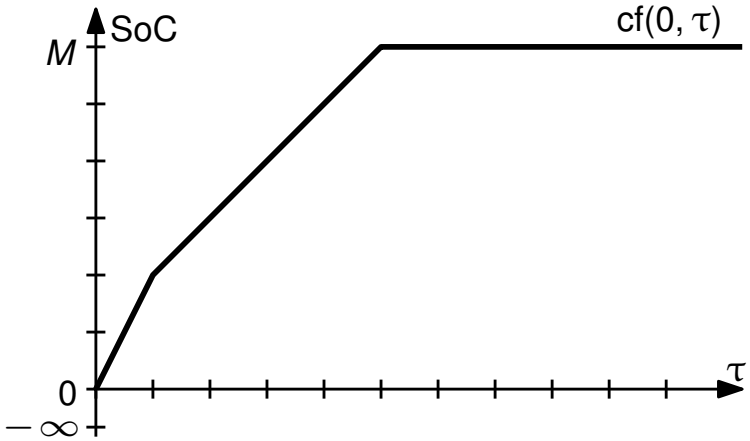
Settling von Ladestationen

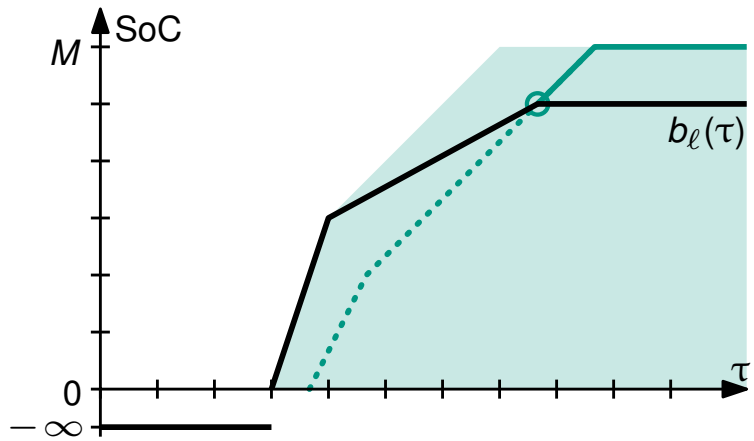
- Nur die letzte Ladestation wird im Label gespeichert
- Erreichen einer Ladestation $\Rightarrow$ Bestimme τ_c für die letzte Station

Problem:

- Am ursprünglichem Problem hat sich nichts geändert
- Auch für vorletzte Ladestation ist die Ladezeit unklar

Aber: Wechsel der Station nur sinnvoll, wenn neue Station besser





Charging Function Propagation (CFP)

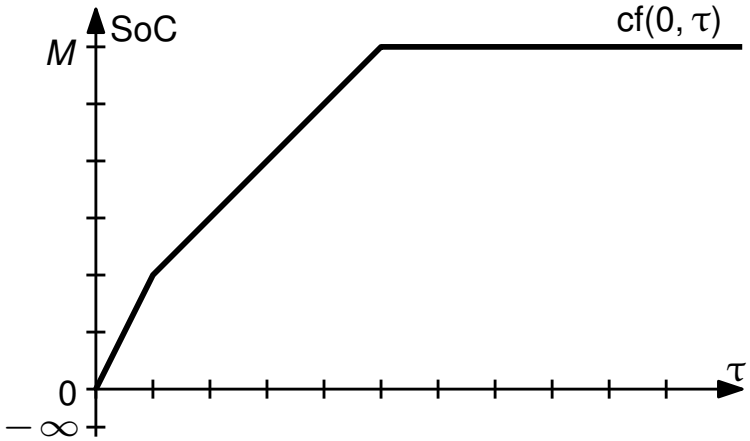
Settling von Ladestationen

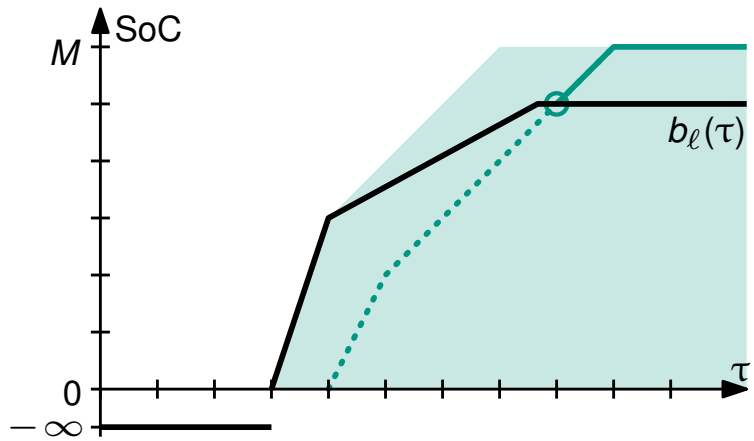
- Nur die letzte Ladestation wird im Label gespeichert
- Erreichen einer Ladestation $\Rightarrow$ Bestimme τ_c für die letzte Station

Problem:

- Am ursprünglichem Problem hat sich nichts geändert
- Auch für vorletzte Ladestation ist die Ladezeit unklar

Aber: Wechsel der Station nur sinnvoll, wenn neue Station besser





Charging Function Propagation (CFP)

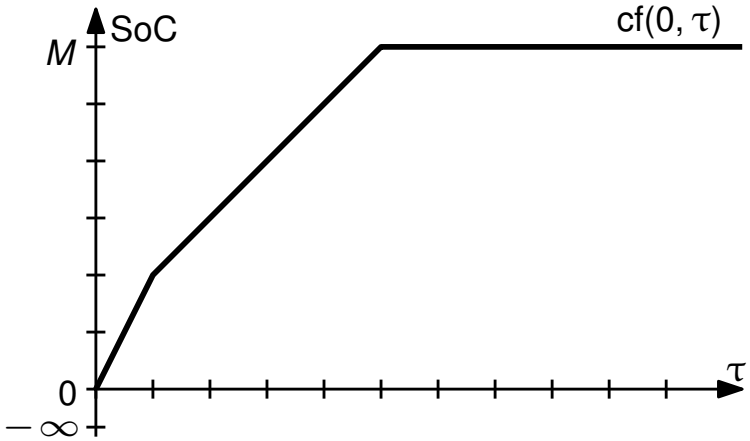
Settling von Ladestationen

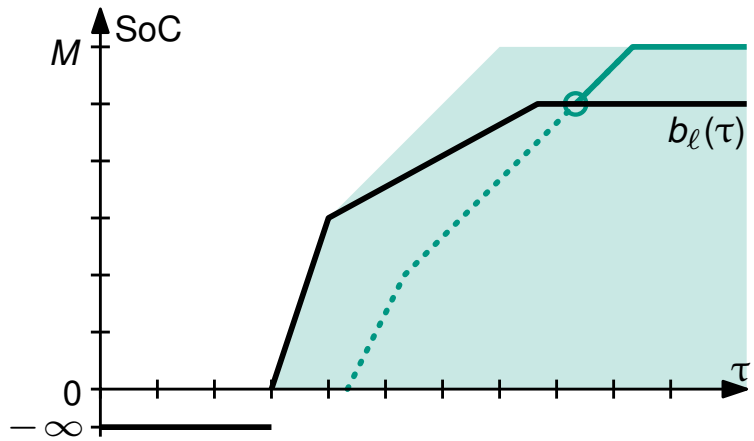
- Nur die letzte Ladestation wird im Label gespeichert
- Erreichen einer Ladestation $\Rightarrow$ Bestimme τ_c für die letzte Station

Problem:

- Am ursprünglichem Problem hat sich nichts geändert
- Auch für vorletzte Ladestation ist die Ladezeit unklar

Aber: Wechsel der Station nur sinnvoll, wenn neue Station besser





Charging Function Propagation (CFP)

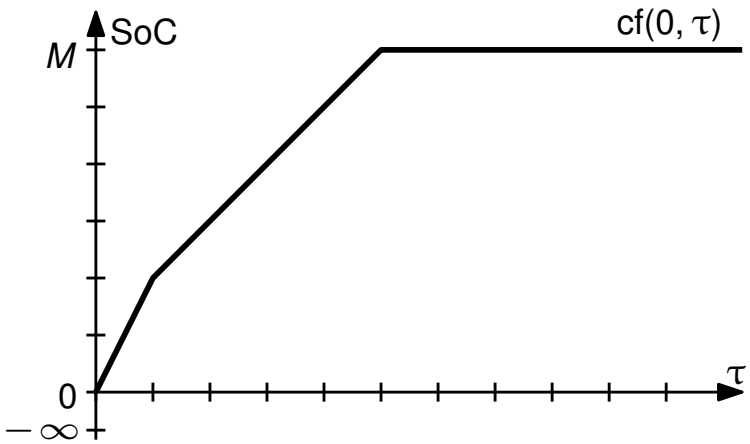
Settling von Ladestationen

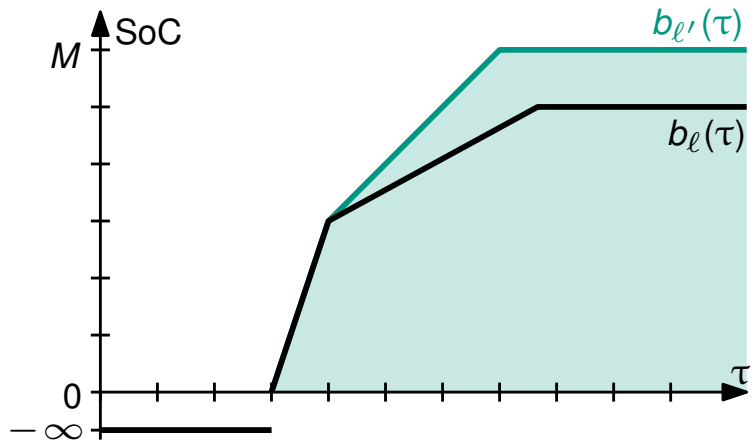
- Nur die letzte Ladestation wird im Label gespeichert
- Erreichen einer Ladestation $\Rightarrow$ Bestimme τ_c für die letzte Station

Problem:

- Am ursprünglichem Problem hat sich nichts geändert
- Auch für vorletzte Ladestation ist die Ladezeit unklar

Aber: Wechsel der Station nur sinnvoll, wenn neue Station besser





Charging Function Propagation (CFP)

Settling von Ladestationen

- Nur die letzte Ladestation wird im Label gespeichert
- Erreichen einer Ladestation $\Rightarrow$ Bestimme τ_c für die letzte Station

Problem:

- Am ursprünglichem Problem hat sich nichts geändert
- Auch für vorletzte Ladestation ist die Ladezeit unklar

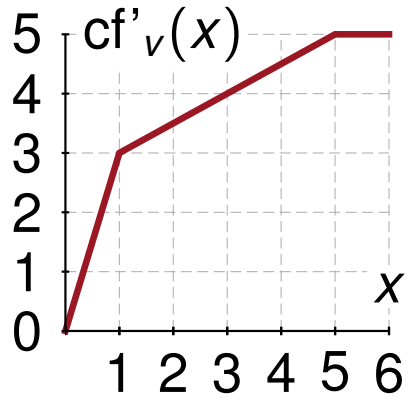
Wechsel der Ladestation lohnt sich nur an Stützpunkten von $b_\ell(\tau)$

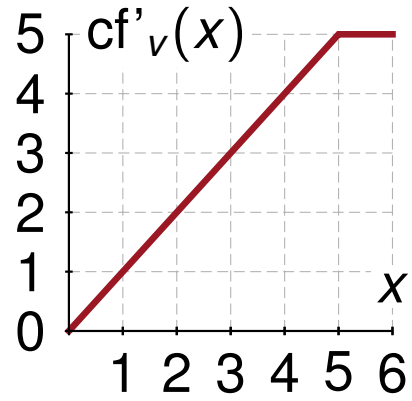
Gegeben:

- Label $\ell = (\tau_t, b_u, u, c_{(u,\ldots,v)})$ an Knoten v
- v ist Ladestation
- τ ist Stützstelle von b_ℓ

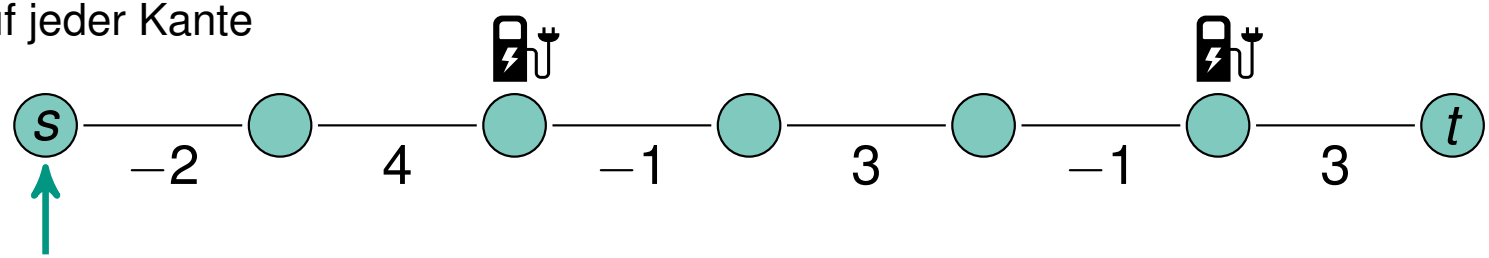
$\Rightarrow$ Erzeuge neues Label $\ell' = (\tau, b_\ell(\tau), v, 0)$

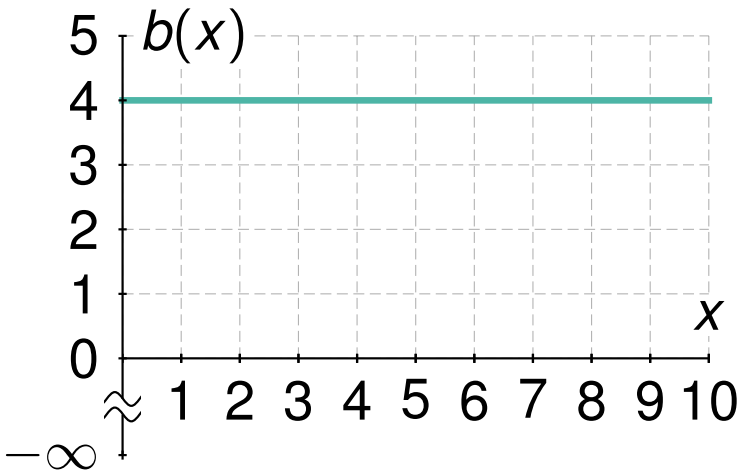
Beispiel



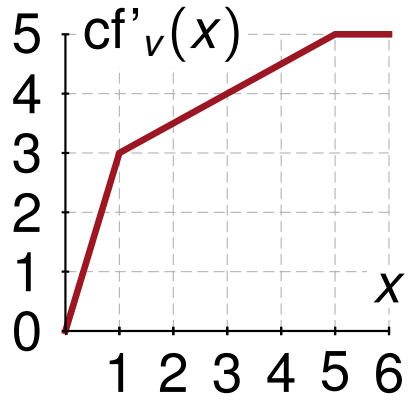


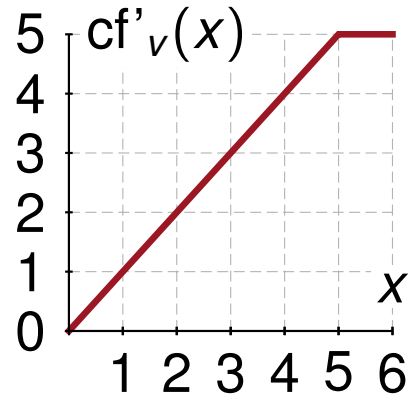
Annahme:
Fahrzeit 1
auf jeder Kante



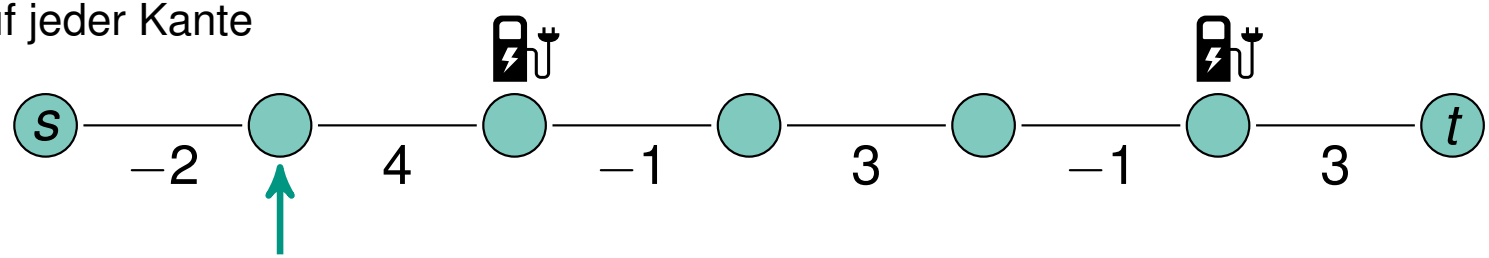


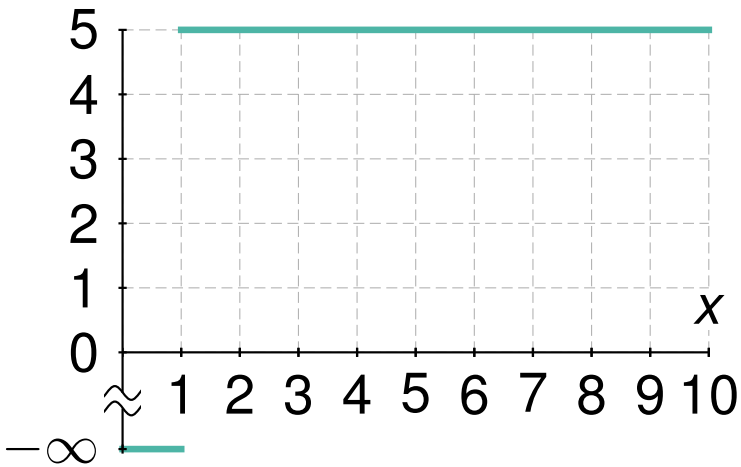
Beispiel



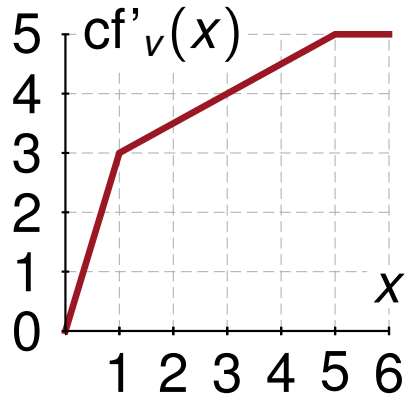


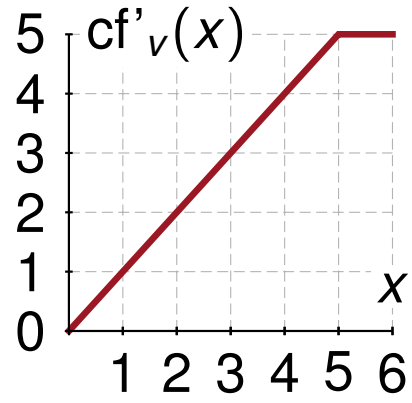
Annahme:
Fahrzeit 1
auf jeder Kante



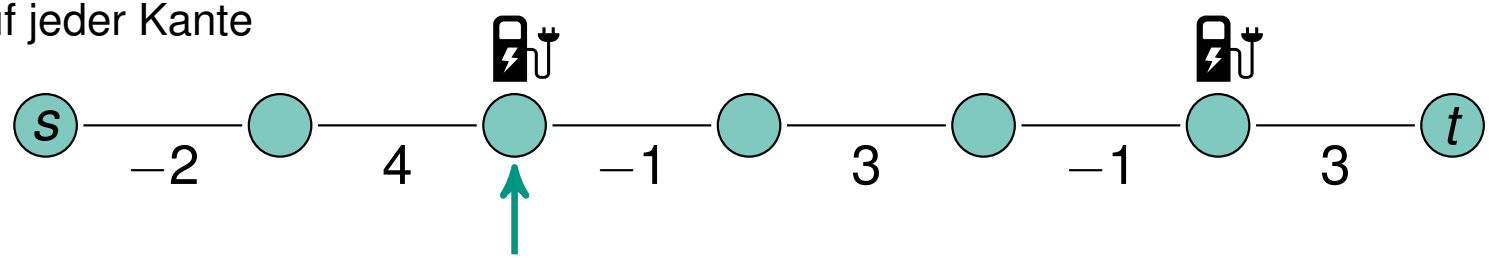


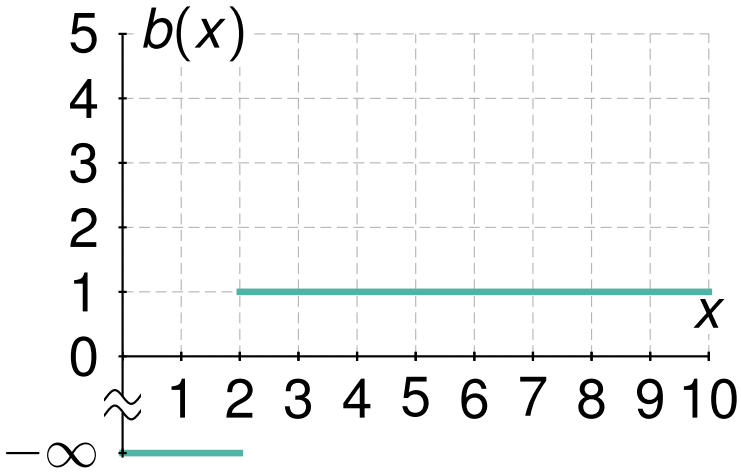
Beispiel



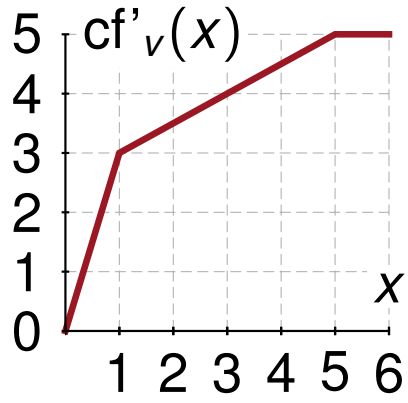


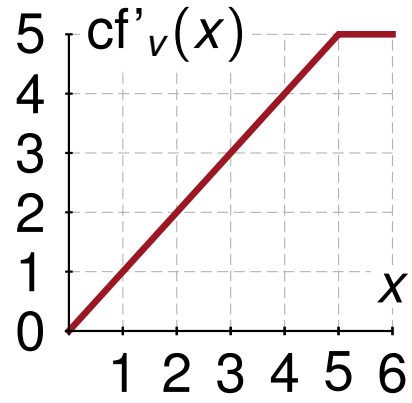
Annahme:
Fahrzeit 1
auf jeder Kante



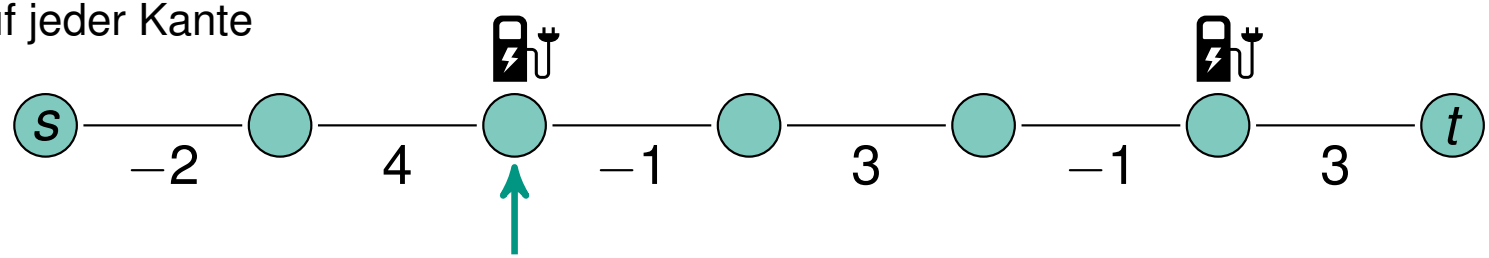


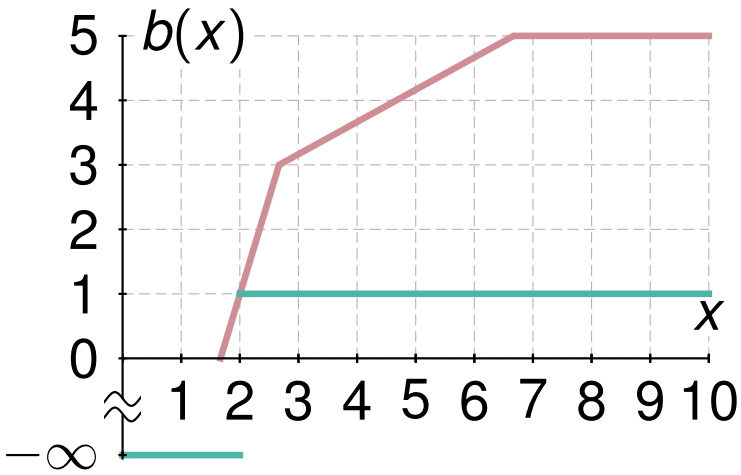
Beispiel



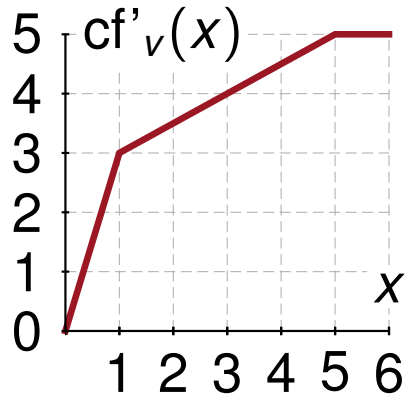


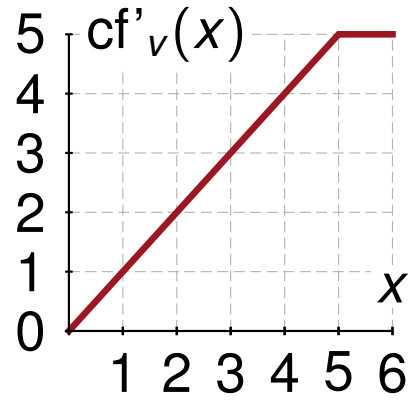
Annahme:
Fahrzeit 1
auf jeder Kante



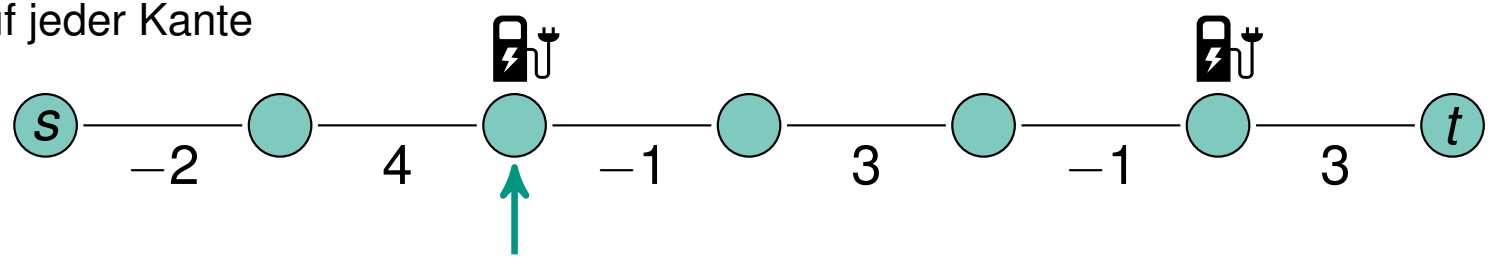


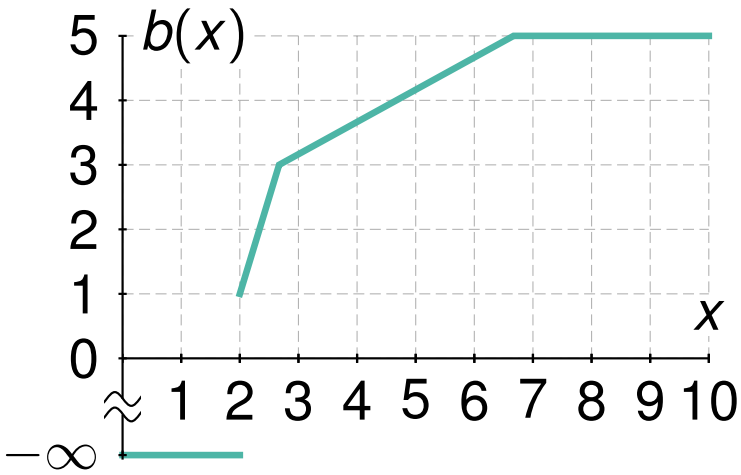
Beispiel



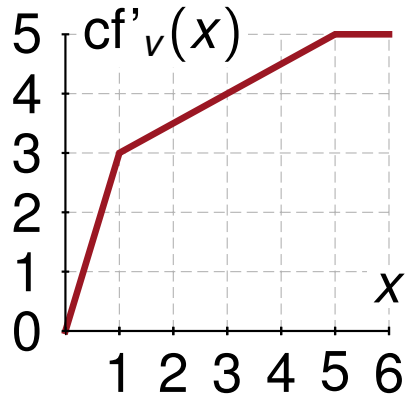


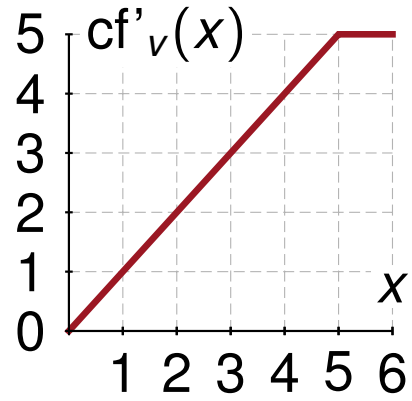
Annahme:
Fahrzeit 1
auf jeder Kante



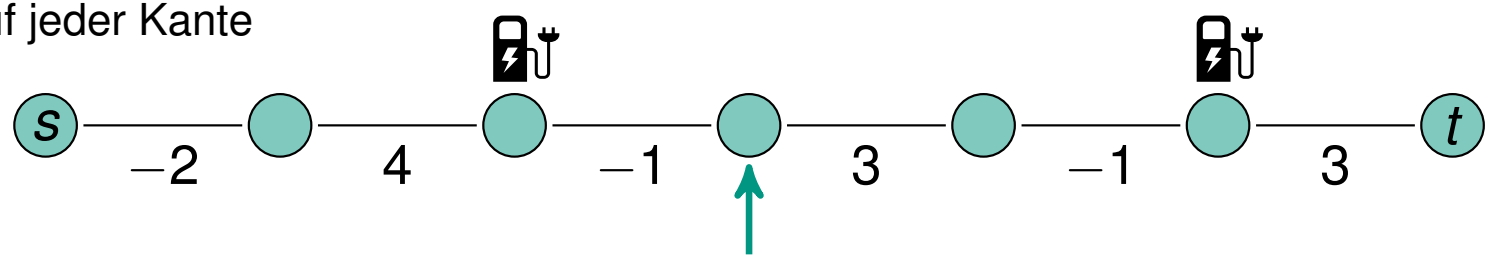


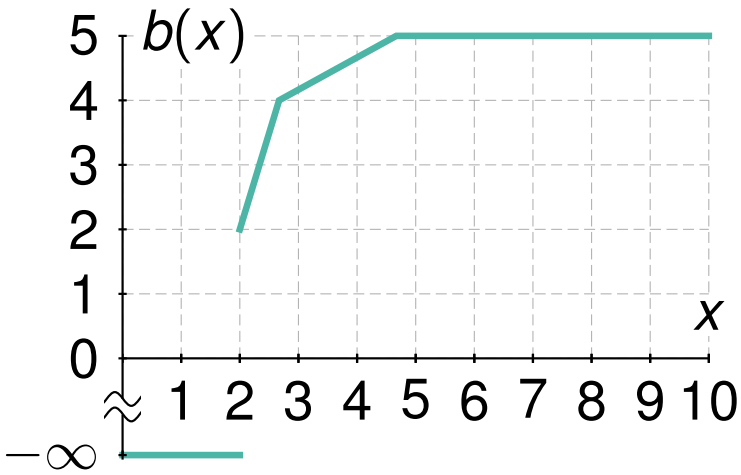
Beispiel



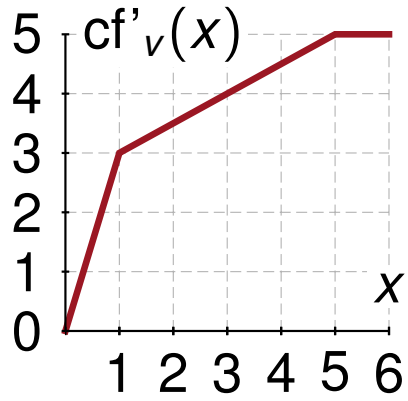


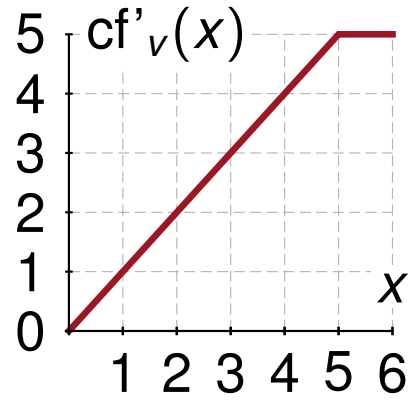
Annahme:
Fahrzeit 1
auf jeder Kante



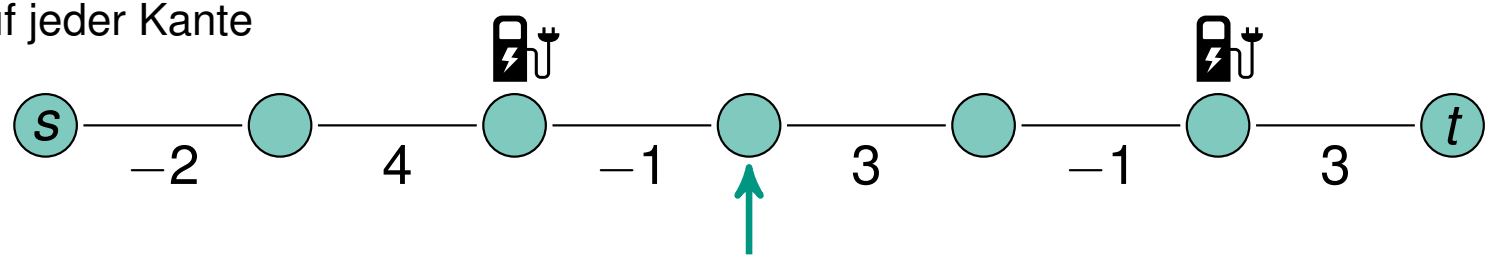


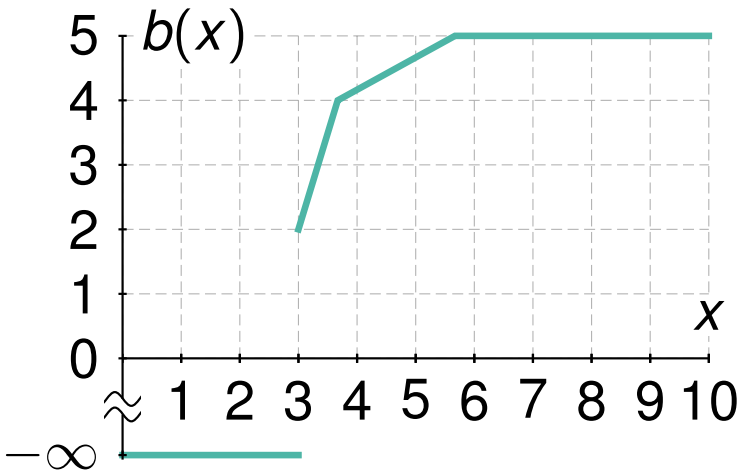
Beispiel



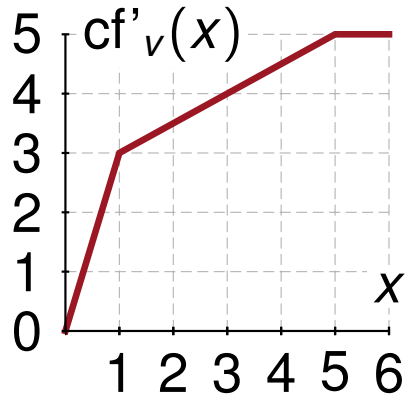


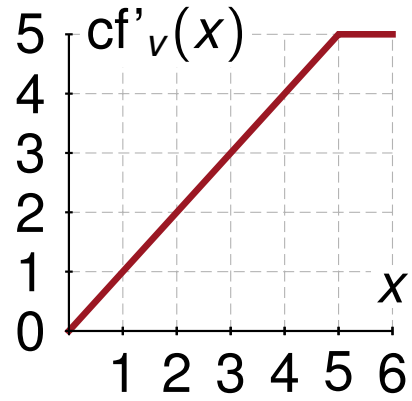
Annahme:
Fahrzeit 1
auf jeder Kante



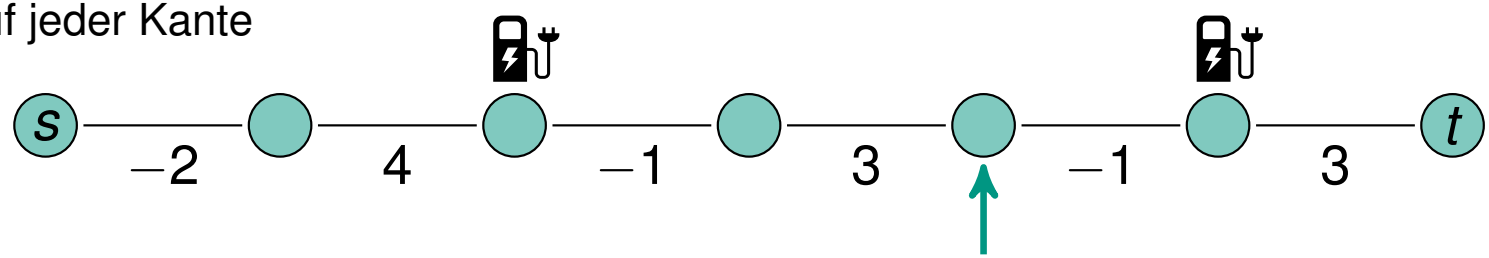


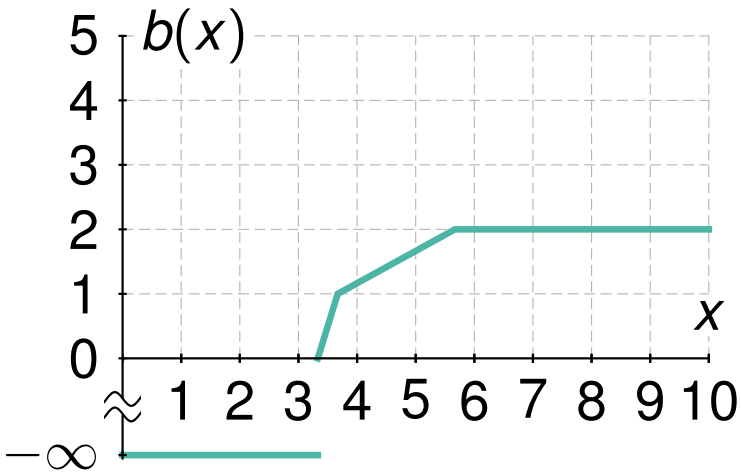
Beispiel



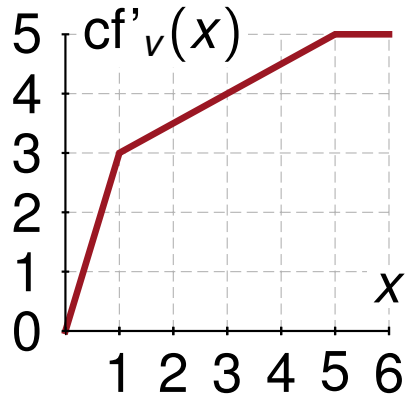


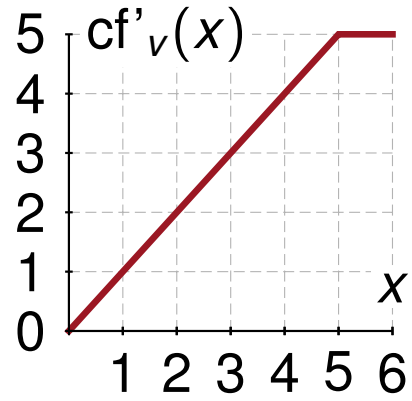
Annahme:
Fahrzeit 1
auf jeder Kante



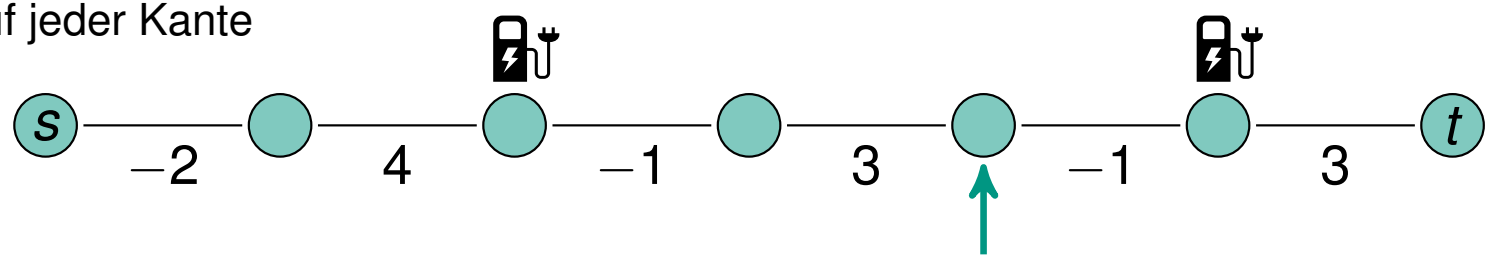


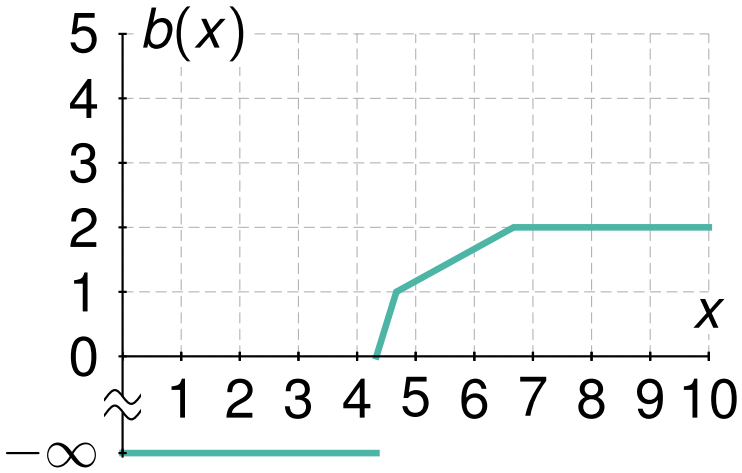
Beispiel



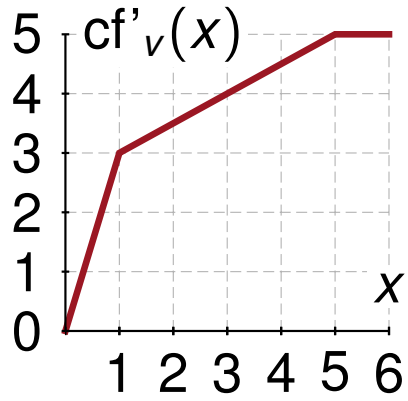


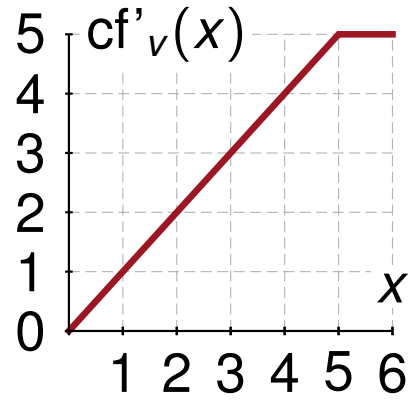
Annahme:
Fahrzeit 1
auf jeder Kante



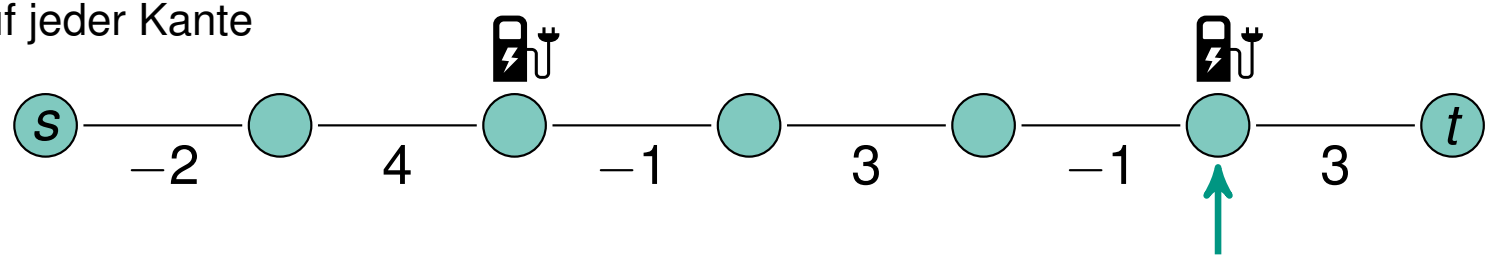


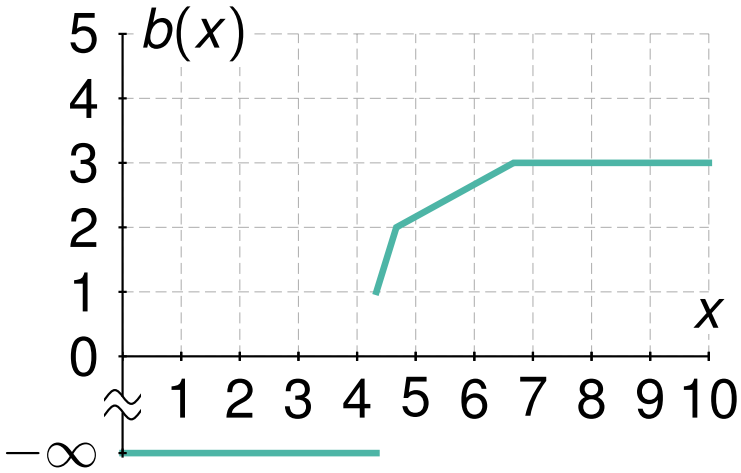
Beispiel



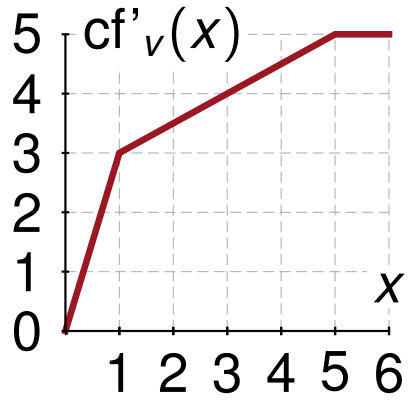


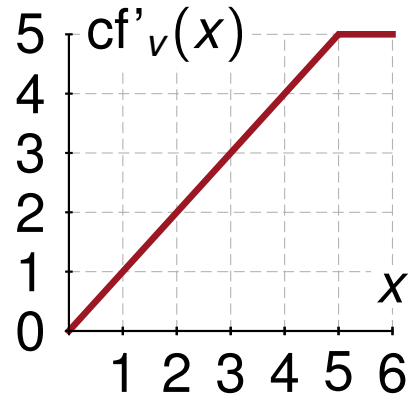
Annahme:
Fahrzeit 1
auf jeder Kante



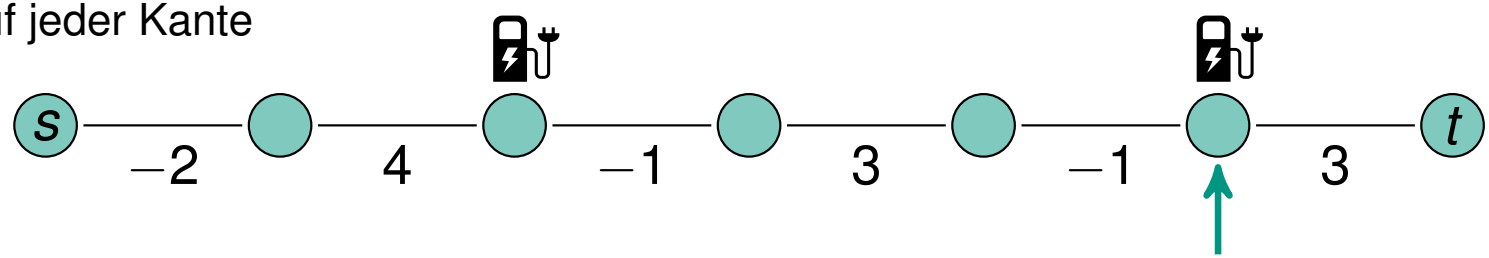


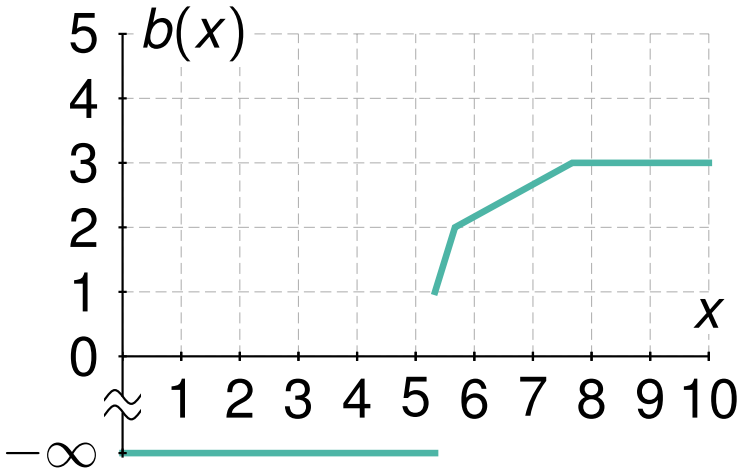
Beispiel



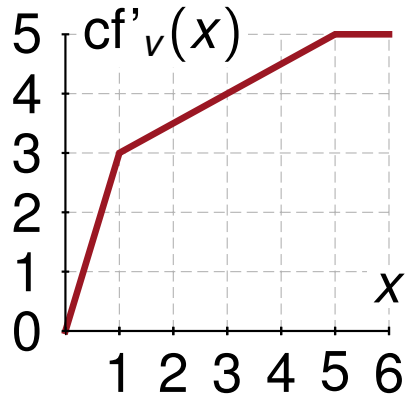


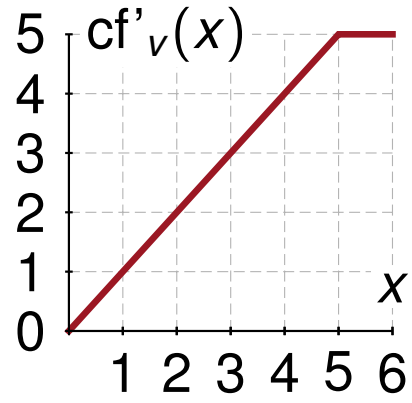
Annahme:
Fahrzeit 1
auf jeder Kante



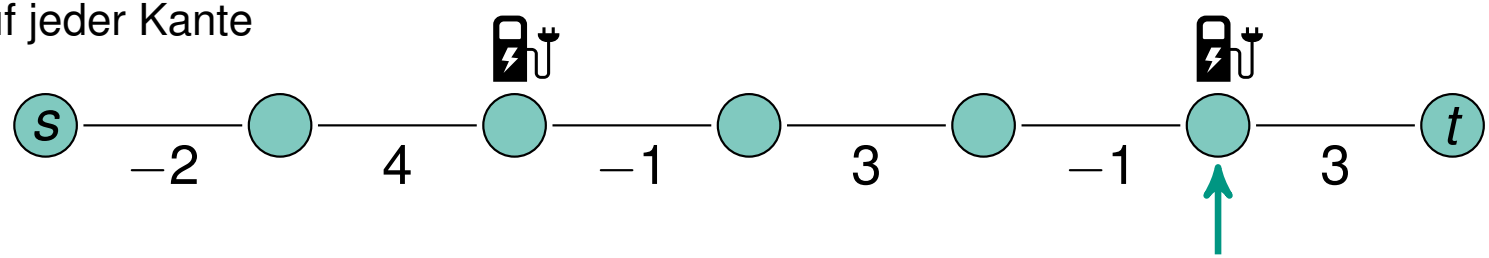


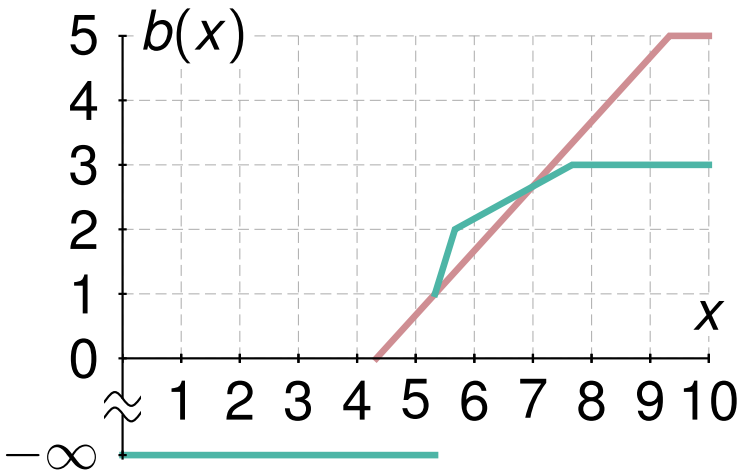
Beispiel

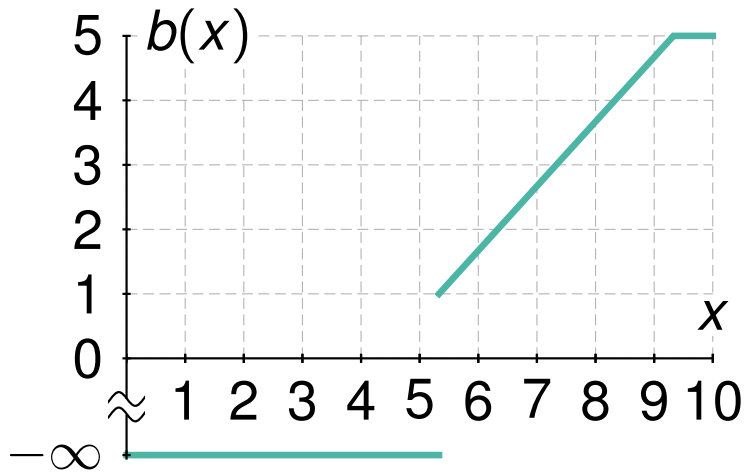




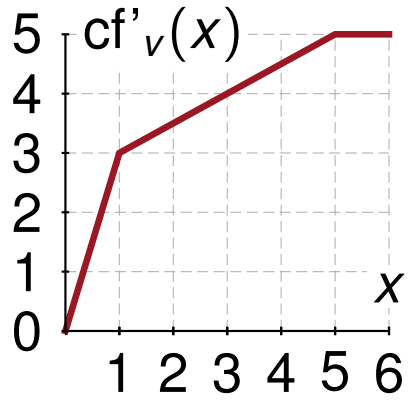
Annahme:
Fahrzeit 1
auf jeder Kante

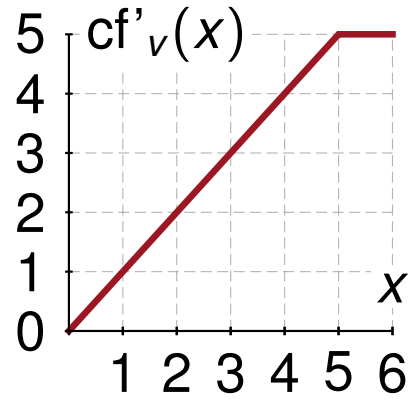




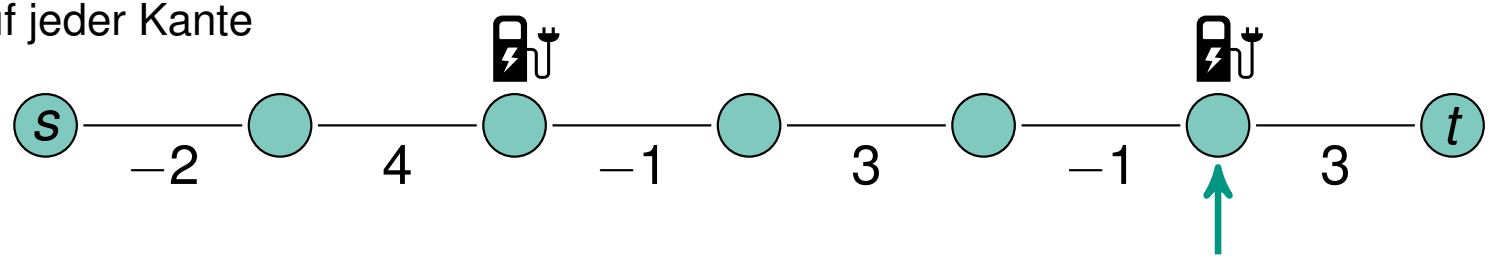


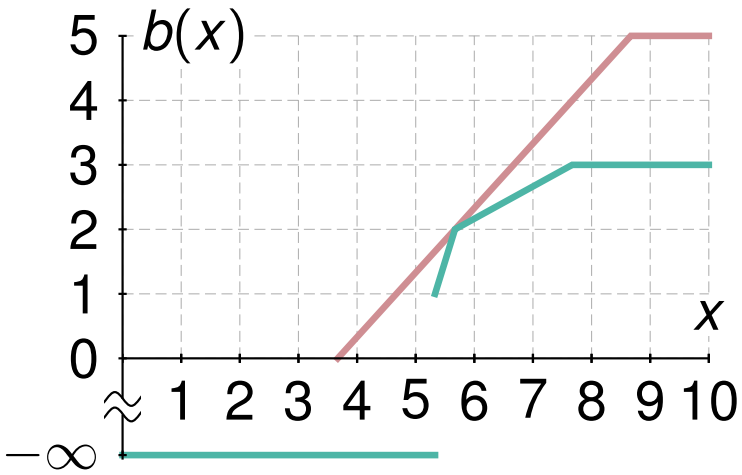
Beispiel

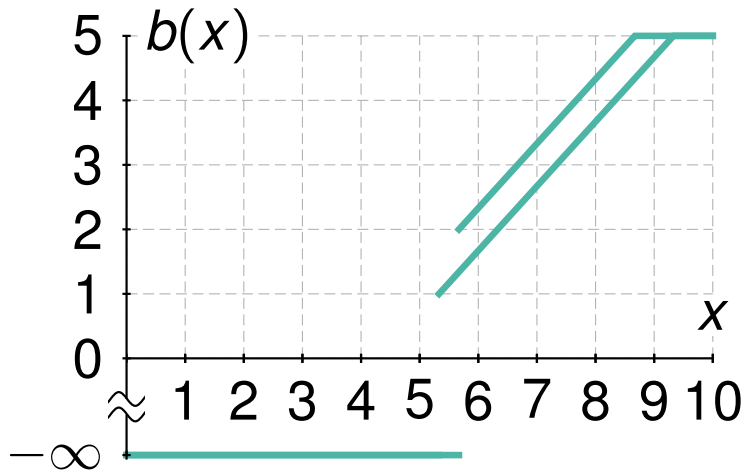




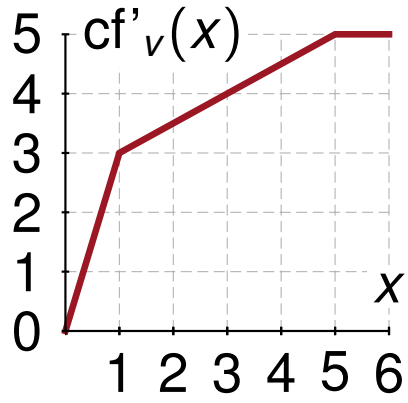
Annahme:
Fahrzeit 1
auf jeder Kante

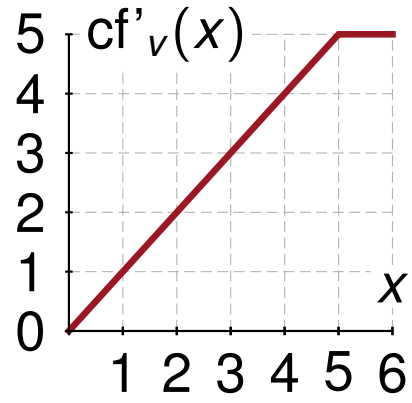




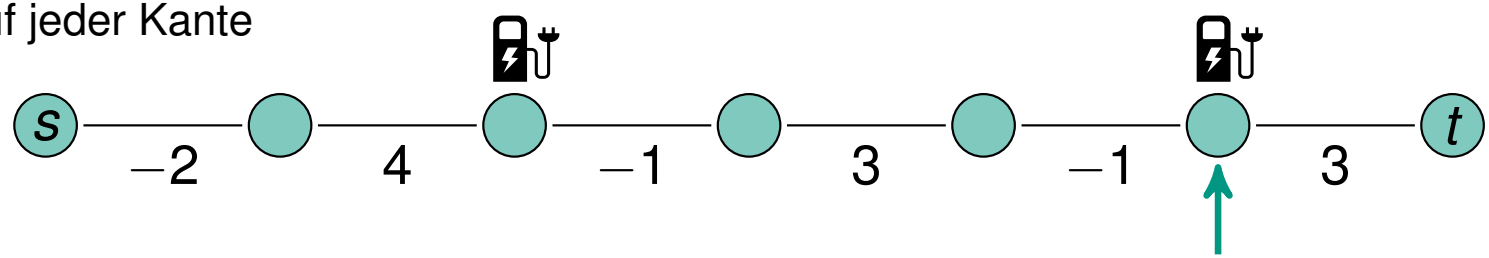


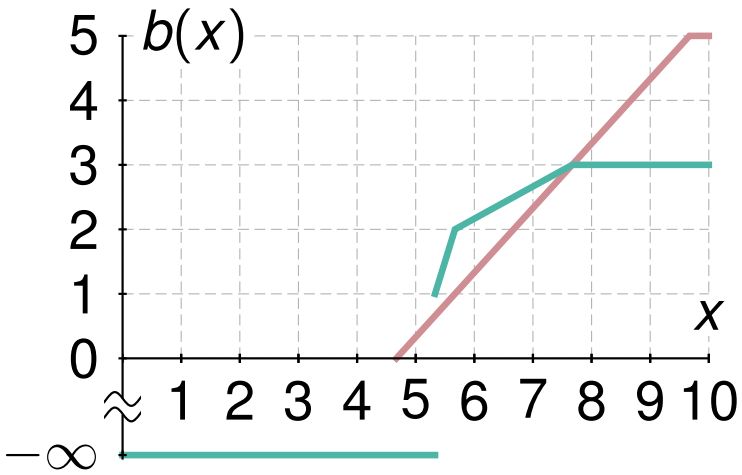
Beispiel

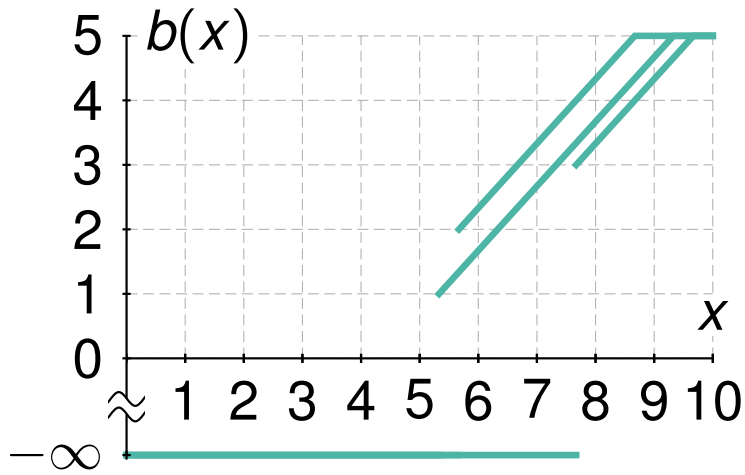




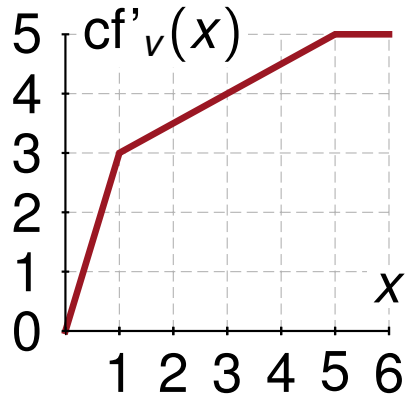
Annahme:
Fahrzeit 1
auf jeder Kante

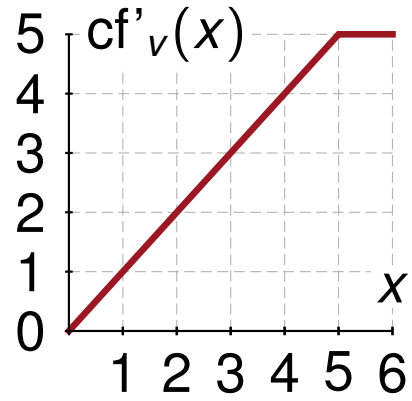




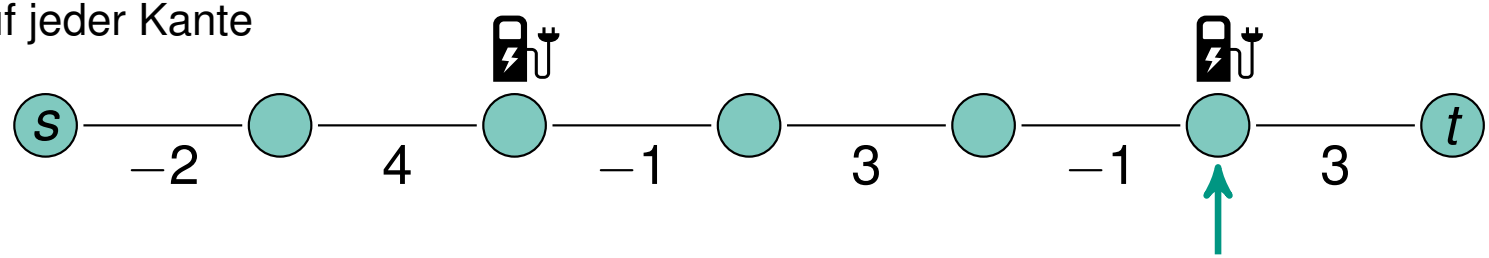


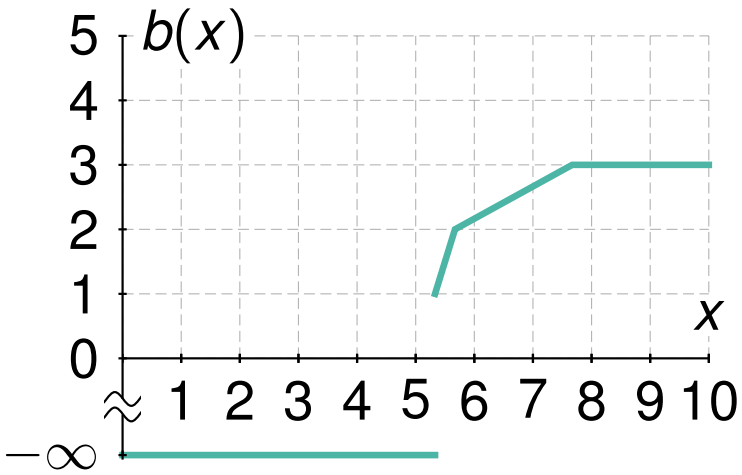
Beispiel

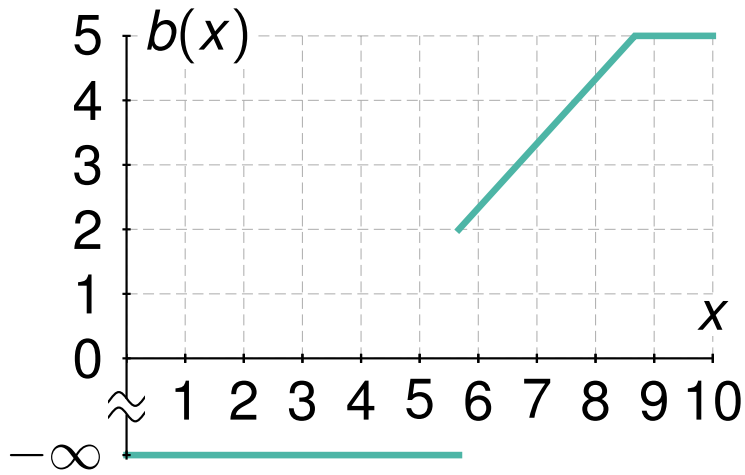




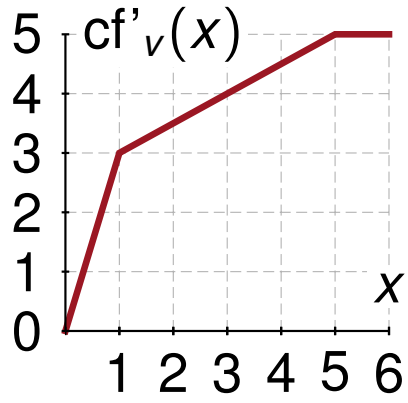
Annahme:
Fahrzeit 1
auf jeder Kante

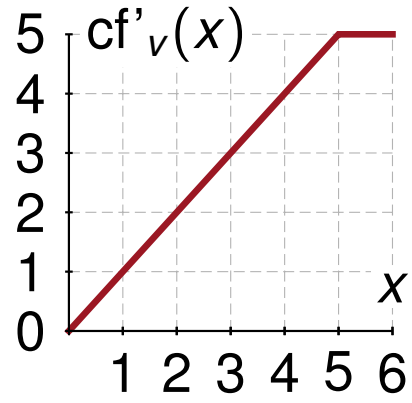




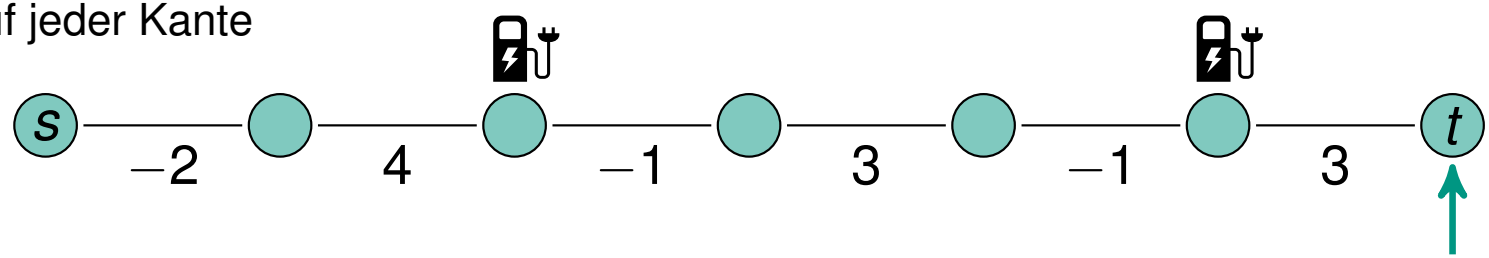


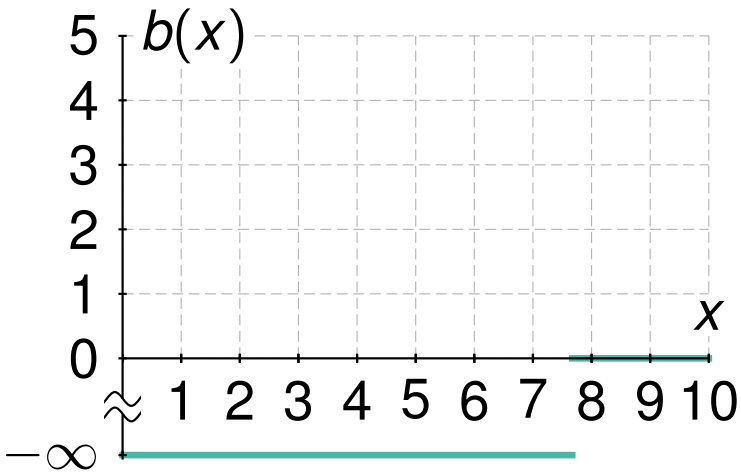
Beispiel

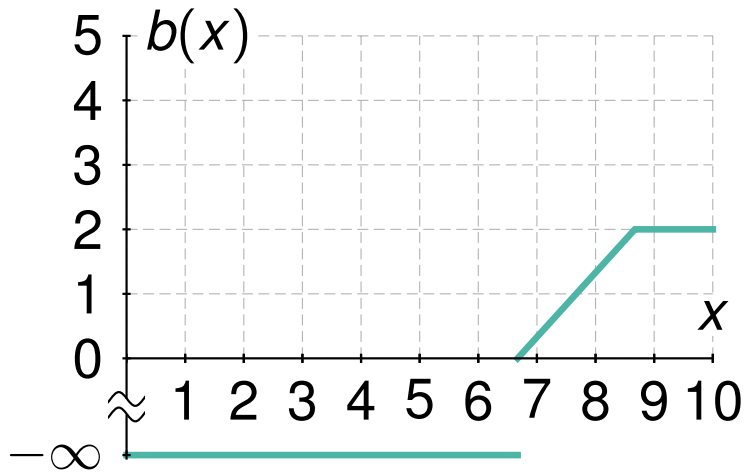




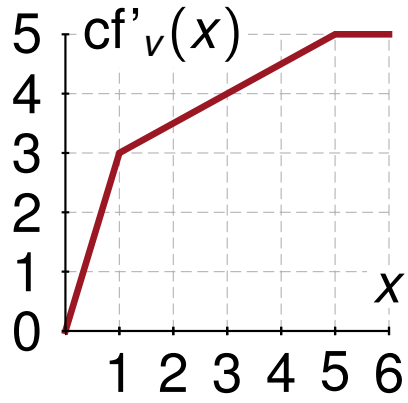
Annahme:
Fahrzeit 1
auf jeder Kante

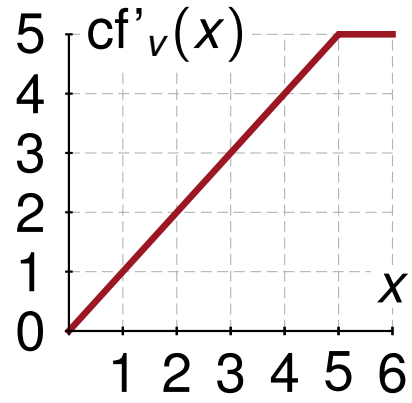




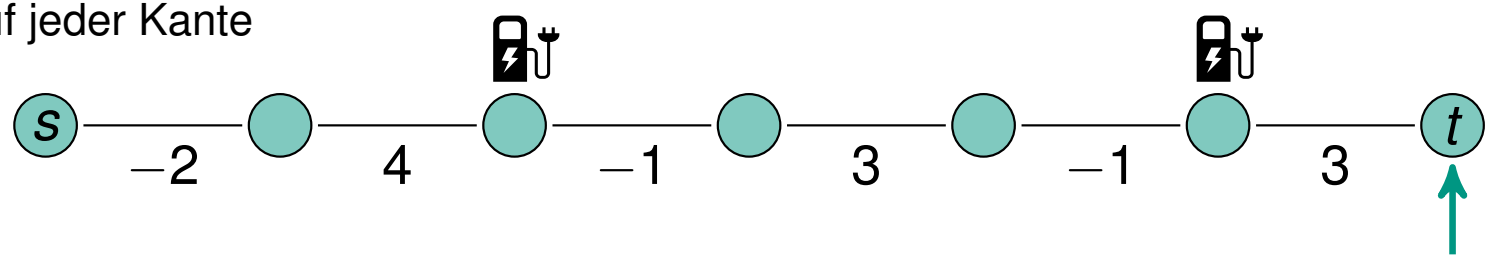


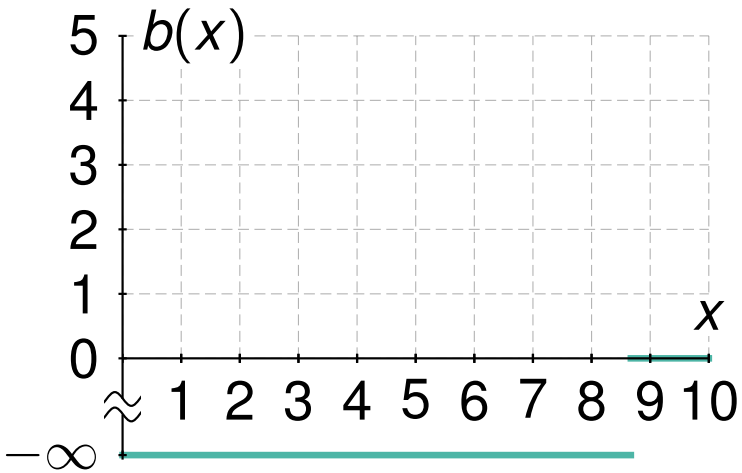
Beispiel

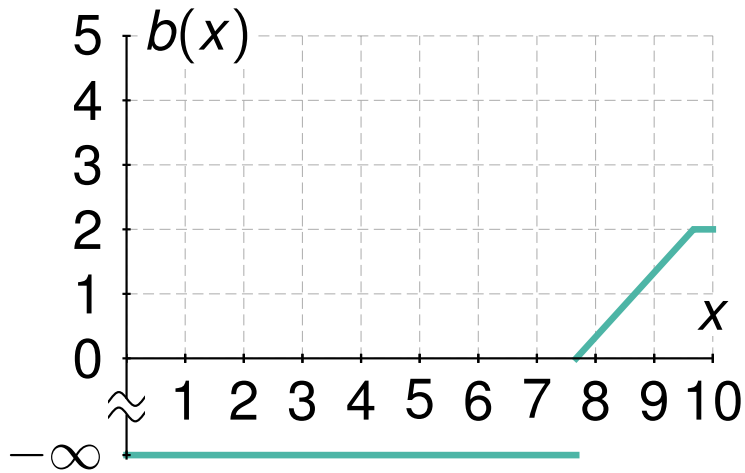




Annahme:
Fahrzeit 1
auf jeder Kante

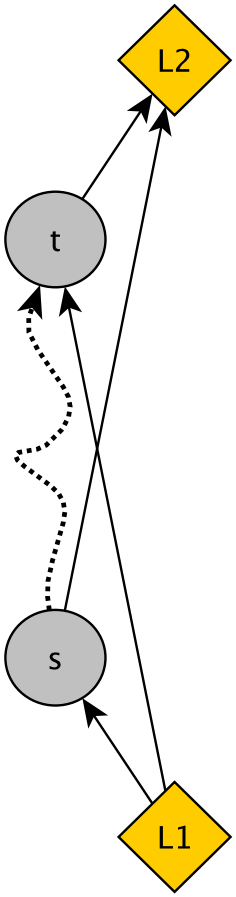




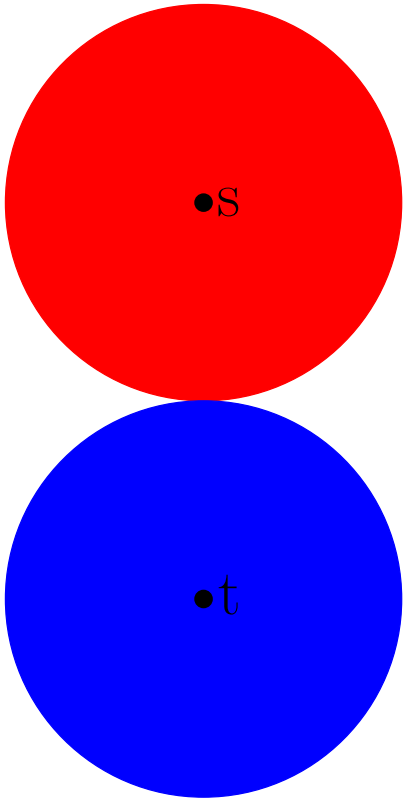


CFP – Beschleunigungstechniken

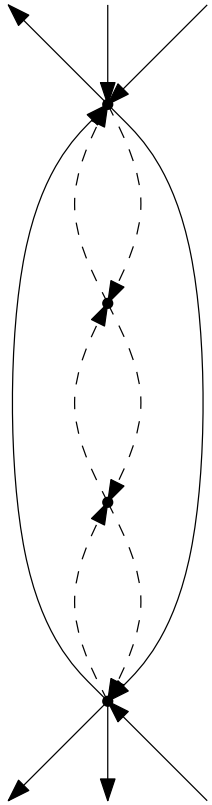
Landmarken



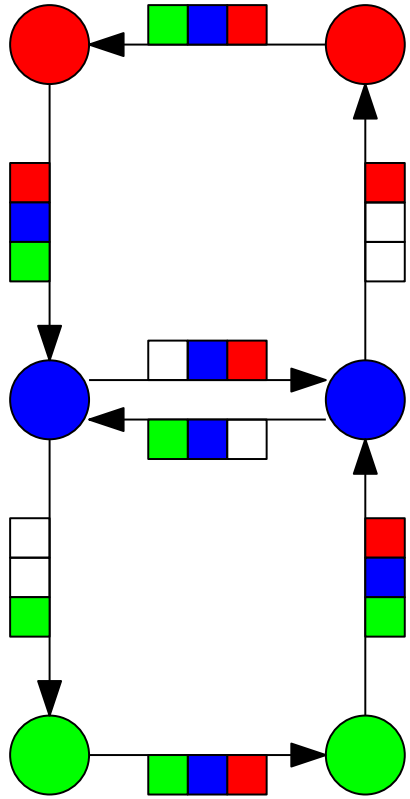
Bidirektionale Suche



Kontraktion



Arc-Flags



Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

CFP & CH

Probleme:

- Kontraktion muss kürzeste Wege Distanzen erhalten
  - SoC während Vorberechnung unbekannt
  - Battery Constraints müssen beachtet werden
  - Ladefunktionen müssen berücksichtigt werden

CFP & CH

Probleme:

- Kontraktion muss kürzeste Wege Distanzen erhalten
  - SoC während Vorberechnung unbekannt
  - Battery Constraints müssen beachtet werden
  - Ladefunktionen müssen berücksichtigt werden

Lösung:

- Benutze Verbrauchsfunktionen
  (Battery Constraints in Kantengewichten enthalten)
- Ladestation per Definition wichtig
  (Oben Halten, nicht kontrahieren $\Rightarrow$ Core Graph)

CFP & CH

Probleme:

- Kontraktion muss kürzeste Wege Distanzen erhalten
  - SoC während Vorberechnung unbekannt
  - Battery Constraints müssen beachtet werden
  - Ladefunktionen müssen berücksichtigt werden

Lösung:

- Benutze Verbrauchsfunktionen
  (Battery Constraints in Kantengewichten enthalten)
- Ladestation per Definition wichtig
  (Oben Halten, nicht kontrahieren $\Rightarrow$ Core Graph)

Aber:

- Shortcuts repräsentieren jeweils Pareto-Mengen (Fahrzeit, Verbrauch)
- Pareto-Mengen werden exponentiell groß
- Breche Vorberechnung ab $\Rightarrow$ unkontrahierter Core-Graph (~0.5%)

CFP & A*

Erinnerung:

- A* benutzt Knotenpotential um Suche zum Ziel zu leiten
- Potential gibt untere Schranke für Fahrzeit zu t, pro Knoten
- Gute Technik für schwere/komplizierte Suchprobleme
- Klassicher Ansatz: Rückwärtssuche von t

Beobachtung:

- Fahrzeit zu t hängt auch vom SoC ab
- Metriken beeinflussen sich gegenseitig

CFP & A*

Erinnerung:

- A* benutzt Knotenpotential um Suche zum Ziel zu leiten
- Potential gibt untere Schranke für Fahrzeit zu t, pro Knoten
- Gute Technik für schwere/komplizierte Suchprobleme
- Klassicher Ansatz: Rückwärtssuche von t

Beobachtung:

- Fahrzeit zu t hängt auch vom SoC ab
- Metriken beeinflussen sich gegenseitig

Idee:

- Fahrzeit zu t abhängig von aktueller Position und SoC
- Nutze Potential $\pi\colon V \times [0, M] \to \mathbb{R}_{\geq 0}$, welches beides berücksichtigt

CFP & A*

Gesucht:

- Potential $\pi : V \times [0, M] \to \mathbb{R}_{\geq 0}$, bildet (Knoten, SoC) auf Zeit zu t ab

Beobachtung:

- Ladestationen erlauben ”Umwandlung” von Zeit in SoC

CFP & A*

Gesucht:

- Potential $\pi\colon V \times [0, M] \to \mathbb{R}_{\geq 0}$, bildet (Knoten, SoC) auf Zeit zu t ab

Beobachtung:

- Ladestationen erlauben ”Umwandlung” von Zeit in SoC
- Benutze dafür neue Metrik
- Sei dazu c_{max} die maximale Ladegeschwindigkeit
  (Maximum über die Steigung aller Ladefunktionen)
- Neue Metrik ω:

$$\omega(e) := \tau_d(e) + \frac{\gamma(e)}{c_{\text{max}}}$$

- Beschreibt min. Fahrzeit, falls alle Energie geladen werden muss

CFP & A*

Algorithmus: Läuft in 2 Phasen:

1: Rückwertssuche von t berechnet Potential π

2: Vorwärtssuche von s nach t, beschleunigt durch π

Potential Berechnung:

- Drei *unikriterielle* Dijkstra Suchen von t aus:
  - Auf Metrik τ_d: Berechnet min. Fahrzeit π_τ zu t (ohne Energieverbrauch)
  - Auf Metrik γ: Berechnet min Energieverbrauch π_γ
  - Auf Metrik ω: Berechnet min. Fahrzeit π_ω, falls $b_s = 0$

CFP & A*

Algorithmus: Läuft in 2 Phasen:

1: Rückwertssuche von t berechnet Potential π

2: Vorwärtssuche von s nach t, beschleunigt durch π

Potential Berechnung:

- Drei *unikriterielle* Dijkstra Suchen von t aus:
  - Auf Metrik τ_d: Berechnet min. Fahrzeit π_τ zu t (ohne Energieverbrauch)
  - Auf Metrik γ: Berechnet min Energieverbrauch π_γ
  - Auf Metrik ω: Berechnet min. Fahrzeit π_ω, falls $b_s = 0$
- Setze dann:

$$\pi(v, b) := \begin{cases} \pi_\tau(v) & \text{, falls } b \geq \pi_\gamma(v) \\ \pi_\omega(v) - \frac{b}{c_{\max}} & \text{, sonst} \end{cases}$$

CHArge – CH & A* & CFP

Algorithmus:

- Vorberechnung CH:
  - Hält Ladestationen oben
  - Lässt kleinen Core unkontrahiert
- Zur Query
  - CH Aufwärtssuchen von *s* und *t* bis Core erreicht
    (Normaler Energie-CSP-Algorithmus, da keine Ladestatione)
  - Anschließend A* eingeschränkt auf den Core Graphen

CHArge – CH & A* & CFP

Algorithmus:

- Vorberechnung CH:
  - Hält Ladestationen oben
  - Lässt kleinen Core unkontrahiert
- Zur Query
  - CH Aufwärtssuchen von s und t bis Core erreicht
    (Normaler Energie-CSP-Algorithmus, da keine Ladestatione)
  - Anschließend A* eingeschränkt auf den Core Graphen

Heuristiken:

- Weitere Beschleunigung durch Heuristiken möglich
- Pfade die bezüglich ω-Metrik minimal sind, sind oft optimal
- Relaxiere pro Shortcut nur ω-minimale Pareto Punkte

Experimente

Straßen Netzwerk:

- Europa (Eur) & Deutschland (Ger)

Energieverbrauch:

- PHEM – Entwickelt von der TU Graz [Hausberger et al. '09]
- SRTM Höhendaten (Shuttle Radar Topography Mission)
- Ladestations Positionen von ChargeMap

Instanzen	# Knoten	# Kanten	# Kanten mit $\gamma < 0$	# S
Ger	4 692 091	10 805 429	1 119 710 (10.36%)	1 966
Eur	22 198 628	51 088 095	6 060 648 (11.86%)	13 810
Osg	5 588 146	11 711 088	1 142 391 (9.75%)	643

Experimente

CH Vorberechnung:

- Auswirkung der Core Größe auf die Vorberechnung

Core Größe		Vorberechnung	Query [s]	
Avg. deg.	# Knoten	[h:m:s]	CS: only BSS	CS: realistic
8	344 066 (7.33%)	2:58	1 474.1	47 979.9
16	116 917 (2.49%)	4:01	536.5	1 669.0
32	65 375 (1.39%)	5:03	436.1	1 356.8
64	43 036 (0.91%)	7:07	449.8	1 408.8
128	30 526 (0.65%)	11:16	509.6	1 585.4
256	22 592 (0.48%)	20:22	647.5	2 098.5
512	17 431 (0.37%)	37:11	880.7	2 739.9
1024	13 942 (0.29%)	1:05:51	1 264.6	3 934.2
2048	11 542 (0.24%)	2:00:27	1 822.6	5 670.1
4096	9 842 (0.20%)	4:17:36	2 706.6	8 420.1

Experimente

	Instanz	M	Preproc.	Exact Query		Heuristic Query	
				Feas.	CHArge	H_ω	H_ω^A
Only BSS	Ger-c1966	16 kWh	5:03	100	1 398	436	21
	Ger-c1966	85 kWh	4:59	100	1 013	48	28
	Eur-c13810	16 kWh	30:32	63	10 786	9943	207
	Eur-c13810	85 kWh	30:16	100	47 921	1022	41
Mixed CS	Ger-c1966	16 kWh	5:03	100	8 629	1 357	155
	Ger-c1966	85 kWh	4:59	100	2 614	342	34
	Eur-c13810	16 kWh	30:32	63	24 148	17 630	2 694
	Eur-c13810	85 kWh	30:16	100	86 193	26 867	600

Vorberechnungszeiten in Minuten:Sekunden, Query Zeiten in Millisekunden

Erweiterte Szenarien

Variable Geschwindigkeit:

- Bisher: Kanten mit fester Geschwindigkeit
- Idee: Erlaube langsamer zu fahren
- Ermöglicht Trade-off zwischen Fahrzeit und Energieverbrauch
- Mögliche Umsetzungen:
  - Multikanten mit verschieden Geschwindigkeits-/Verbrauchswerten
  - Funktionen an Kanten, die Fahrzeit auf Verbrauch abbilden

Ladestationen:

- Akku Kapazität ist stark begrenzt (~100 km, max. 400 km)
- Lange Strecken unmöglich, selbst mit verbrauchsoptimalen Routen
- Nutzung von Ladestationen nicht zu vermeiden
- Problem: Ladestationen sind langsam und wenig verbreitet

Geschwindigkeitsanpassung

Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

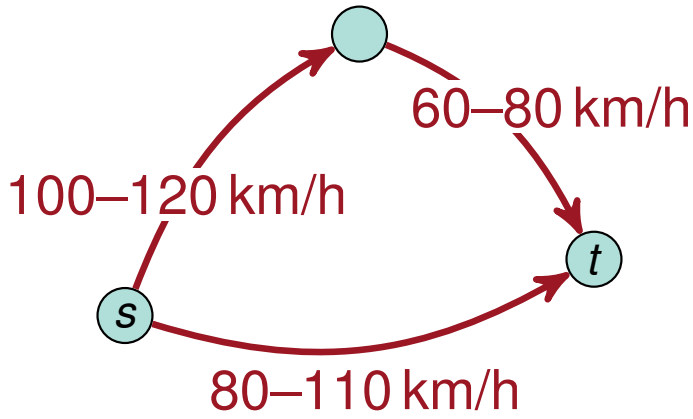
Problem Setting

Problem EV Constrained Shortest Path

Input:
- Graph $G = (V, E)$
- Min./Max. Geschwindigkeit pro Kante
- Start s, Ziel t, initialer SoC

Output: s–t Pfad + Geschwindigkeit pro Kante, so dass
- Battery Constraints eingehalten
- Fahrzeit minimiert

- Geschwindigkeit anpassen um Energie zu sparen
- Min./Max. Geschw.: Verkehrsfluss, Geschwindigkeitsbeschränkungen ...
- $\mathcal{NP}$-schweres Problem



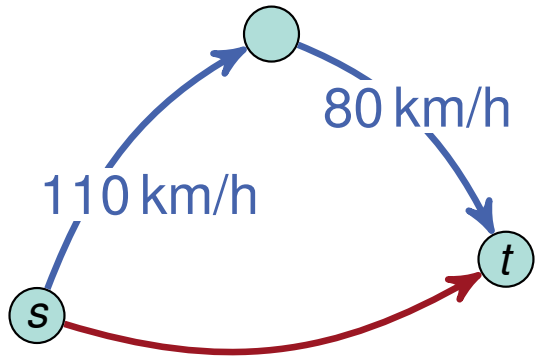
Problem Setting

Problem EV Constrained Shortest Path

Input:
- Graph $G = (V, E)$
- Min./Max. Geschwindigkeit pro Kante
- Start s, Ziel t, initialer SoC

Output: s–t Pfad + Geschwindigkeit pro Kante, so dass
- Battery Constraints eingehalten
- Fahrzeit minimiert

- Geschwindigkeit anpassen um Energie zu sparen
- Min./Max. Geschw.: Verkehrsfluss, Geschwindigkeitsbeschränkungen ...
- $\mathcal{NP}$-schweres Problem



Einfaches Modell

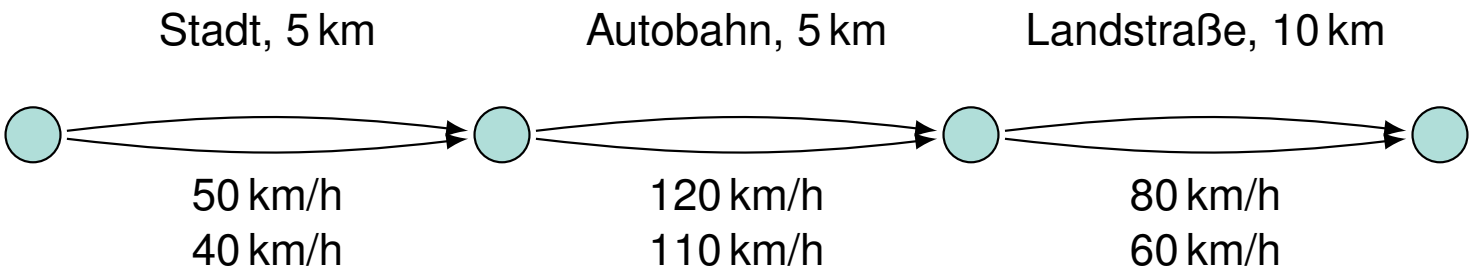
Ziel: Energie sparen durch Anpassung der Geschwindigkeit

- Pro Straßensegment: Interval mit min./max. Geschwindigkeit

Erster Ansatz:

- Diskretisiere mögliche Geschwindigkeiten pro Segment
- Eine Kante pro Geschwindigkeit

Routing auf Multigraph



Einfaches Modell

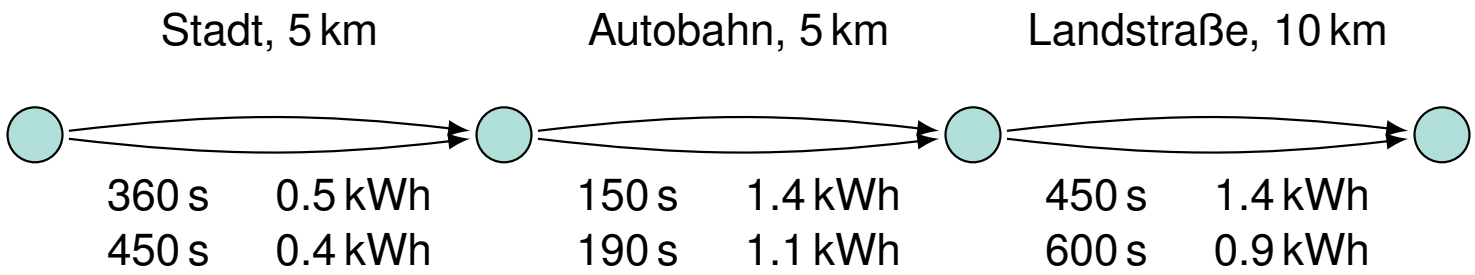
Ziel: Energie sparen durch Anpassung der Geschwindigkeit

- Pro Straßensegment: Interval mit min./max. Geschwindigkeit

Erster Ansatz:

- Diskretisiere mögliche Geschwindigkeiten pro Segment
- Eine Kante pro Geschwindigkeit

Routing auf Multigraph



Einfaches Modell

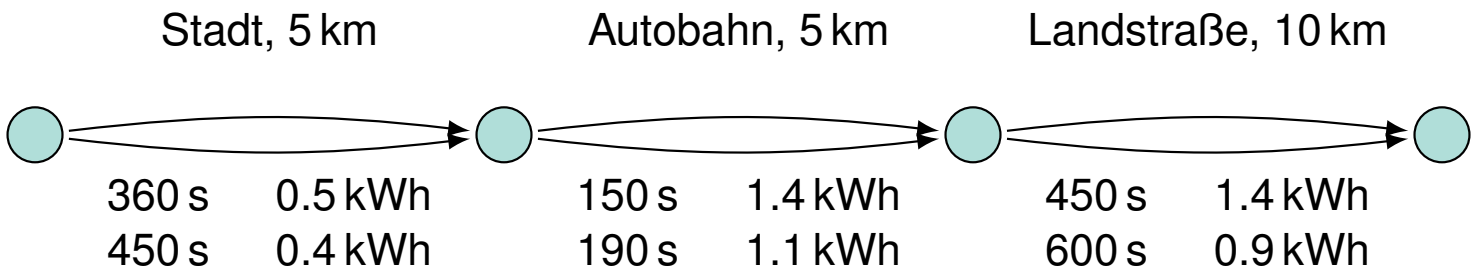
Ziel: Energie sparen durch Anpassung der Geschwindigkeit

- Pro Straßensegment: Interval mit min./max. Geschwindigkeit

Erster Ansatz:

- Diskretisiere mögliche Geschwindigkeiten pro Segment
- Eine Kante pro Geschwindigkeit

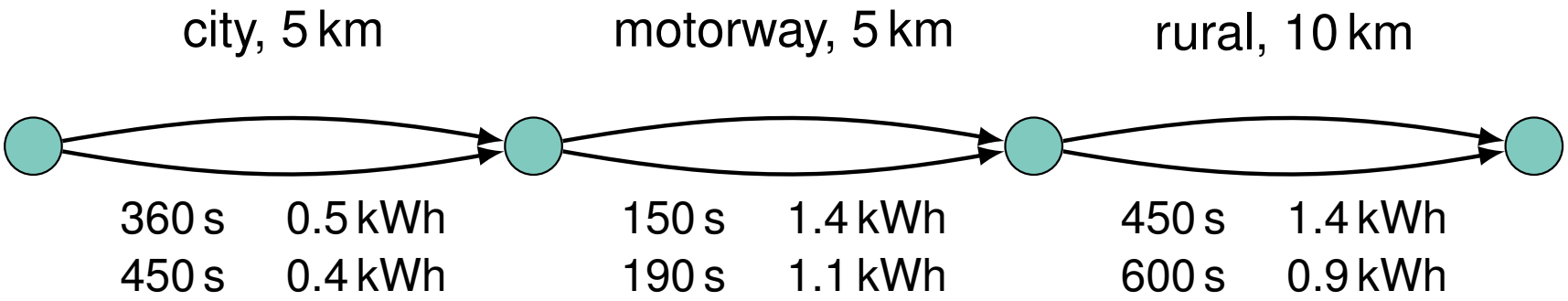
Routing auf Multigraph



Einfache Umsetzung, aber hohe Lösungskomplexität

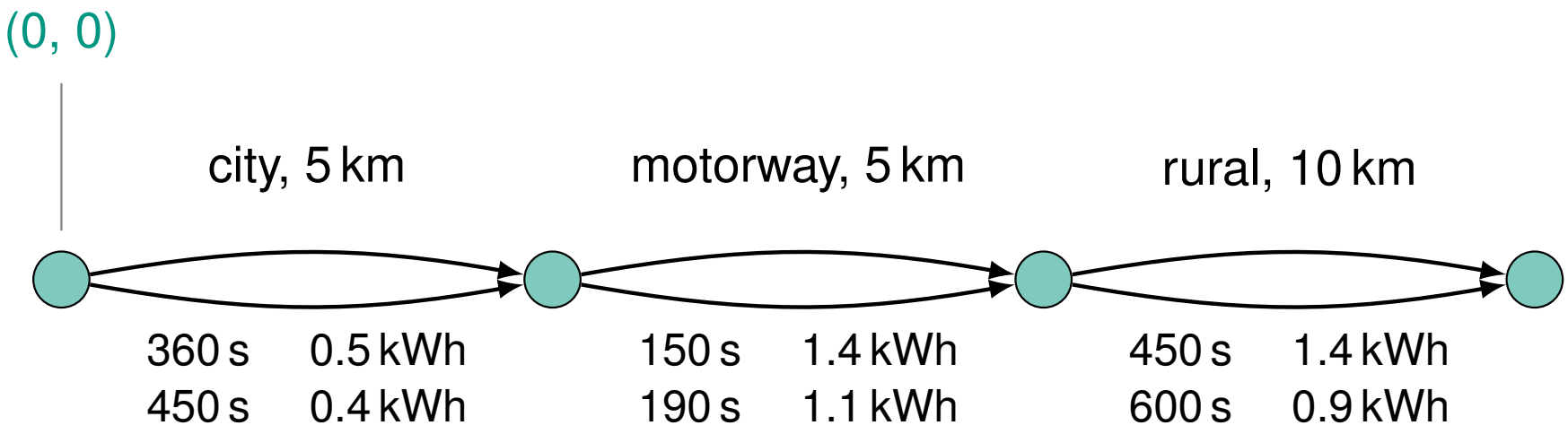
Suchalgorithmus

Verwende MCD zur Routenberechnung



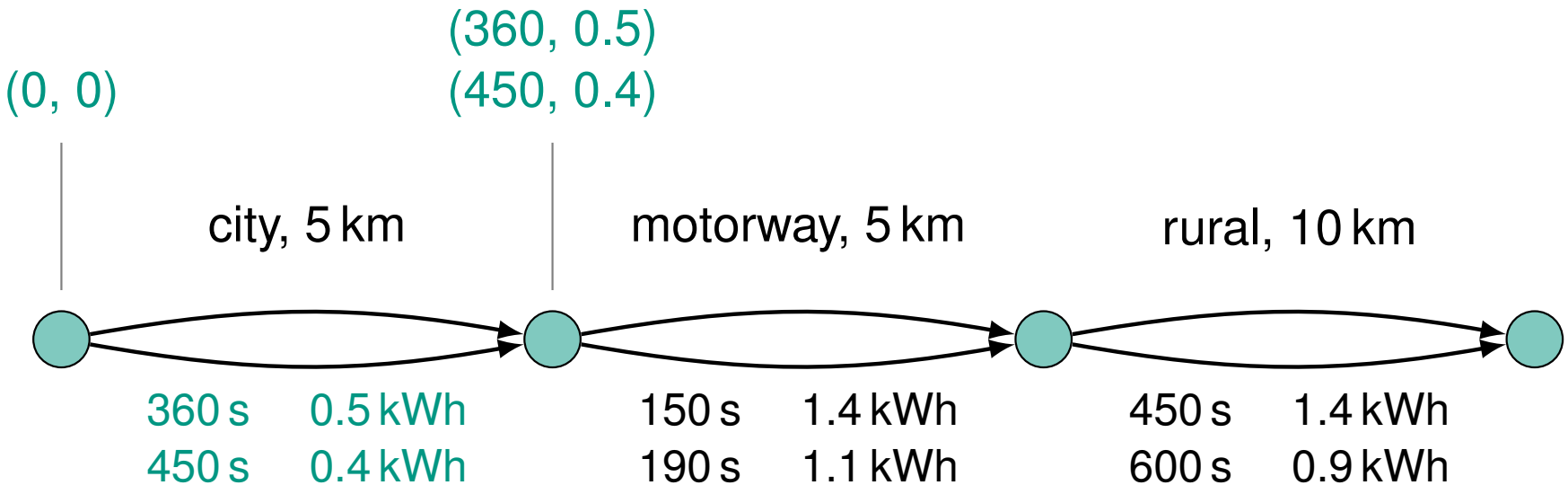
Suchalgorithmus

Verwende MCD zur Routenberechnung



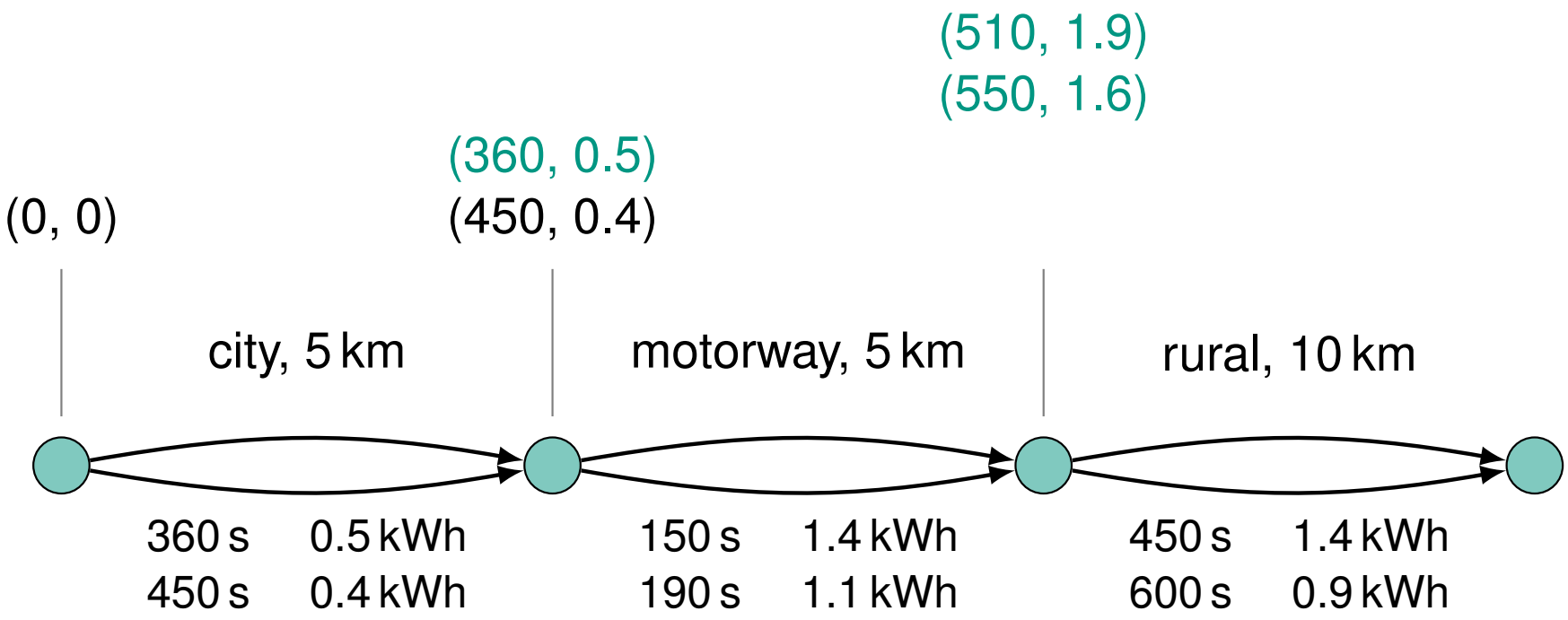
Suchalgorithmus

Verwende MCD zur Routenberechnung



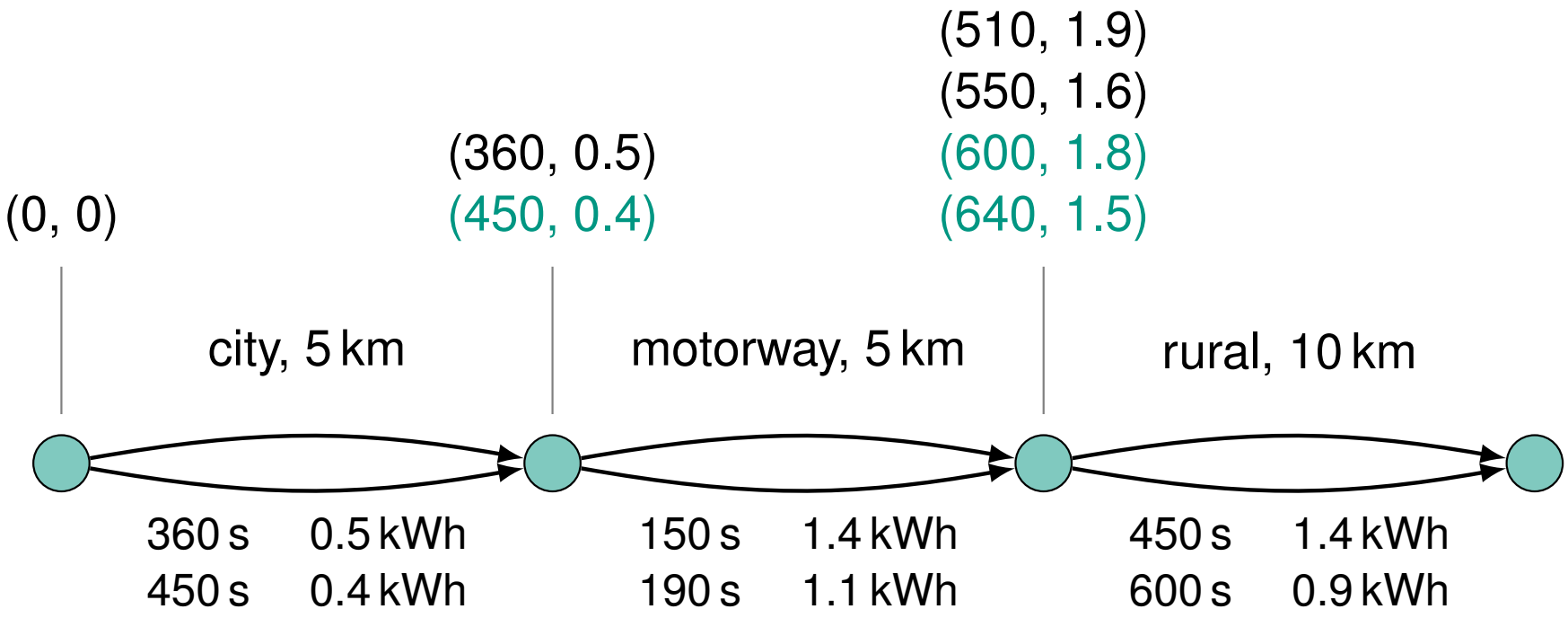
Suchalgorithmus

Verwende MCD zur Routenberechnung



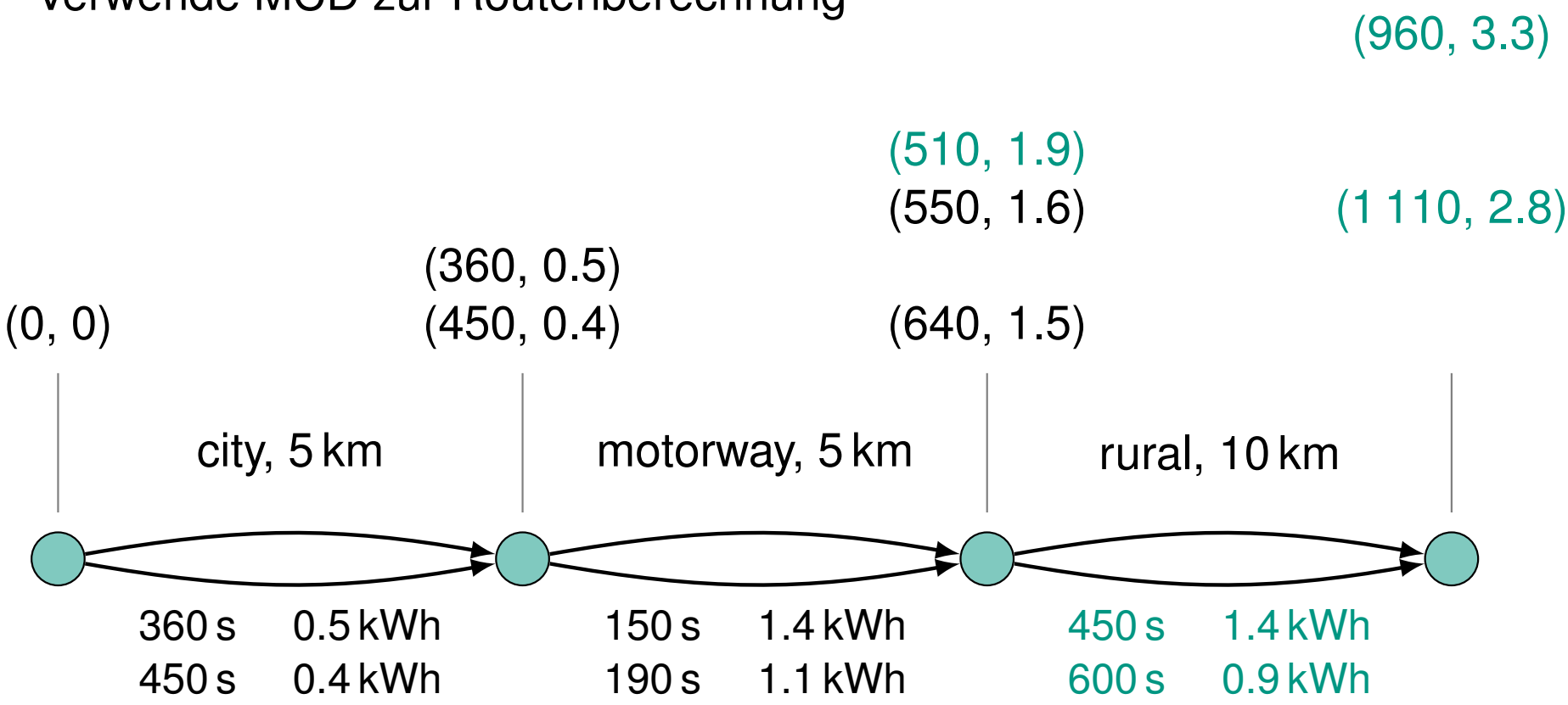
Suchalgorithmus

Verwende MCD zur Routenberechnung



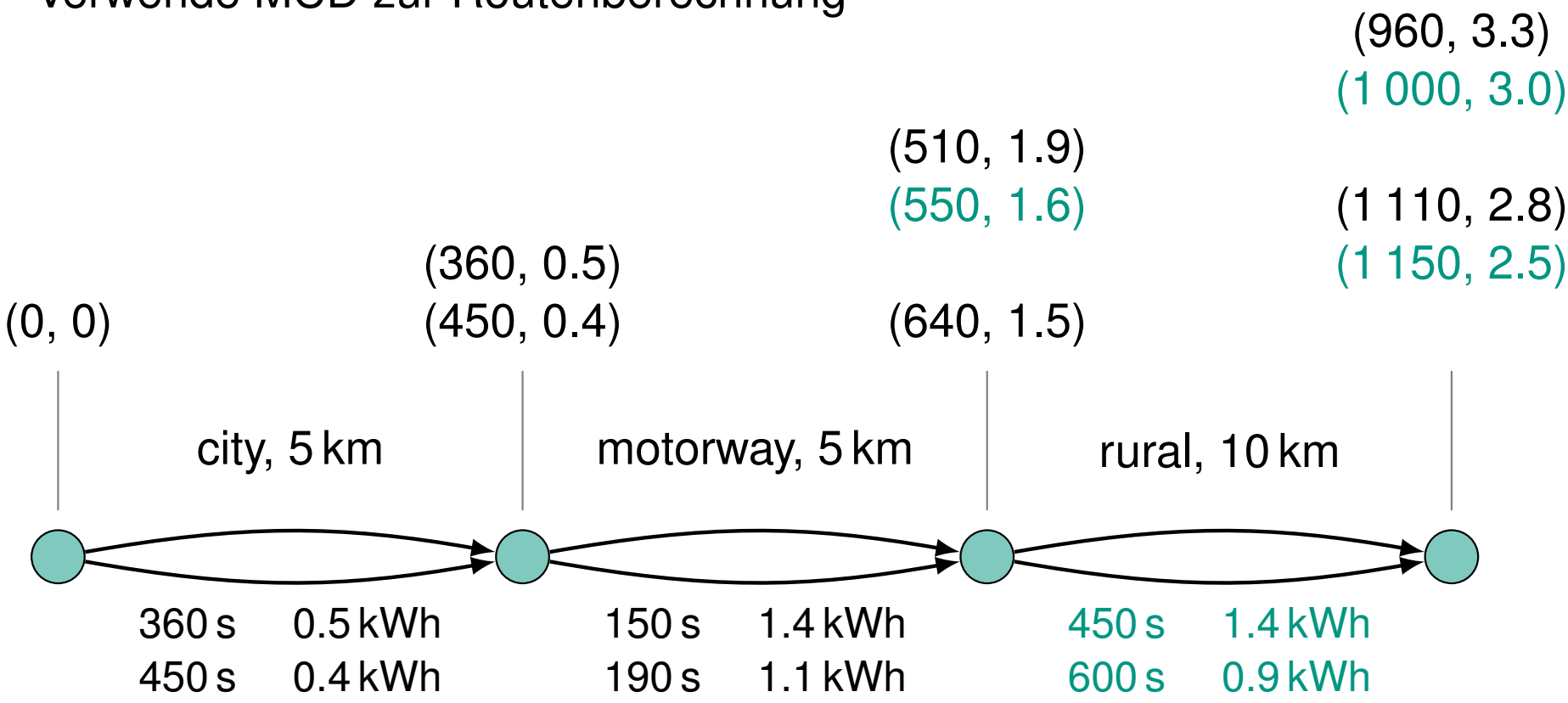
Suchalgorithmus

Verwende MCD zur Routenberechnung



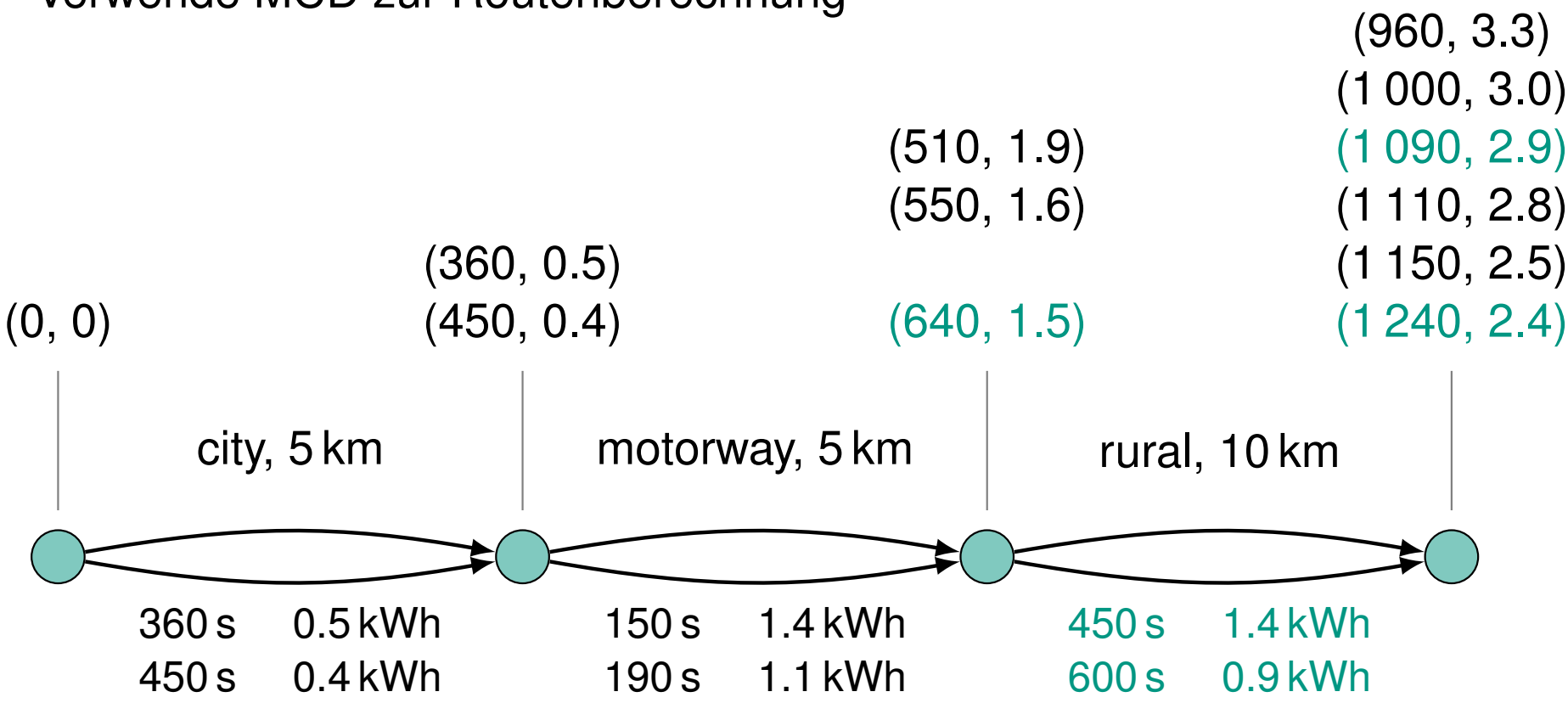
Suchalgorithmus

Verwende MCD zur Routenberechnung



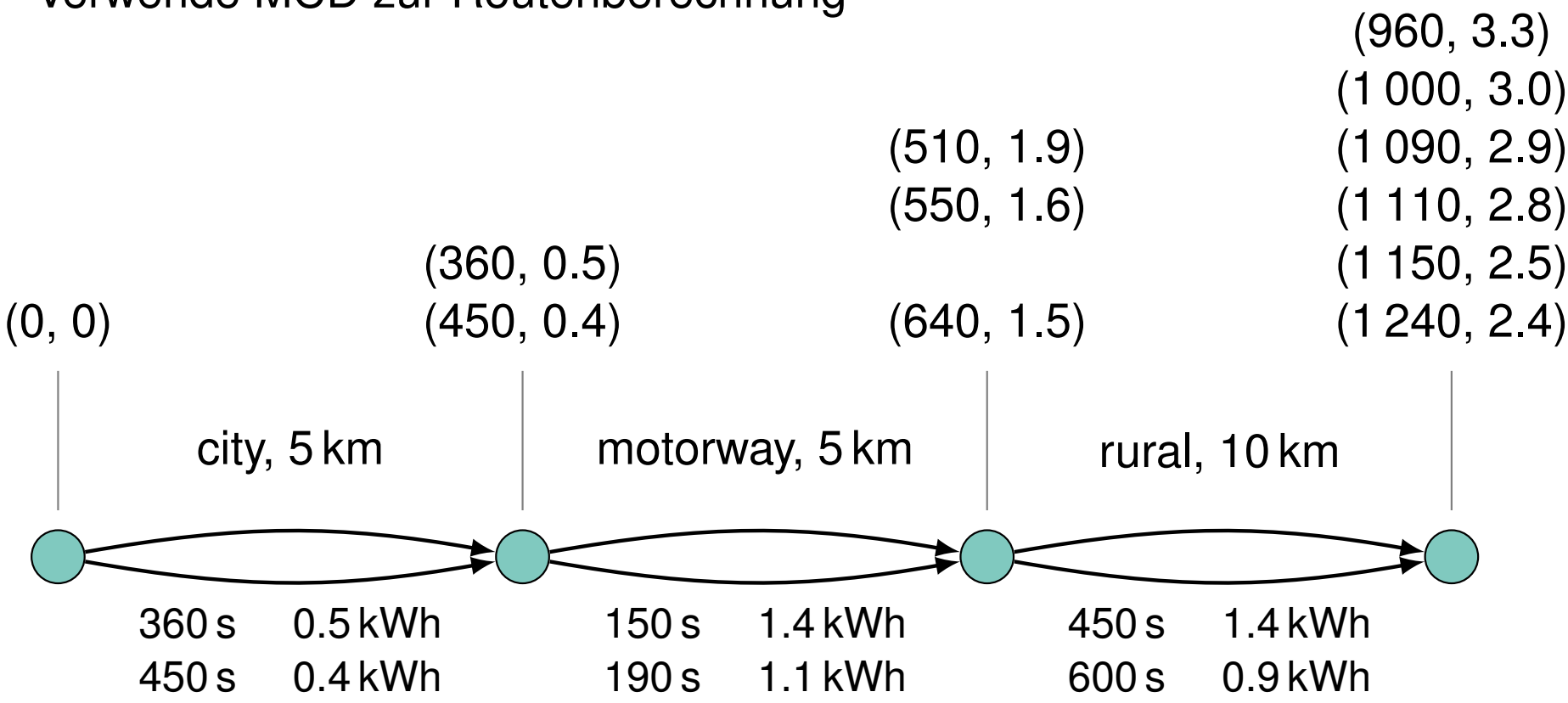
Suchalgorithmus

Verwende MCD zur Routenberechnung



Suchalgorithmus

Verwende MCD zur Routenberechnung

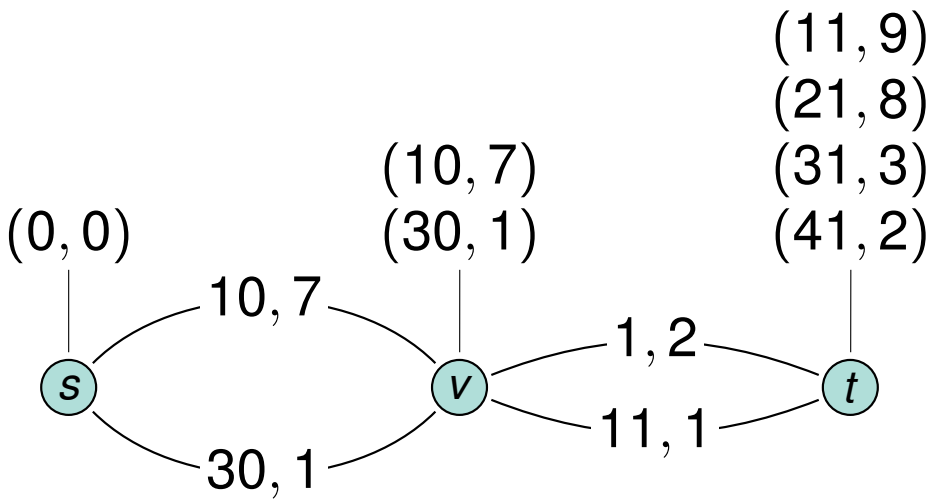


Worst Case: n Knoten mit je k parallelen Kanten $\Rightarrow \Theta(k^n)$ Labels

Diskussion

+ einfach zu implementieren
- exponentiell viele Labels auf einer Route
- nicht alle Lösungen abgebildet
- unattraktive Lösungen
- Entfernen/Einsetzen von Knoten beeinflusst Lösung

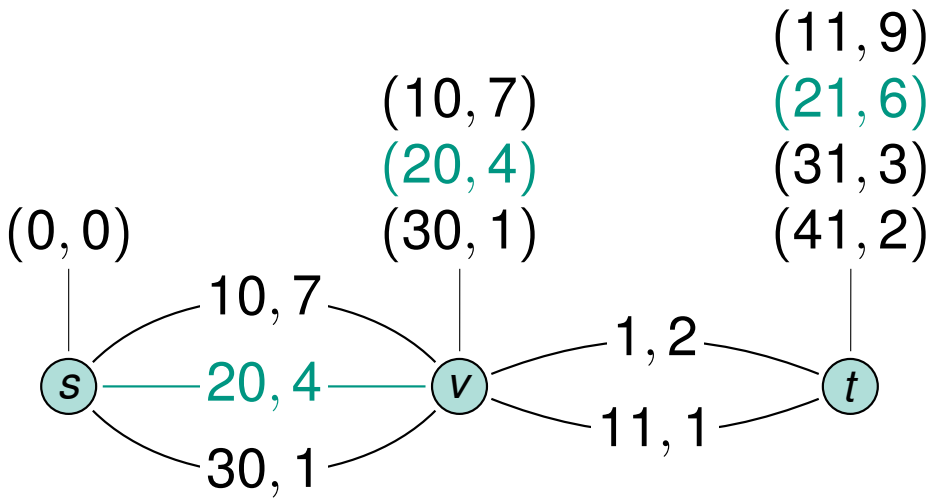
$\Rightarrow$ Genauigkeit vs Rechenaufwand



Diskussion

+ einfach zu implementieren
- exponentiell viele Labels auf einer Route
- nicht alle Lösungen abgebildet
- unattraktive Lösungen
- Entfernen/Einsetzen von Knoten beeinflusst Lösung

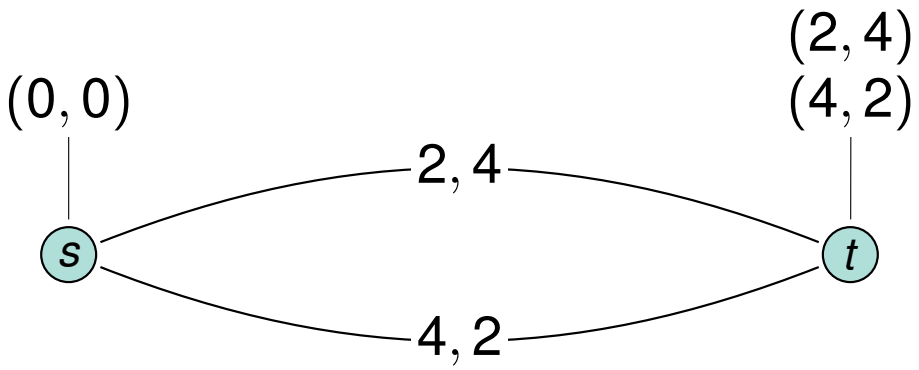
$\Rightarrow$ Genauigkeit vs Rechenaufwand



Diskussion

+ einfach zu implementieren
- exponentiell viele Labels auf einer Route
- nicht alle Lösungen abgebildet
- unattraktive Lösungen
- Entfernen/Einsetzen von Knoten beeinflusst Lösung

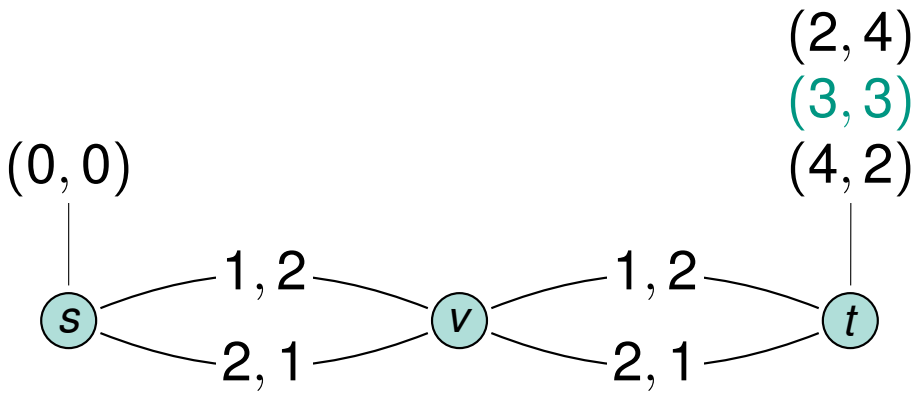
$\Rightarrow$ Genauigkeit vs Rechenaufwand



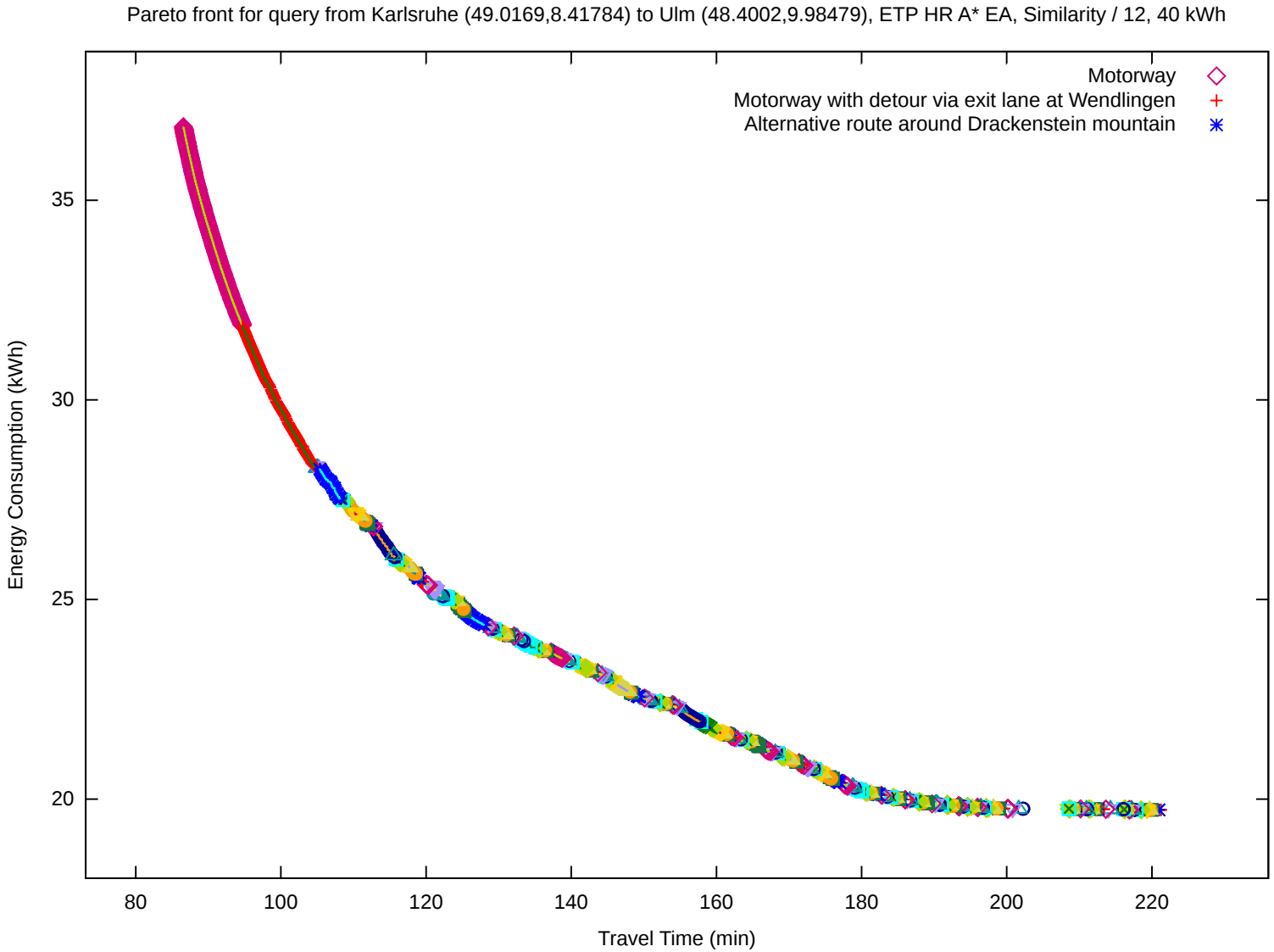
Diskussion

+ einfach zu implementieren
- exponentiell viele Labels auf einer Route
- nicht alle Lösungen abgebildet
- unattraktive Lösungen
- Entfernen/Einsetzen von Knoten beeinflusst Lösung

$\Rightarrow$ Genauigkeit vs Rechenaufwand



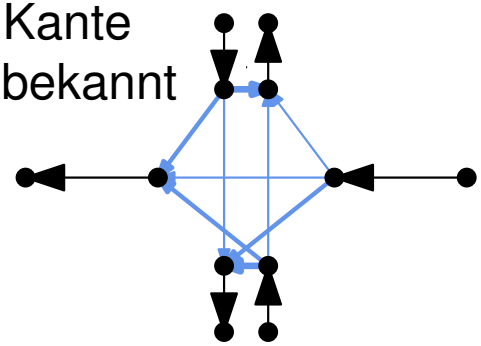
Einfaches Modell – Beispiel Pareto Menge



Wdh: Verbräuche auf Kanten

Wie bekommen wir Verbräuche auf den Kanten im Straßengraphen?

- Nur Beschleunigung, Geschwindigkeit und Steigung von Straßensegment abhängig
- Annahme:
  - Geschwindigkeit und Steigung ist konstant auf jeder Kante
  - Andere Parameter (Masse, Nebenverbraucher) sind bekannt
- Zwischenknoten, wenn sich Steigung oder Geschwindigkeitsbegrenzung ändern
- Extra Kanten für Brems-/Beschleunigungskosten



$\Rightarrow$ Verbrauch auf Segment vereinfacht (für realistische Steigung) als

$$\lambda_1 v^2 + \lambda_2 s + \lambda_3$$

v: Geschwindigkeit
s: Steigung
λ_1, λ_2, λ_3: (nichtnegative) Konstanten

Realistisches Modell

Verbrauch auf einer Kante: $\lambda_1 v^2 + \lambda_2 s + \lambda_3$.

v: Geschwindigkeit

s: Steigung

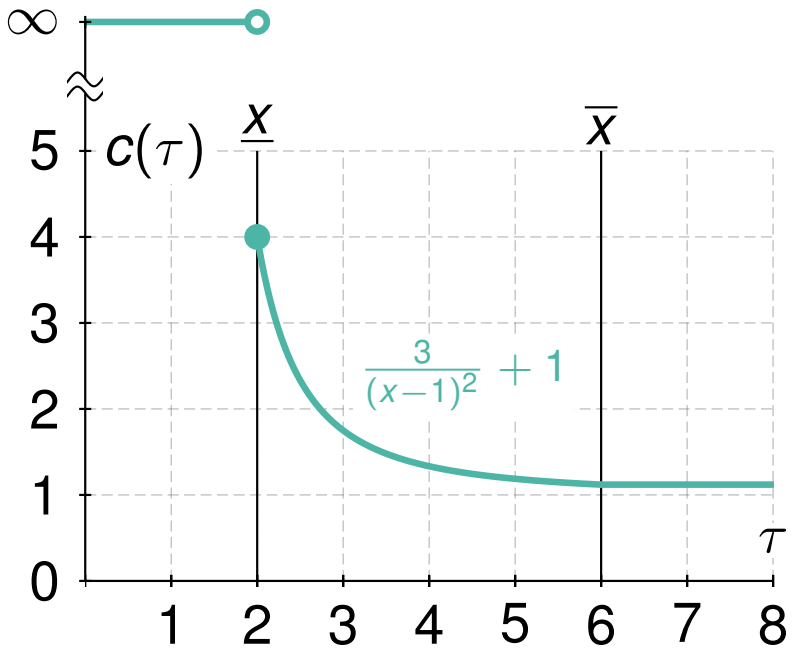
- Wir wollen Fahrzeit auf Verbrauch abbilden
- Es gilt $v = \ell / x$

  ℓ: Kantenlänge

  x: Fahrzeit
- Setze $\alpha := \lambda_1 / \ell^2$ und $\gamma := \lambda_2 s + \lambda_3$
- Löse auf nach x

$\Rightarrow$ ergibt Tradeoff Funktion

$$c(x) = \frac{\alpha}{(x - \beta)^2} + \gamma$$



- Parameter β für Verbrauchsfunktionen von Pfaden benötigt
- Minimale Fahrzeit $\underline{x}$ und maximale Fahrzeit $\overline{x}$ pro Kante

Realistisches Modell

Verbrauch auf einer Kante: $\lambda_1 v^2 + \lambda_2 s + \lambda_3$.

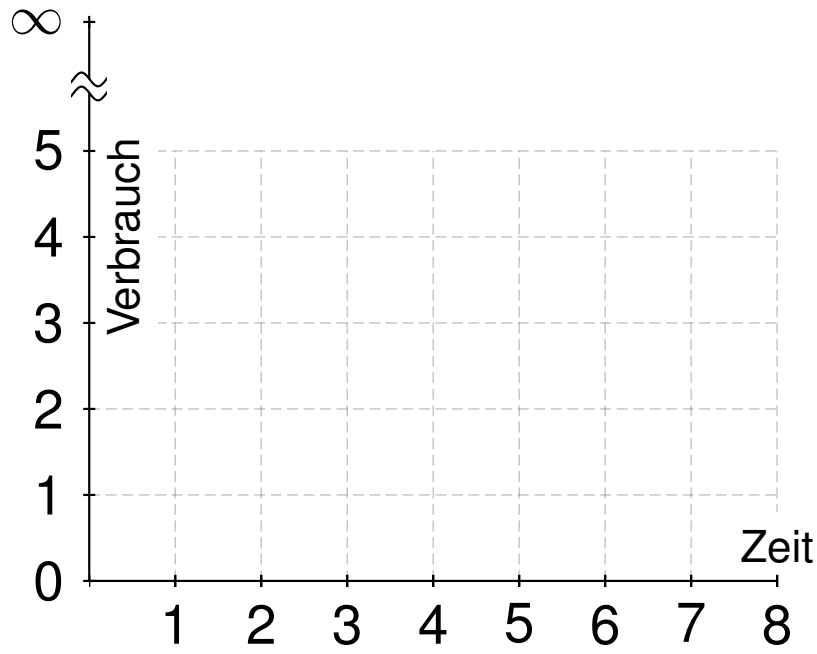
v: Geschwindigkeit

s: Steigung

- Tradeoff Funktion

$$c(x) = \frac{\alpha}{(x-\beta)^2} + \gamma$$

- Bildet Fahrzeit auf Verbrauch ab
- Minimale Fahrzeit $\underline{x}$
- Maximale Fahrzeit $\overline{x}$



Minimaler Verbrauch entlang eines Pfades?

Realistisches Modell

Verbrauch auf einer Kante: $\lambda_1 v^2 + \lambda_2 s + \lambda_3$.

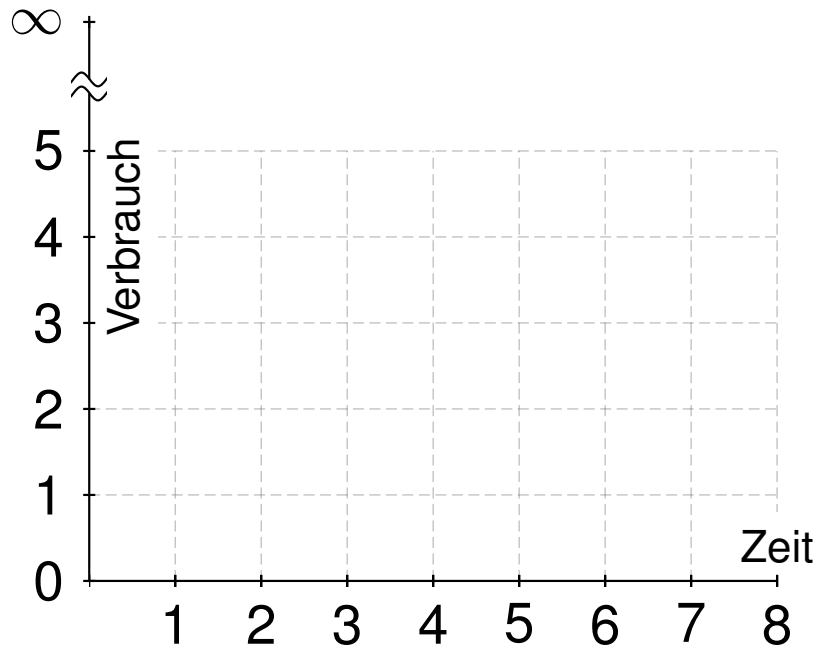
v: Geschwindigkeit

s: Steigung

- Tradeoff Funktion

$$c(x) = \frac{\alpha}{(x-\beta)^2} + \gamma$$

- Bildet Fahrzeit auf Verbrauch ab
- Minimale Fahrzeit $\underline{x}$
- Maximale Fahrzeit $\overline{x}$



Minimaler Verbrauch entlang eines Pfades?

Realistisches Modell

Verbrauch auf einer Kante: $\lambda_1 v^2 + \lambda_2 s + \lambda_3$.

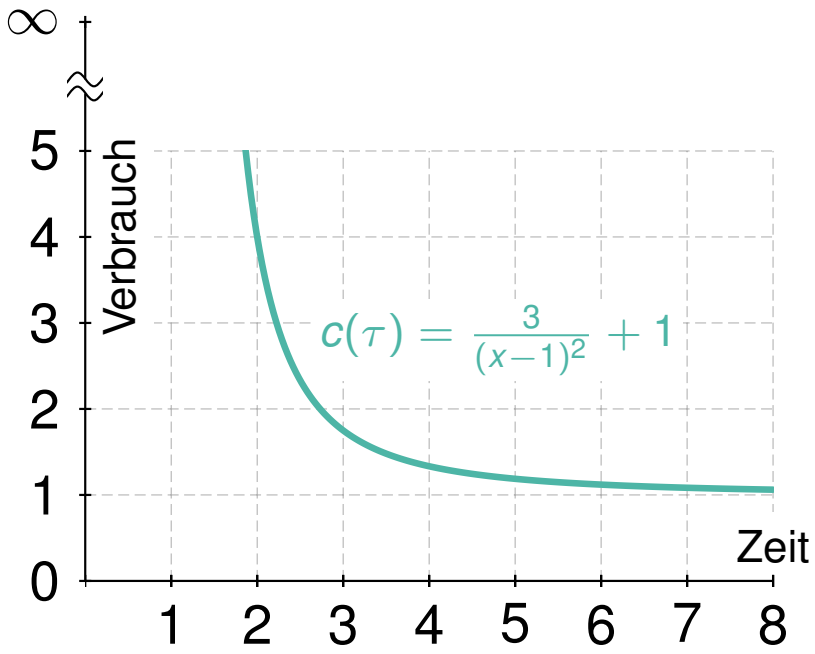
v: Geschwindigkeit

s: Steigung

- Tradeoff Funktion

$$c(x) = \frac{\alpha}{(x-\beta)^2} + \gamma$$

- Bildet Fahrzeit auf Verbrauch ab
- Minimale Fahrzeit $\underline{x}$
- Maximale Fahrzeit $\overline{x}$



Minimaler Verbrauch entlang eines Pfades?

Realistisches Modell

Verbrauch auf einer Kante: $\lambda_1 v^2 + \lambda_2 s + \lambda_3$.

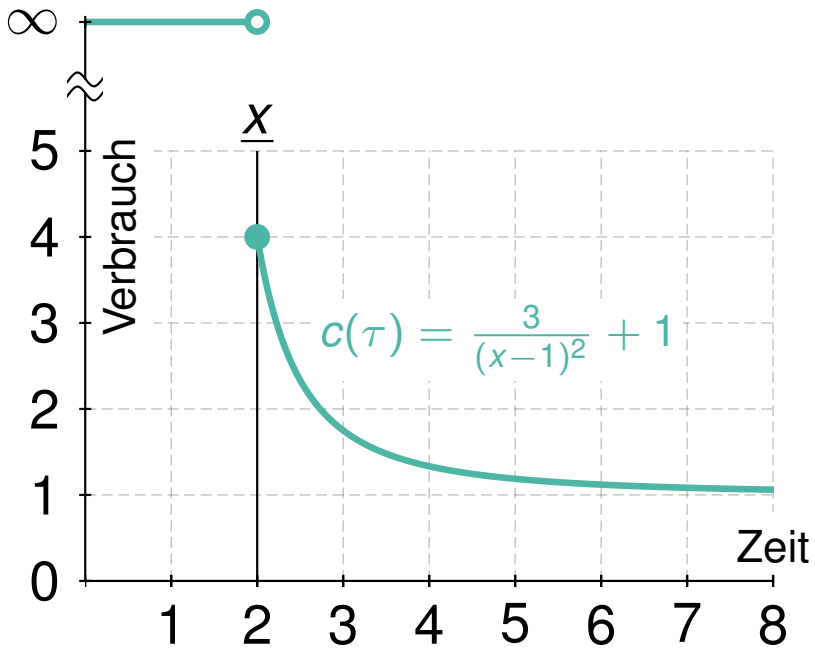
v: Geschwindigkeit

s: Steigung

- Tradeoff Funktion

$$c(x) = \frac{\alpha}{(x-\beta)^2} + \gamma$$

- Bildet Fahrzeit auf Verbrauch ab
- Minimale Fahrzeit $\underline{x}$
- Maximale Fahrzeit $\overline{x}$



Minimaler Verbrauch entlang eines Pfades?

Realistisches Modell

Verbrauch auf einer Kante: $\lambda_1 v^2 + \lambda_2 s + \lambda_3$.

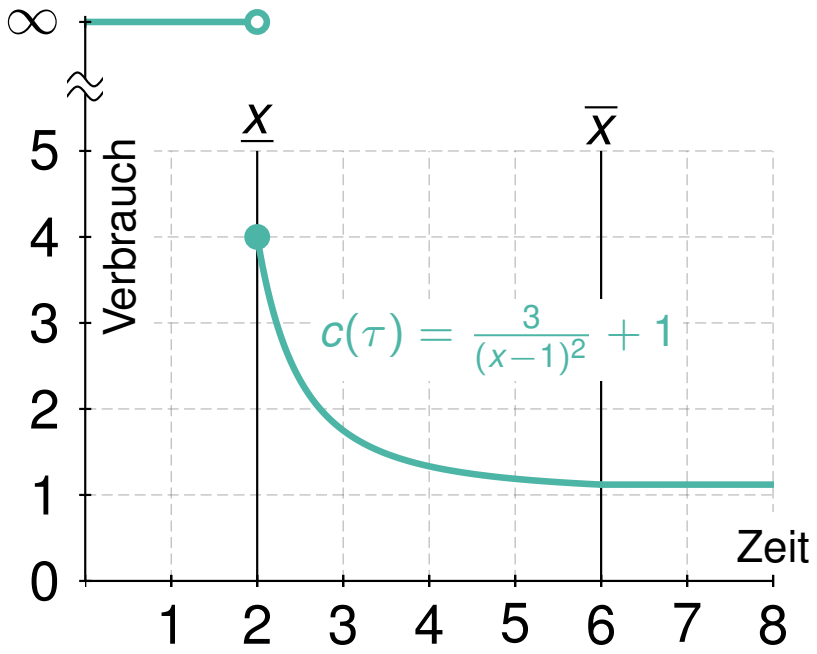
v: Geschwindigkeit

s: Steigung

- Tradeoff Funktion

$$c(x) = \frac{\alpha}{(x-\beta)^2} + \gamma$$

- Bildet Fahrzeit auf Verbrauch ab
- Minimale Fahrzeit $\underline{x}$
- Maximale Fahrzeit $\overline{x}$



Minimaler Verbrauch entlang eines Pfades?

Realistisches Modell

Verbrauch auf einer Kante: $\lambda_1 v^2 + \lambda_2 s + \lambda_3$.

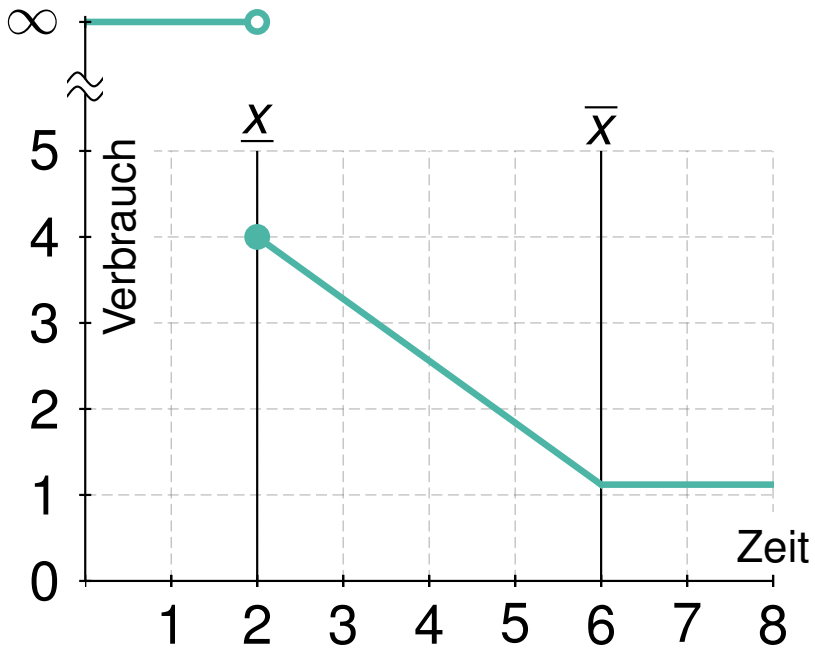
v: Geschwindigkeit

s: Steigung

- Tradeoff Funktion

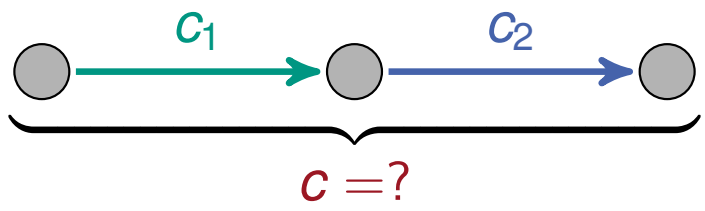
$$c(x) = \alpha x + \beta$$

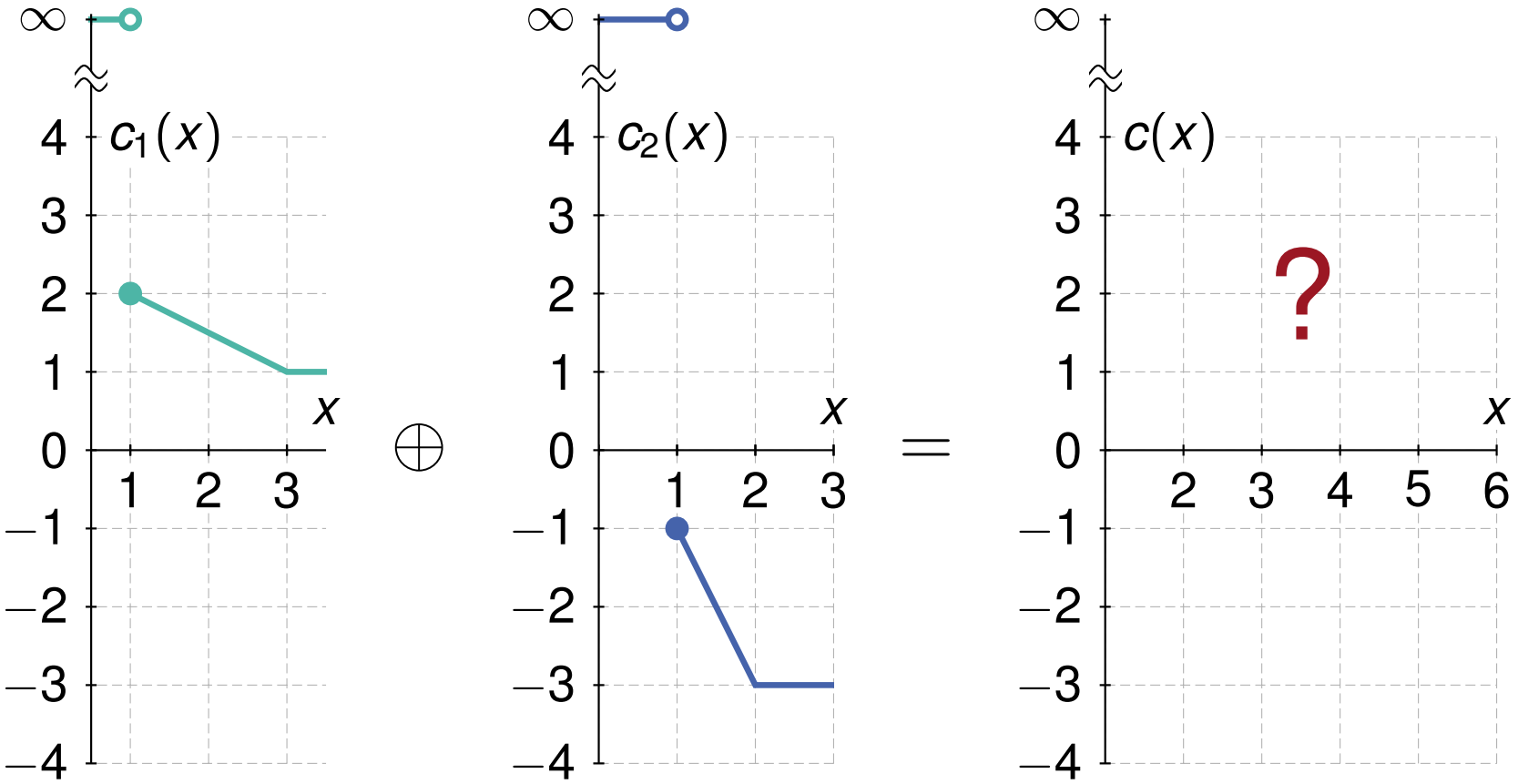
- Bildet Fahrzeit auf Verbrauch ab
- Minimale Fahrzeit $\underline{x}$
- Maximale Fahrzeit $\overline{x}$



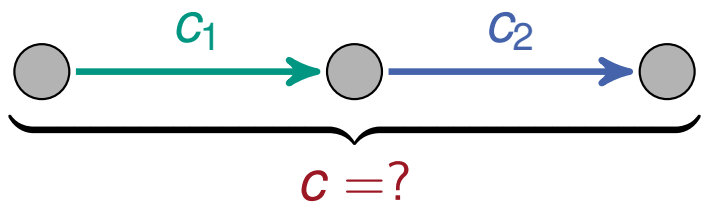
Minimaler Verbrauch entlang eines Pfades?

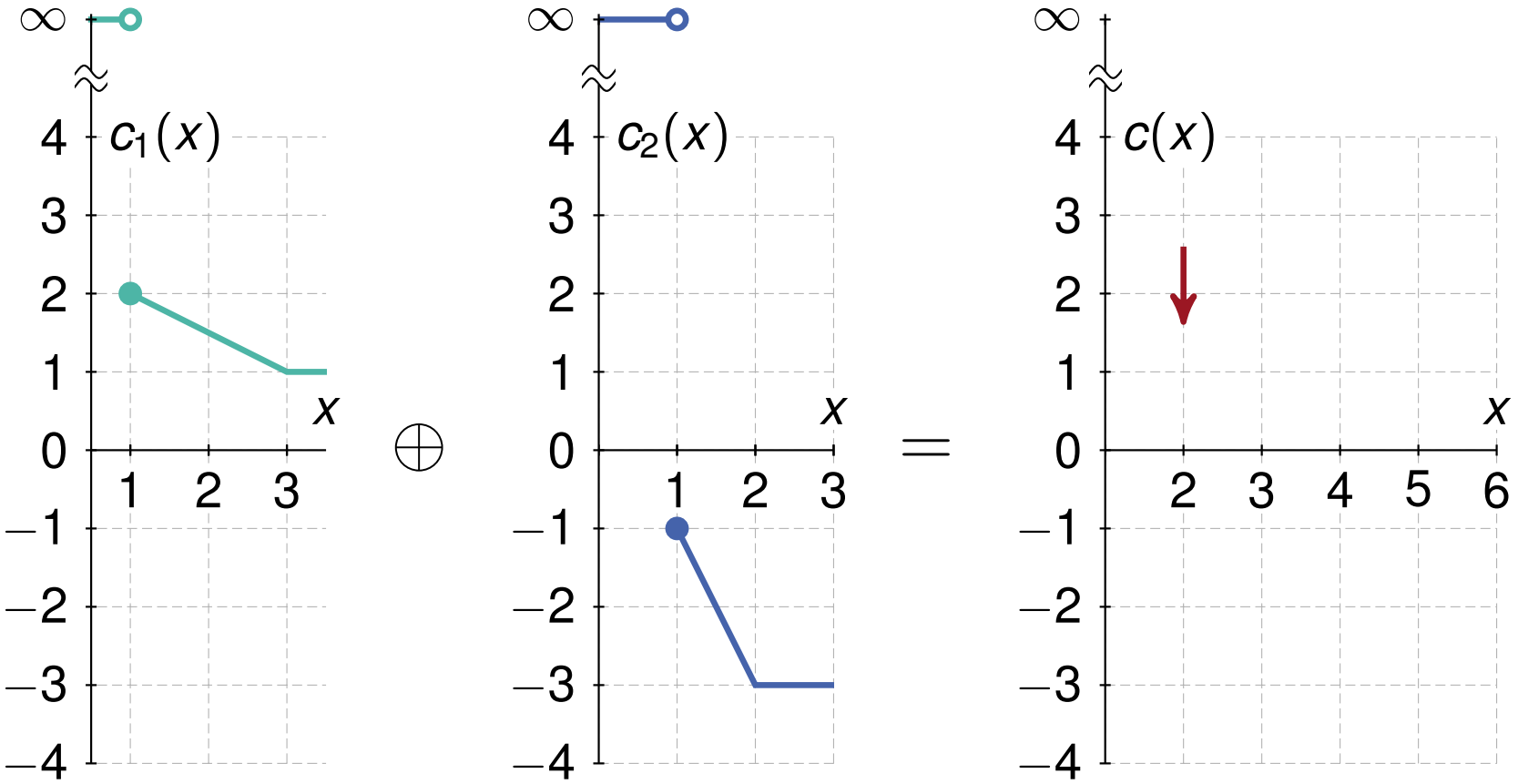
Tradeoff-Funktion eines Pfades



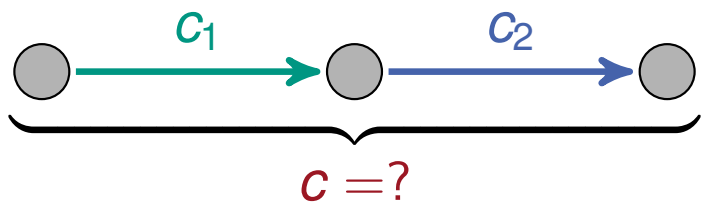


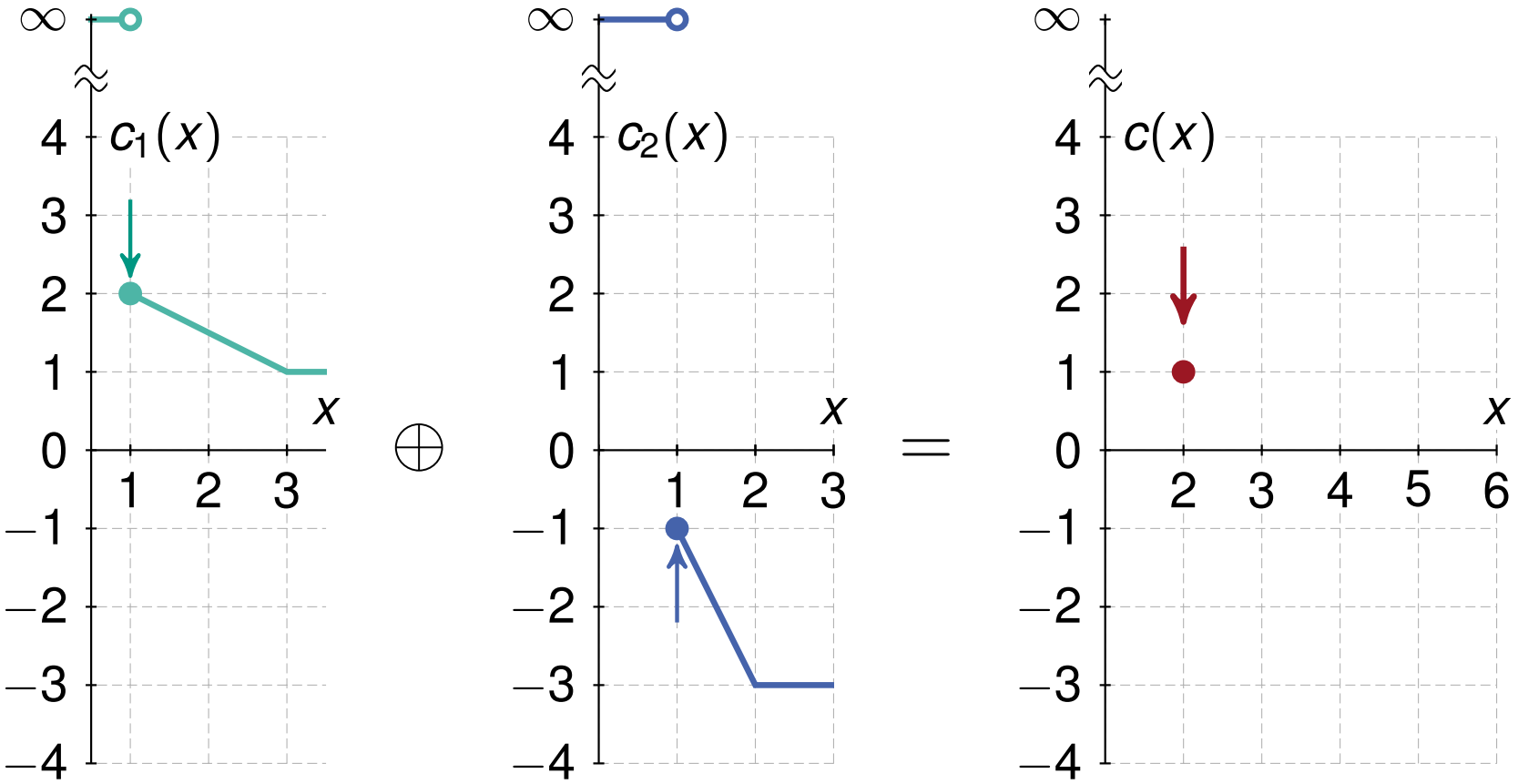
Tradeoff-Funktion eines Pfades



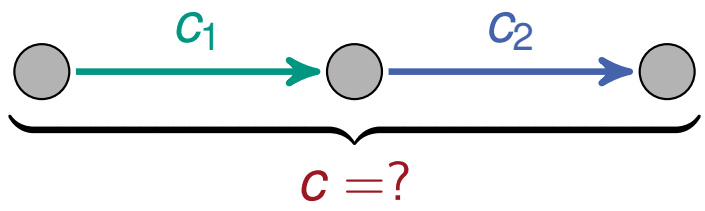


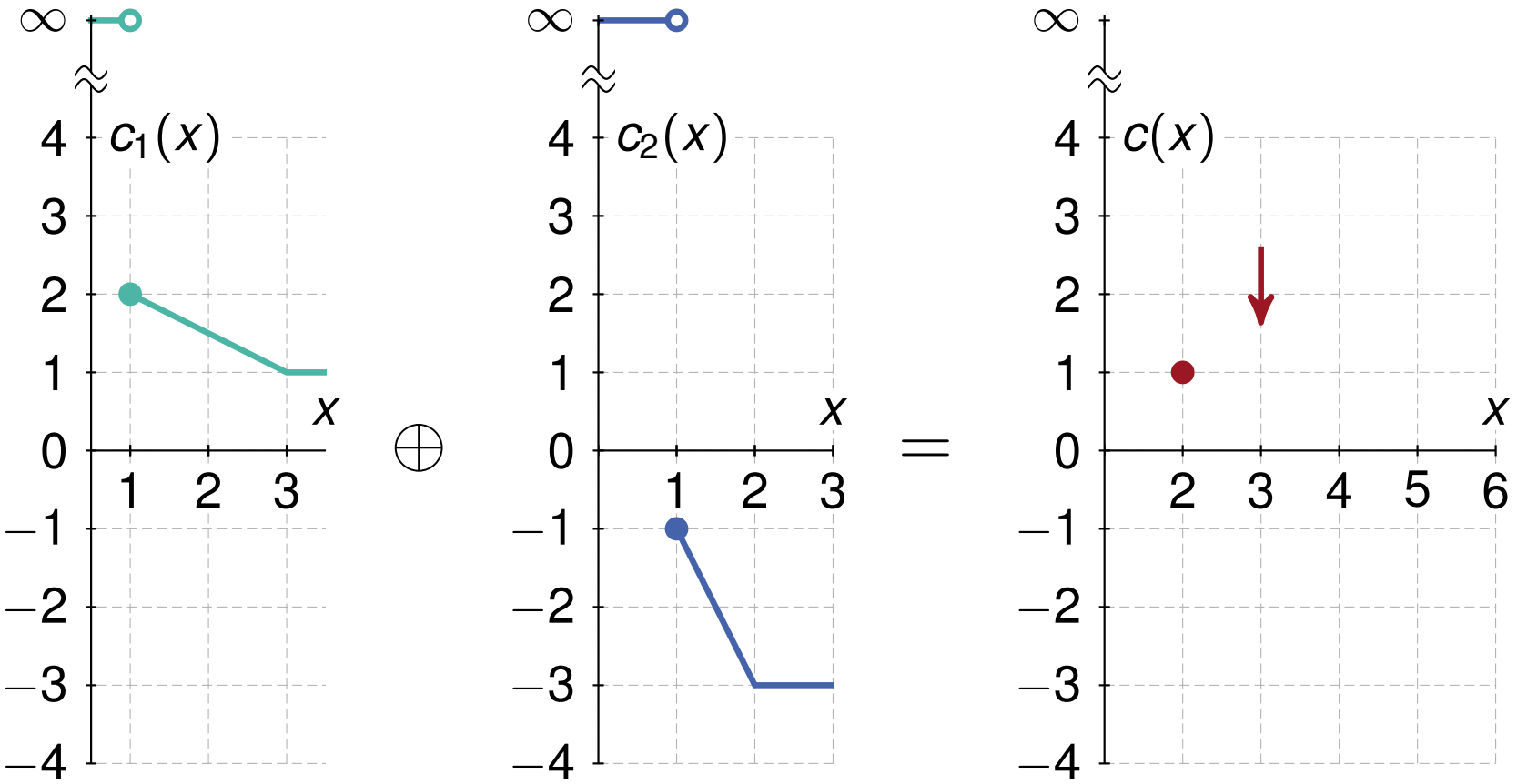
Tradeoff-Funktion eines Pfades



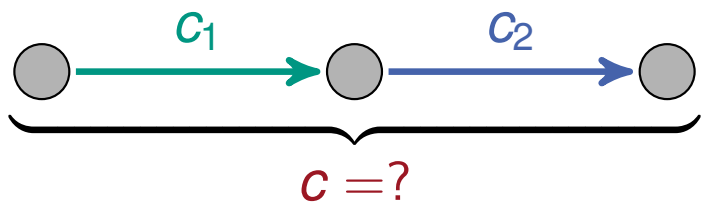


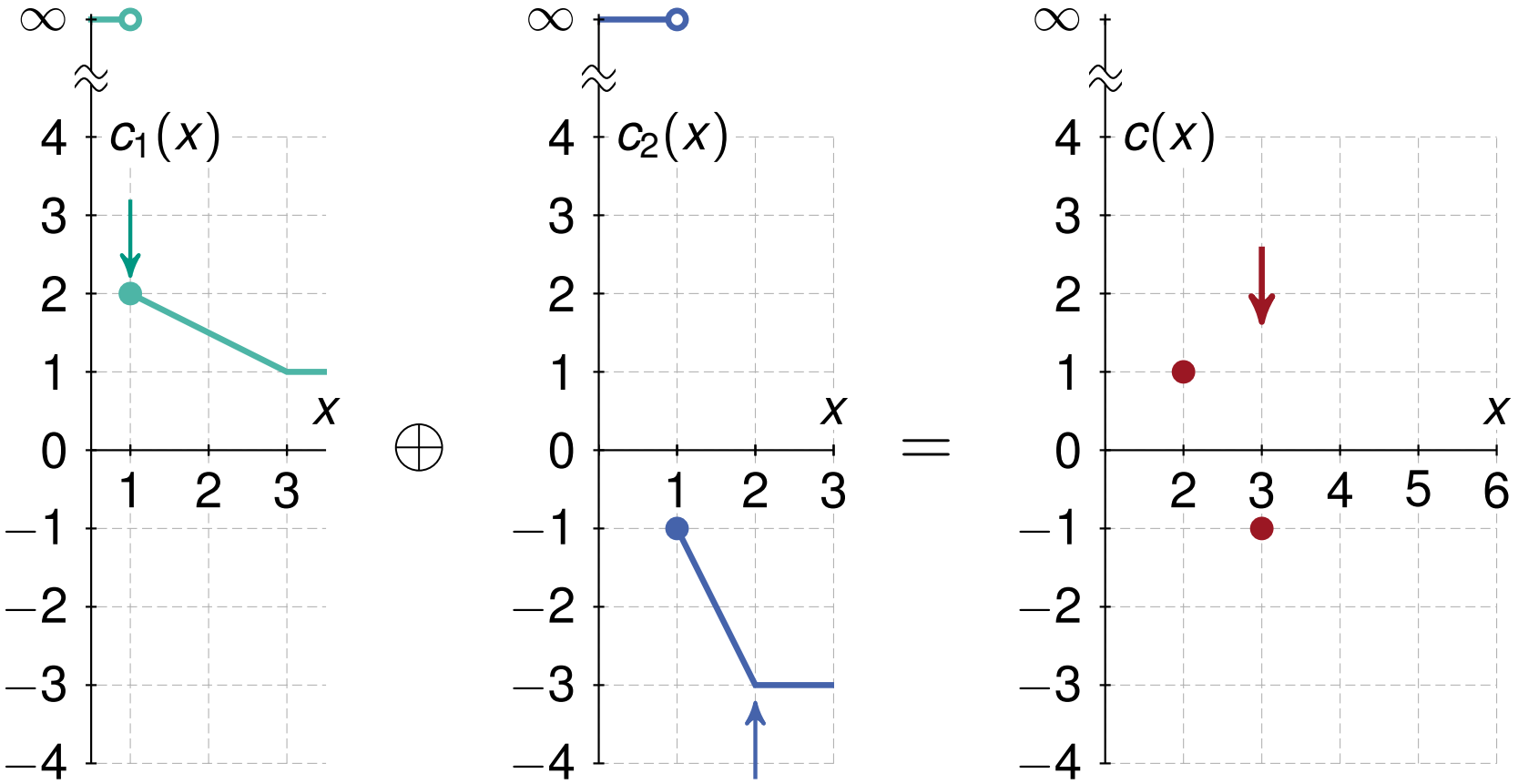
Tradeoff-Funktion eines Pfades



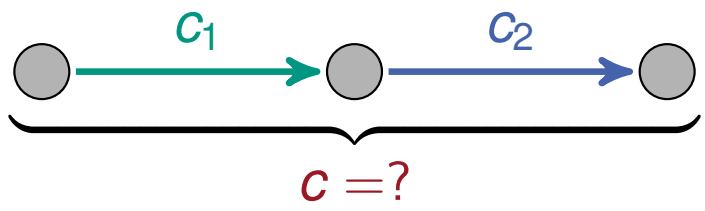


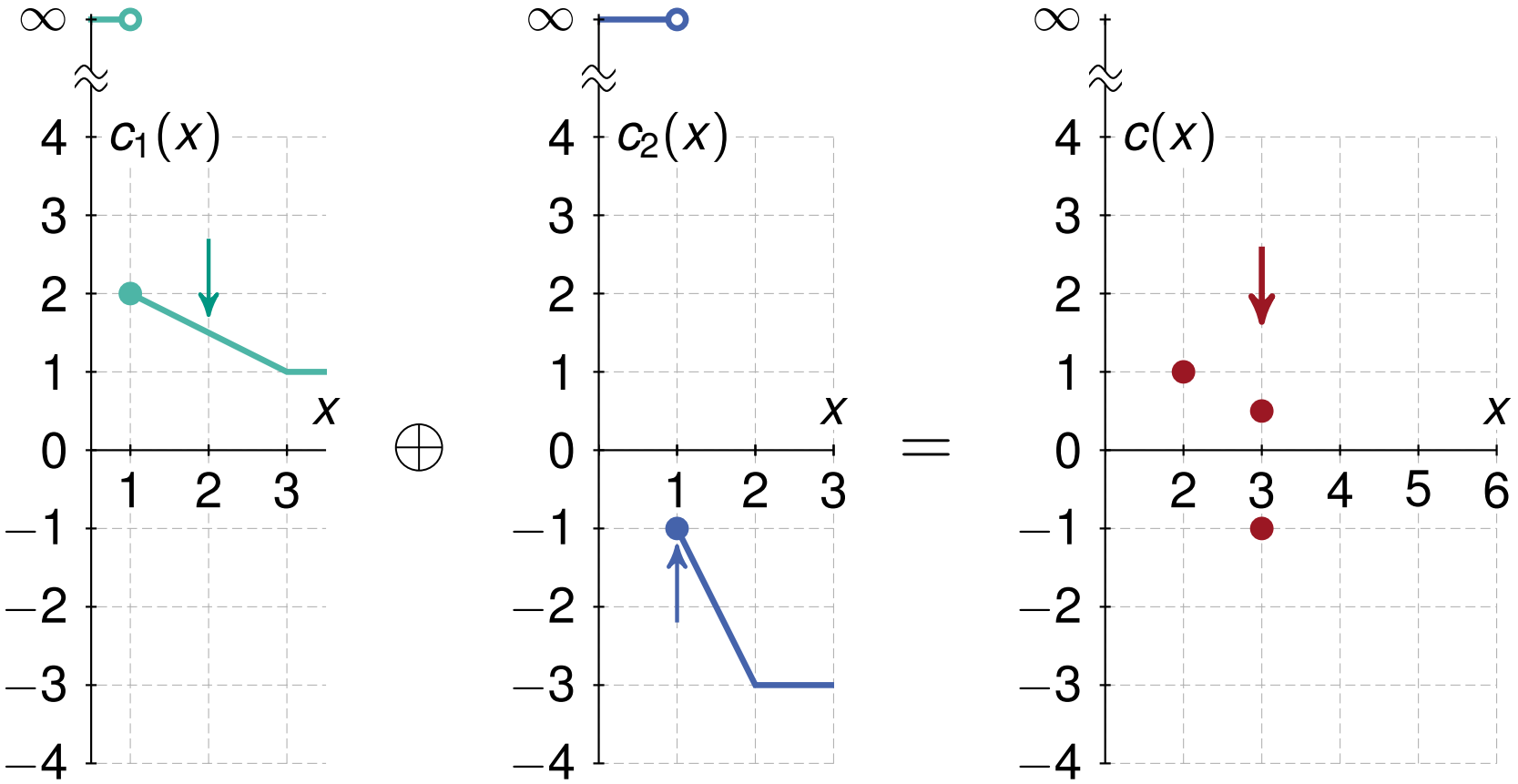
Tradeoff-Funktion eines Pfades





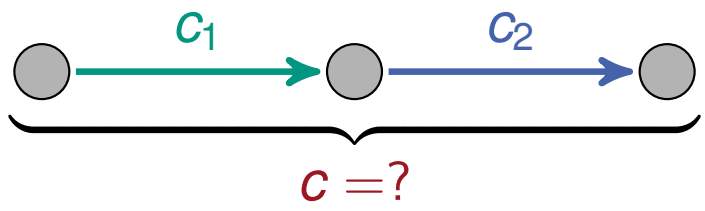
Tradeoff-Funktion eines Pfades

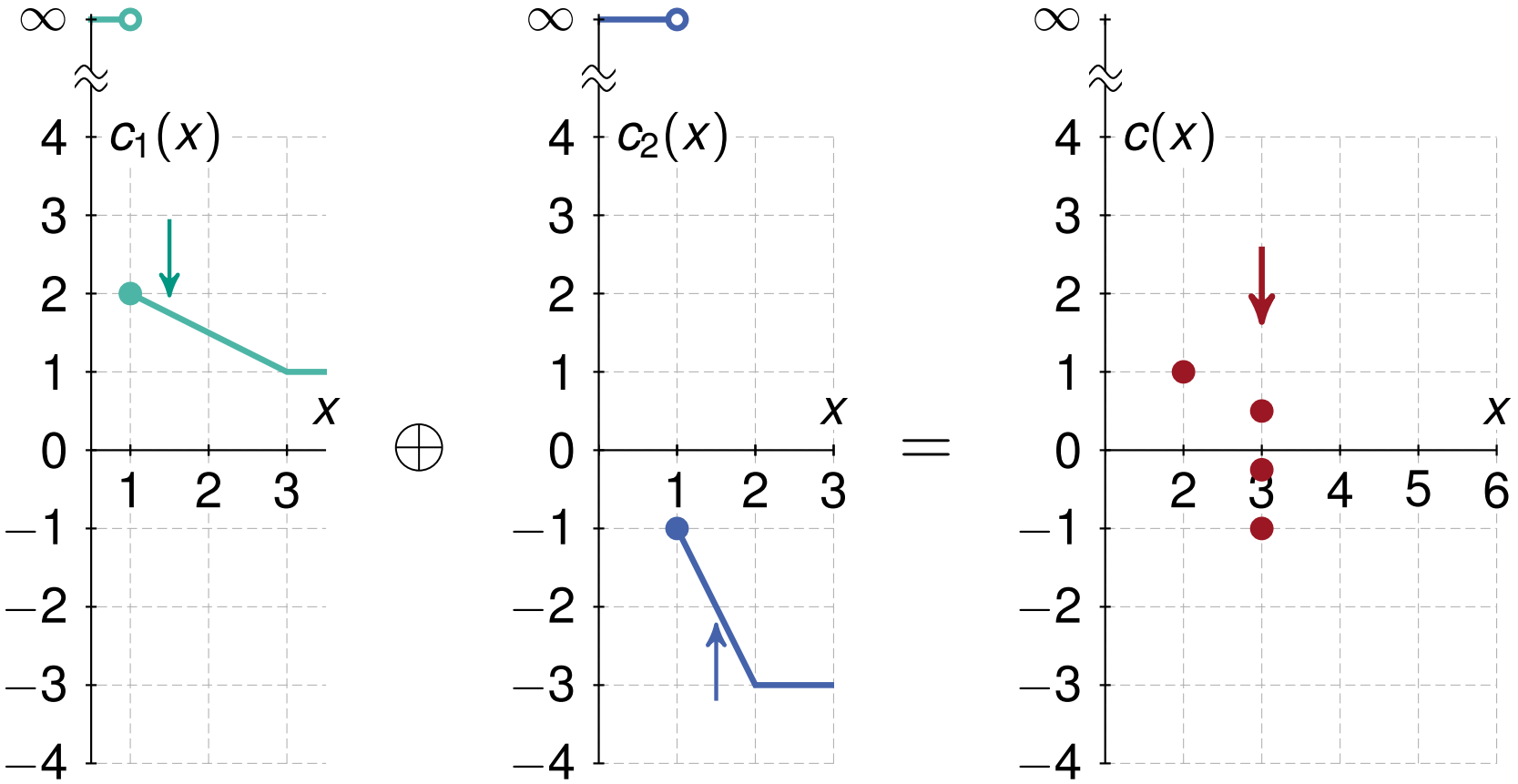




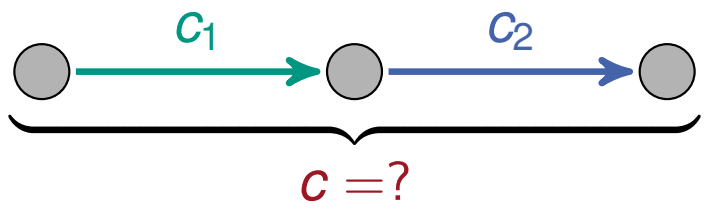
Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

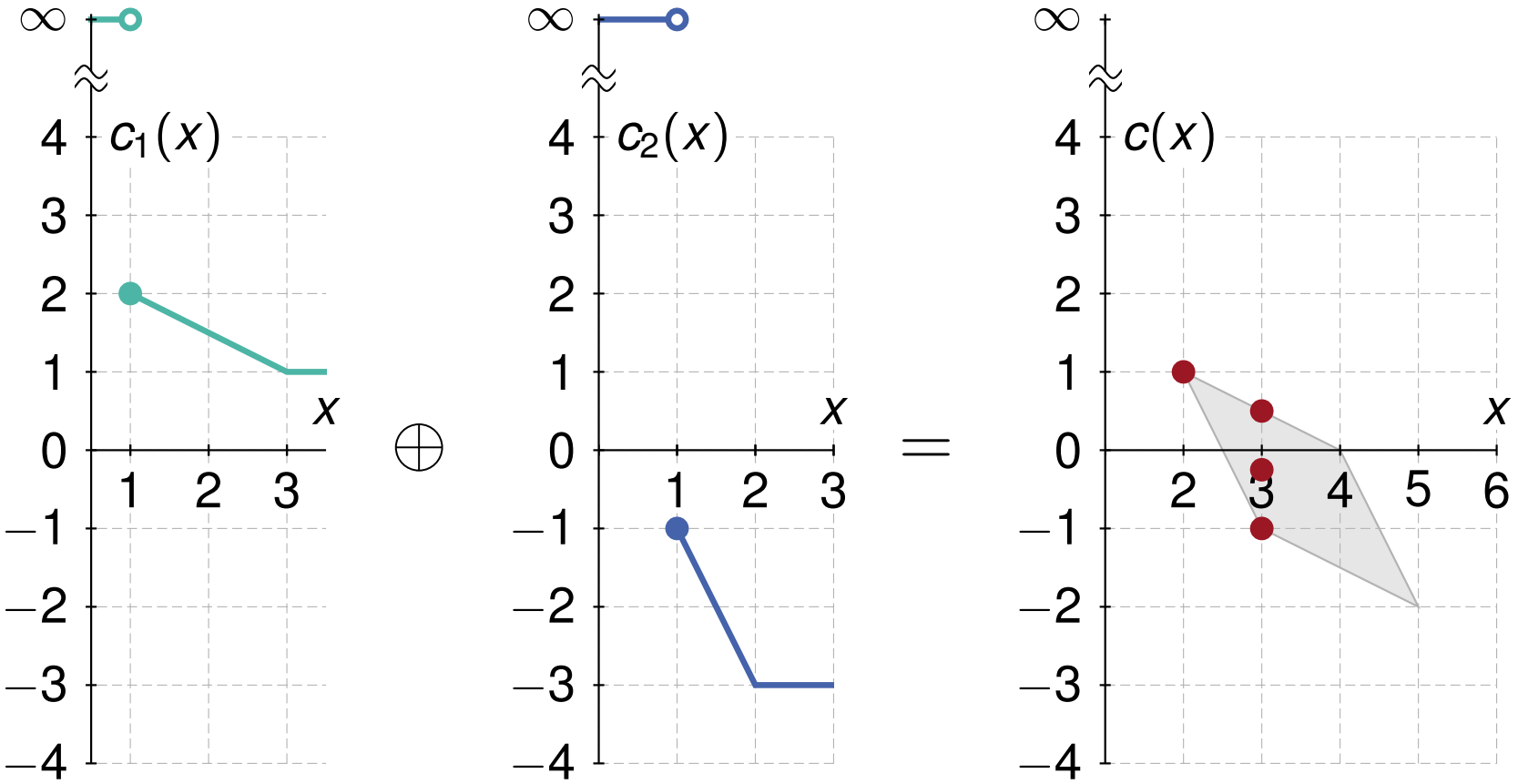
Tradeoff-Funktion eines Pfades



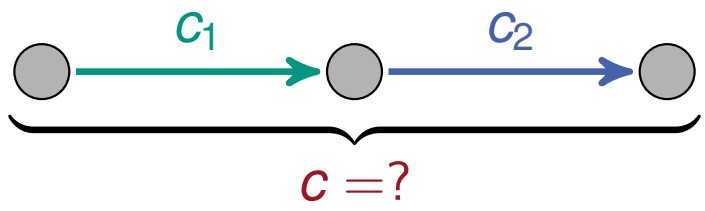


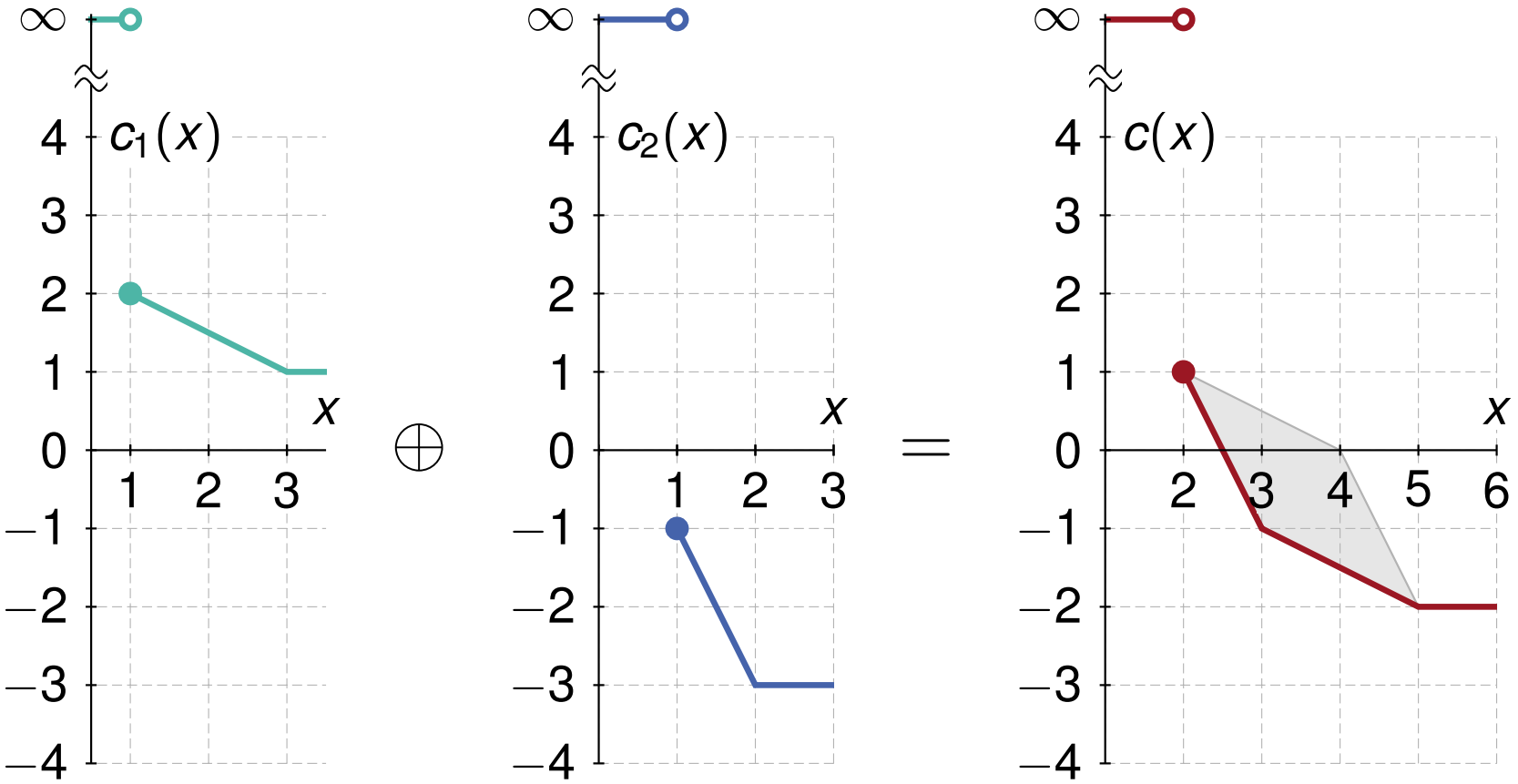
Tradeoff-Funktion eines Pfades





Tradeoff-Funktion eines Pfades





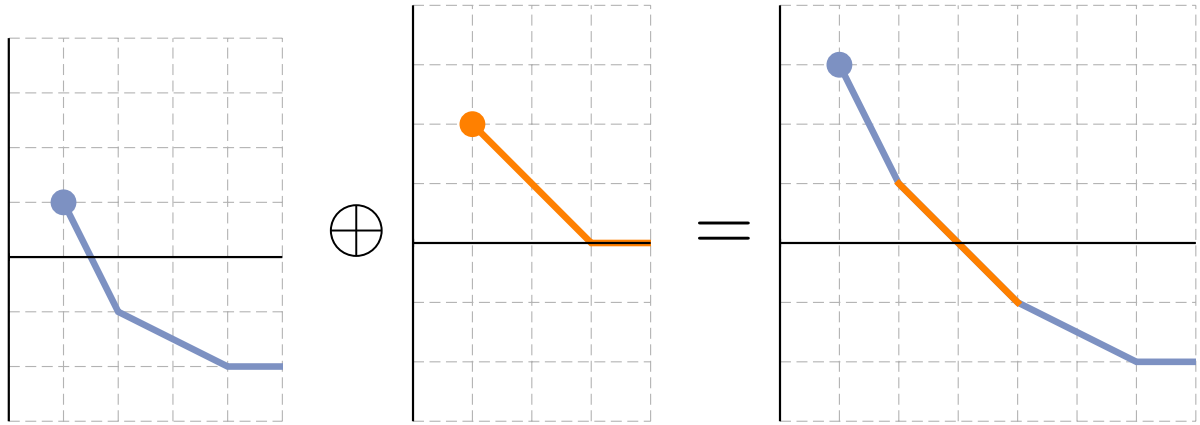
Linken von Tradeoff-Funktionen

Ziel: Minimaler Verbrauch entlang Pfad

Formal: Geg. zwei Tradeoff-Funktionen c_1 und c_2, berechne

$$(c_1 \oplus c_2)(\tau) := \min_{\Delta} c_1(\Delta) + c_2(\tau - \Delta)$$

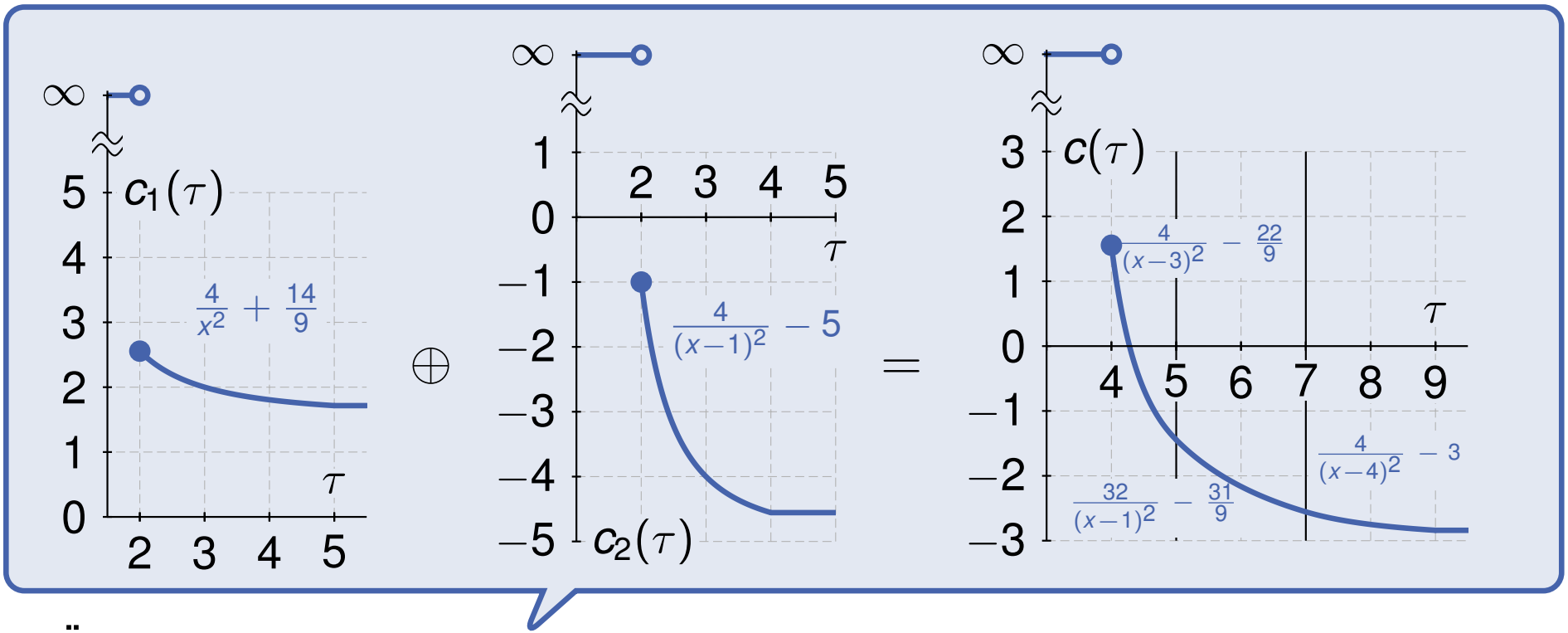
- Stückweise linear
- Konvex
- Linearzeit-Algorithmus



Ähnlich für das realistische Modell

Linken von Tradeoff-Funktionen

Ziel: Minimaler Verbrauch entlang Pfad



Ähnlich für das realistische Modell

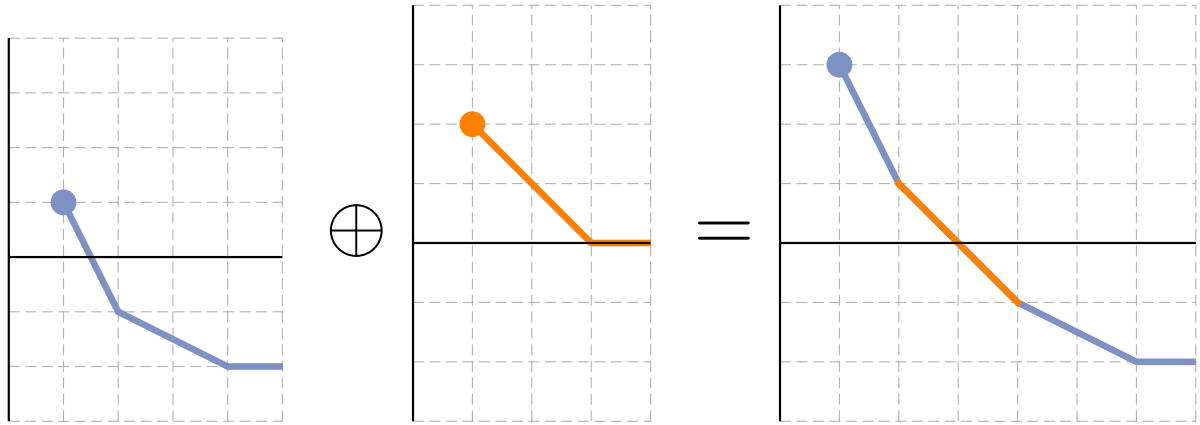
Linken von Tradeoff-Funktionen

Ziel: Minimaler Verbrauch entlang Pfad

Formal: Geg. zwei Tradeoff-Funktionen c_1 und c_2, berechne

$$(c_1 \oplus c_2)(\tau) := \min_{\Delta} c_1(\Delta) + c_2(\tau - \Delta)$$

- Stückweise linear
- Konvex
- Linearzeit-Algorithmus



Ähnlich für das realistische Modell

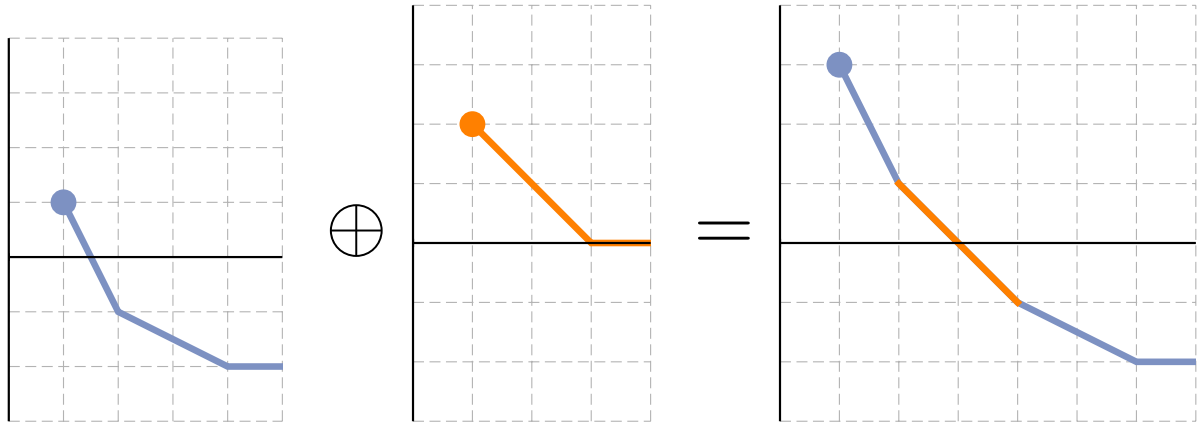
Linken von Tradeoff-Funktionen

Ziel: Minimaler Verbrauch entlang Pfad

Formal: Geg. zwei Tradeoff-Funktionen c_1 und c_2, berechne

$$(c_1 \oplus c_2)(\tau) := \min_{\Delta} c_1(\Delta) + c_2(\tau - \Delta)$$

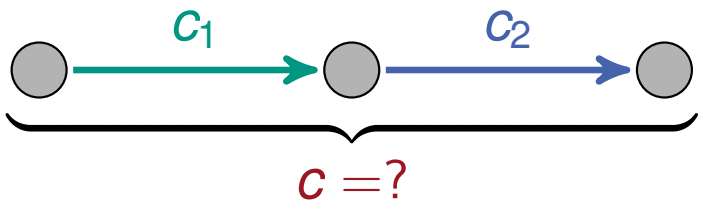
- Stückweise linear
- Konvex
- Linearzeit-Algorithmus

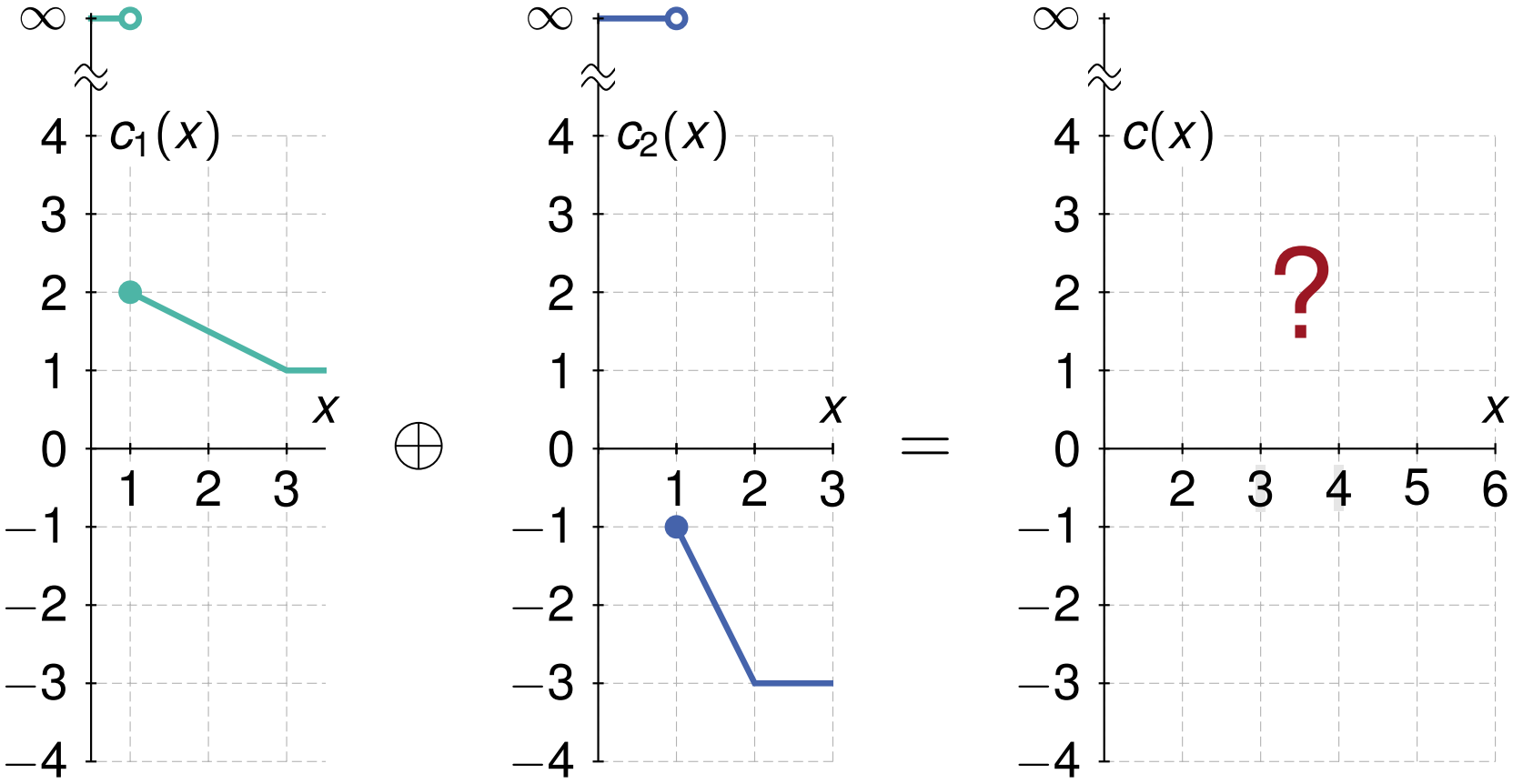


Ähnlich für das realistische Modell

Aber: Battery Constraints nicht berücksichtigt

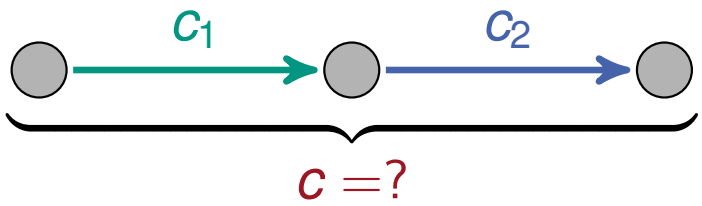
Battery Constraints

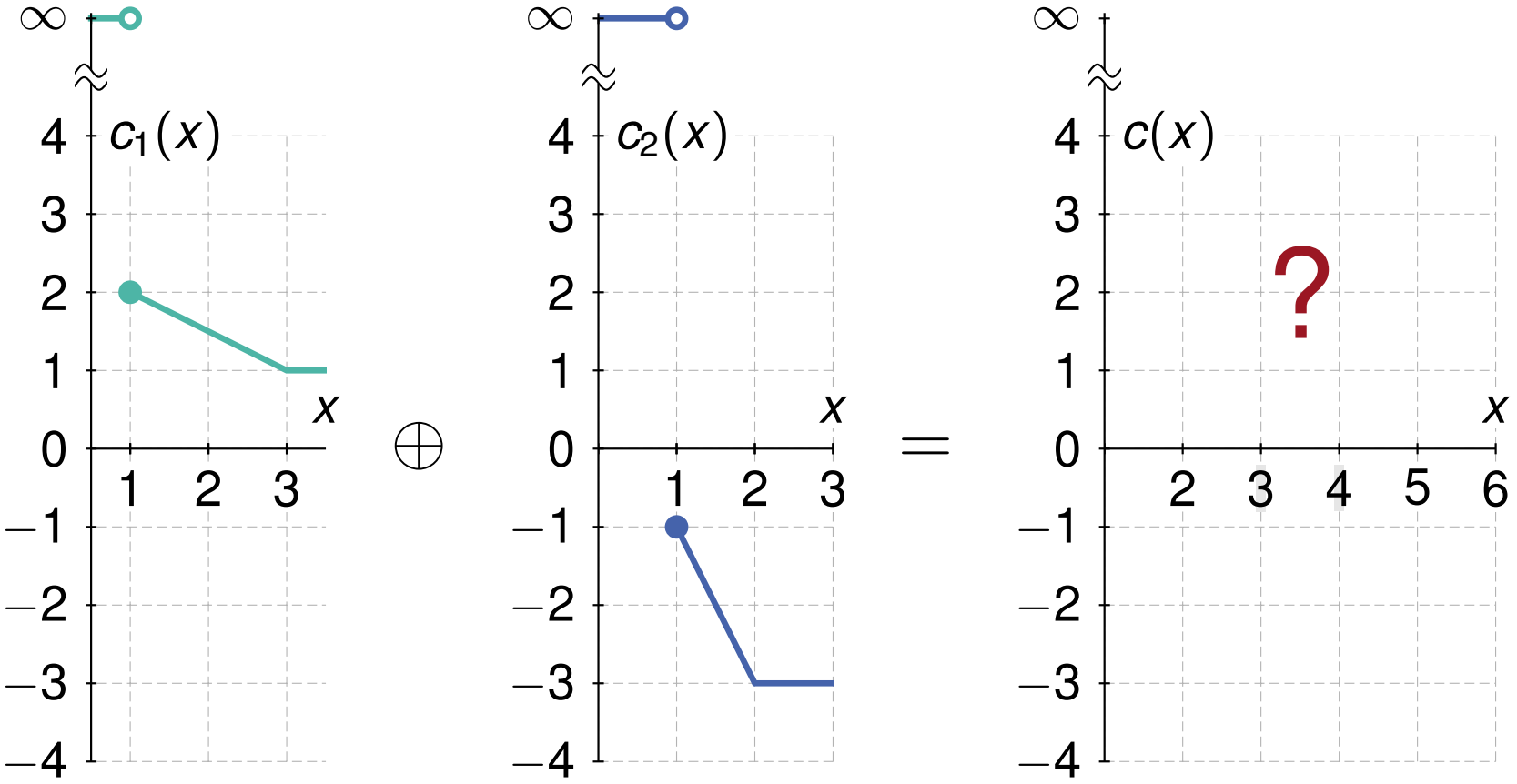




Battery Constraints

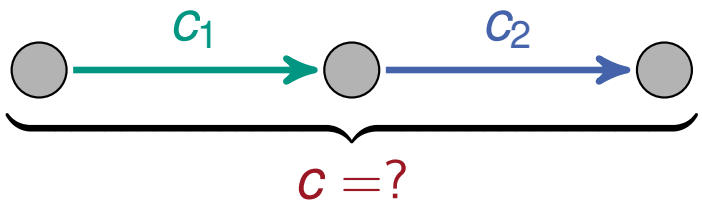
Min. state of charge: 0
Max. state of charge: 4
Initial state of charge: 1.5

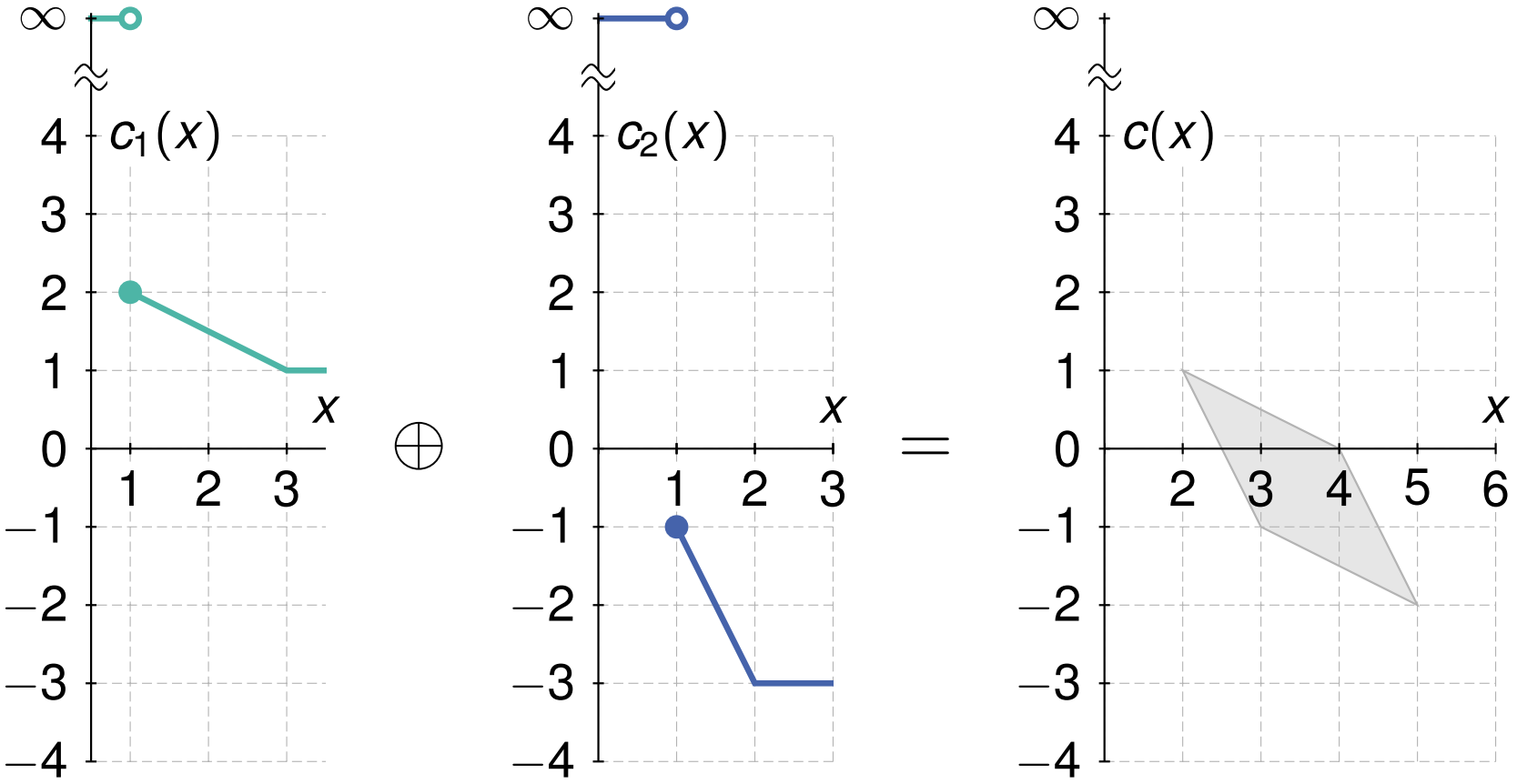




Battery Constraints

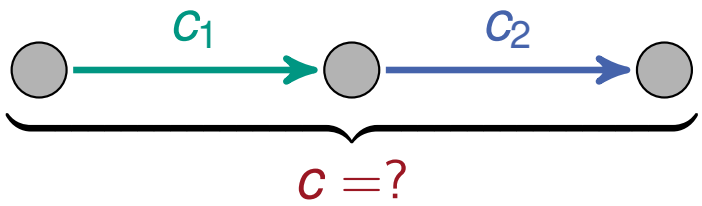
Min. state of charge: 0
Max. state of charge: 4
Initial state of charge: 1.5

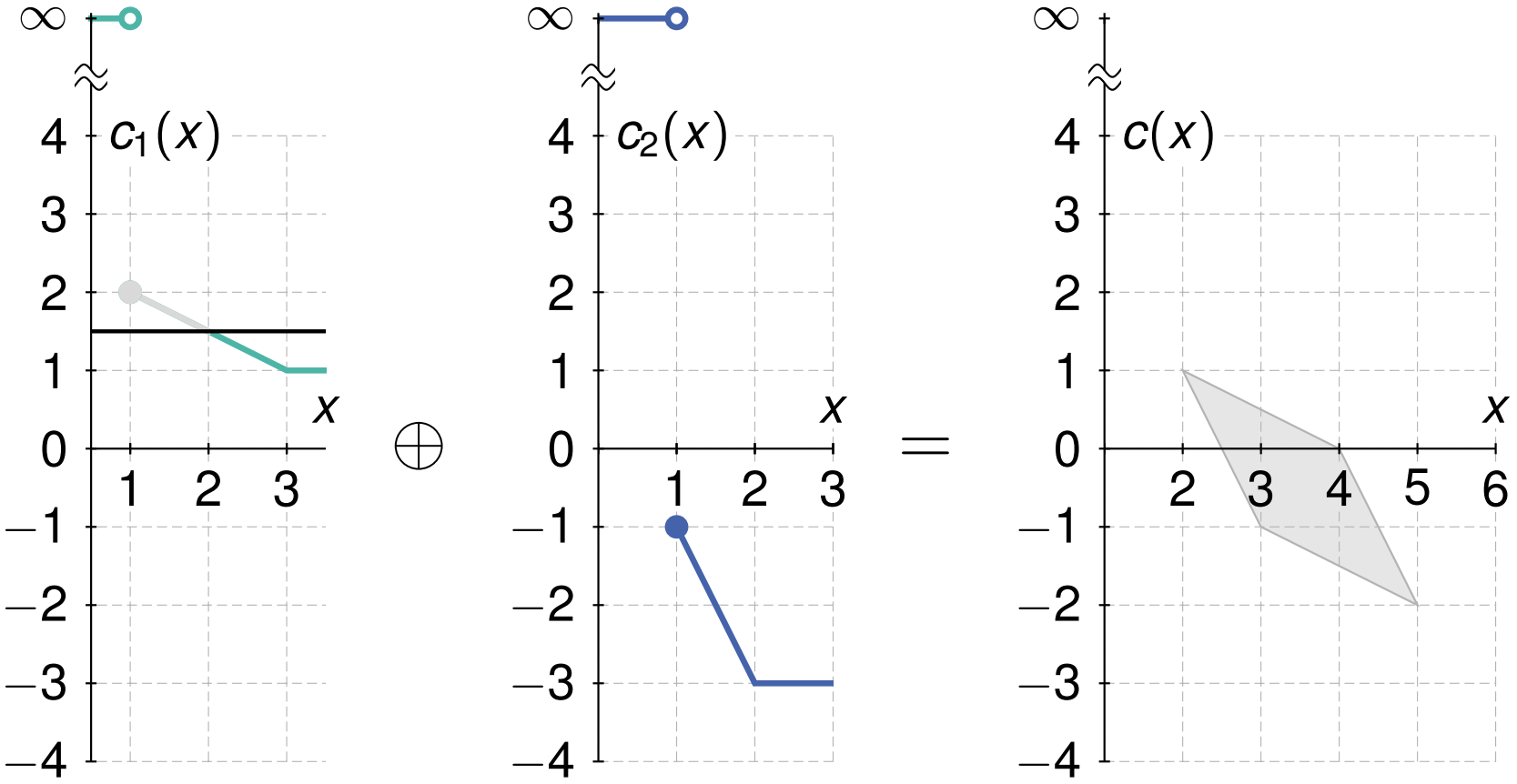




Battery Constraints

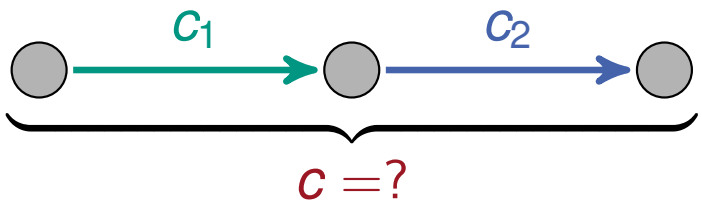
Min. state of charge: 0
Max. state of charge: 4
Initial state of charge: 1.5

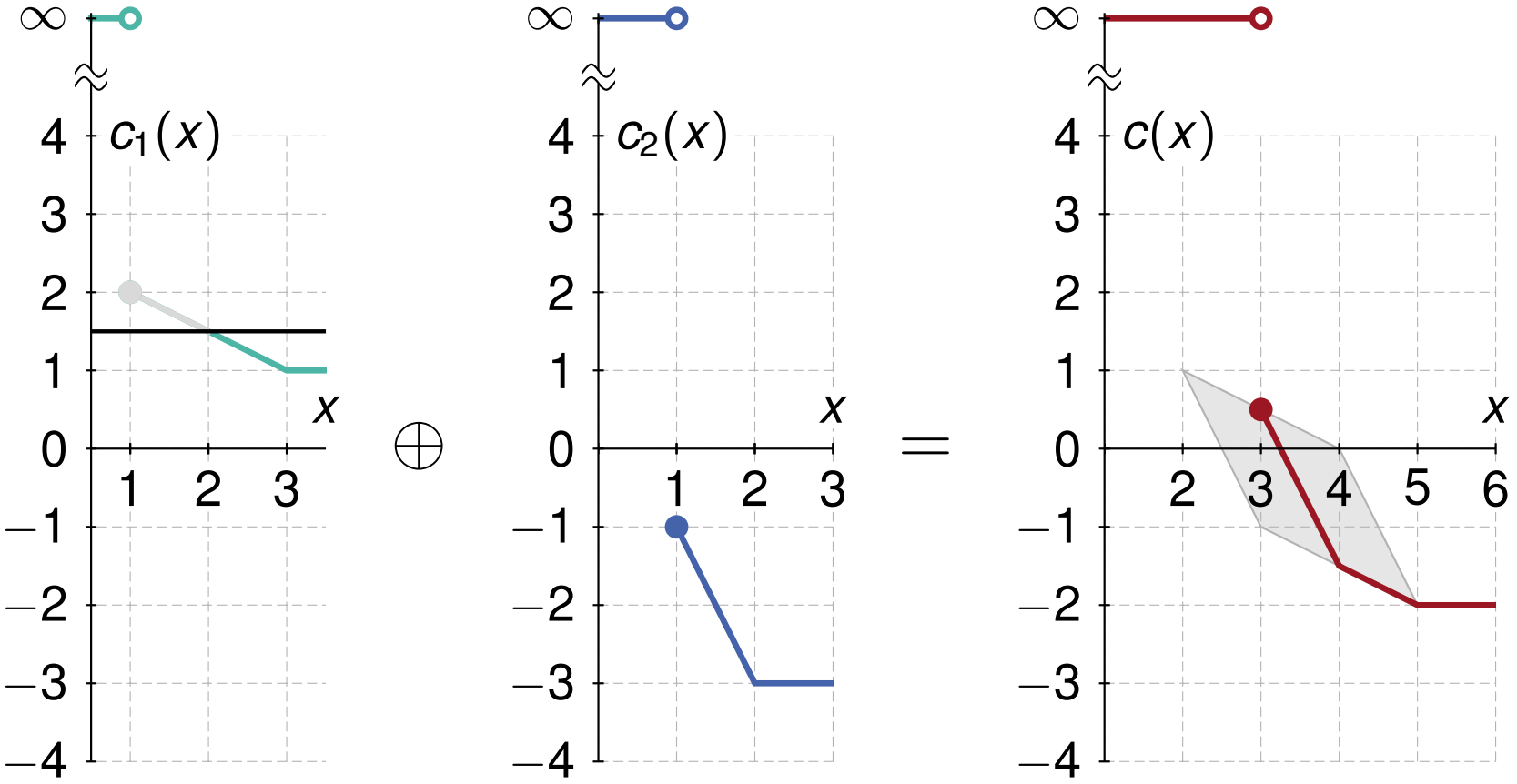




Battery Constraints

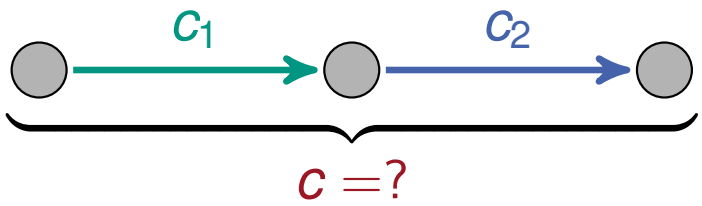
Min. state of charge: 0
Max. state of charge: 4
Initial state of charge: 1.5

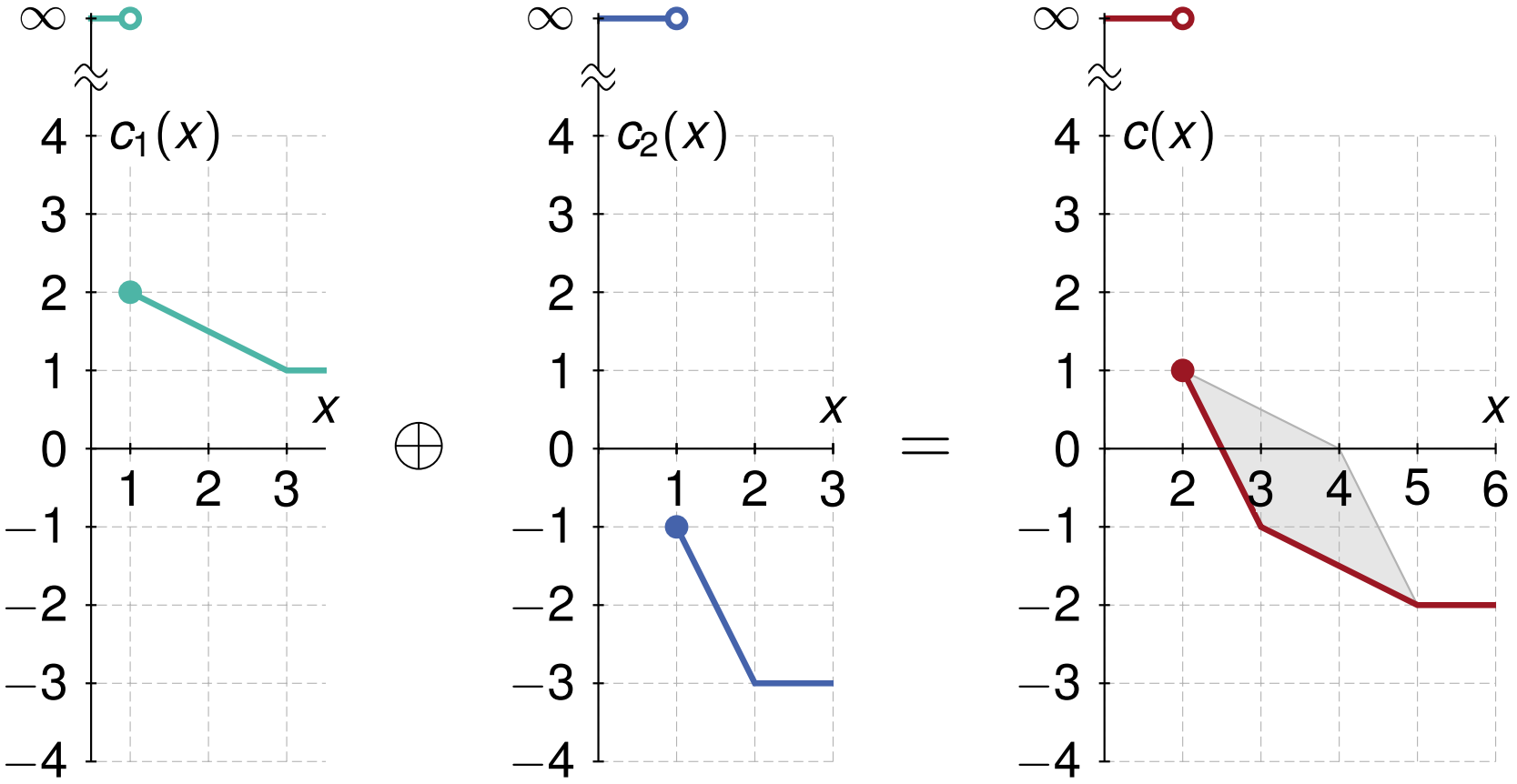




Battery Constraints

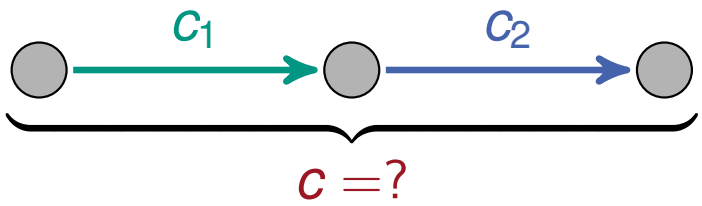
Min. state of charge: 0
Max. state of charge: 4
Initial state of charge: 4

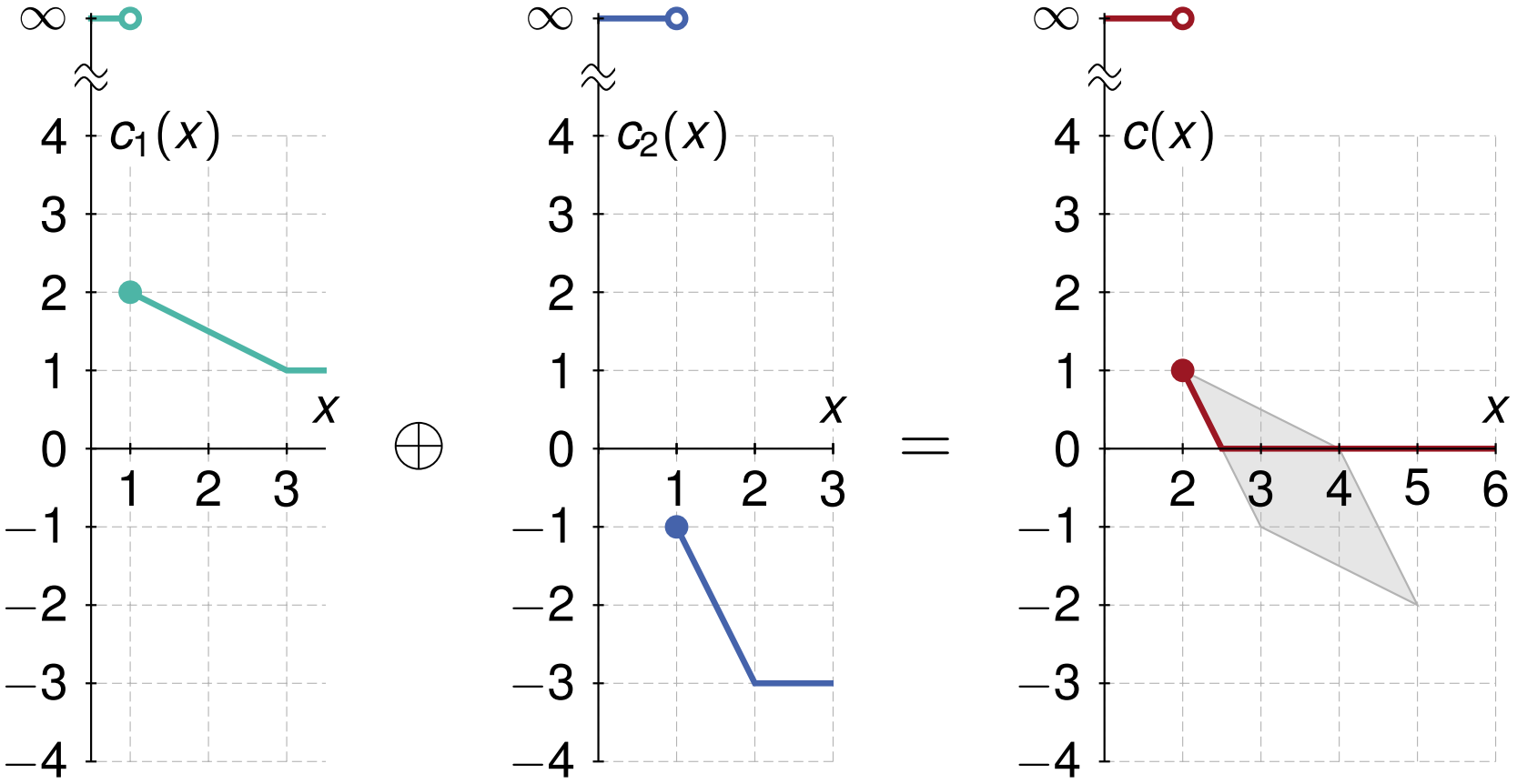




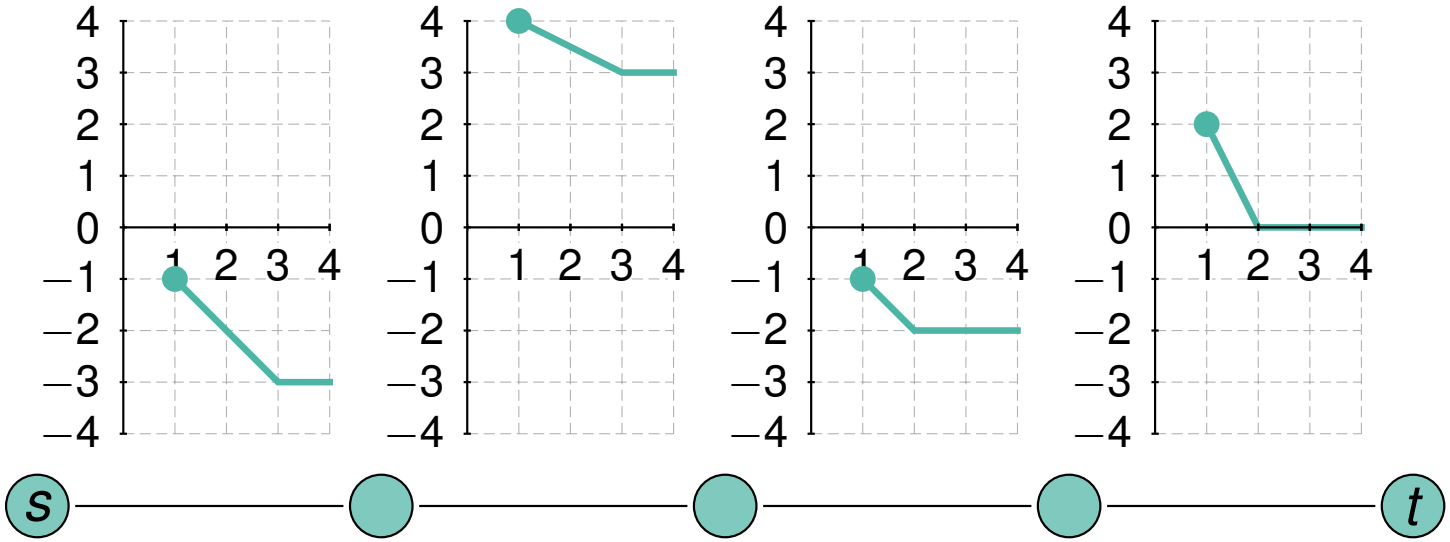
Battery Constraints

Min. state of charge: 0
Max. state of charge: 4
Initial state of charge: 4



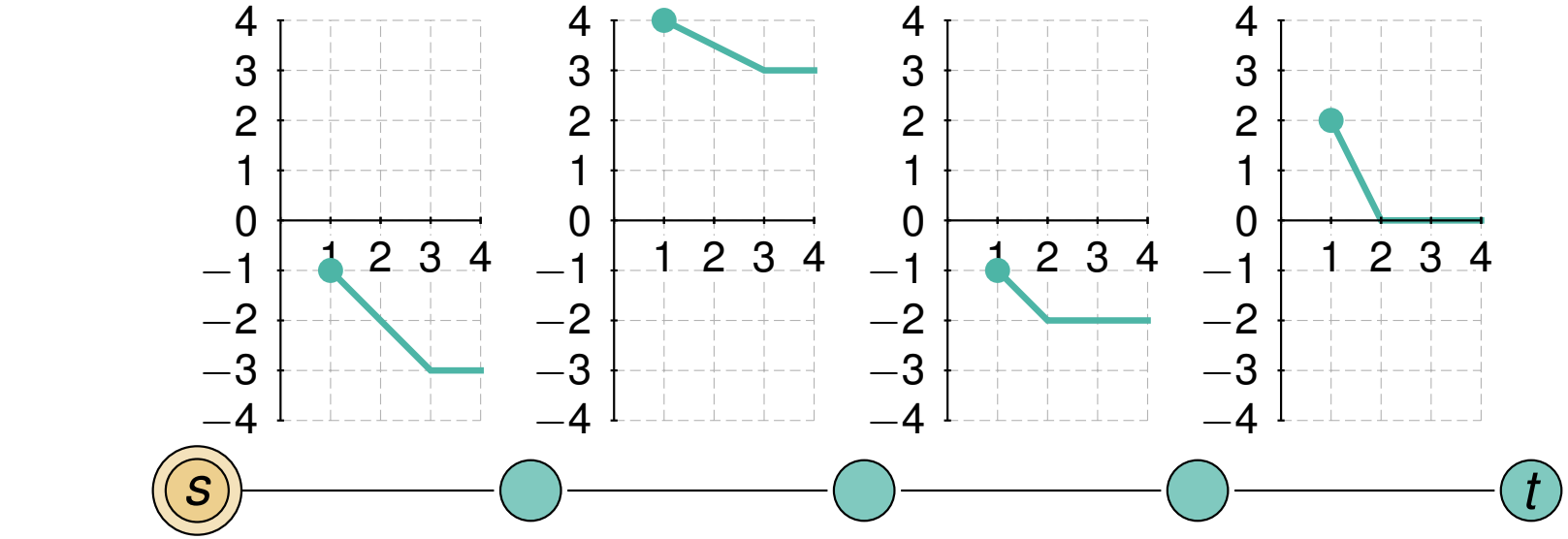


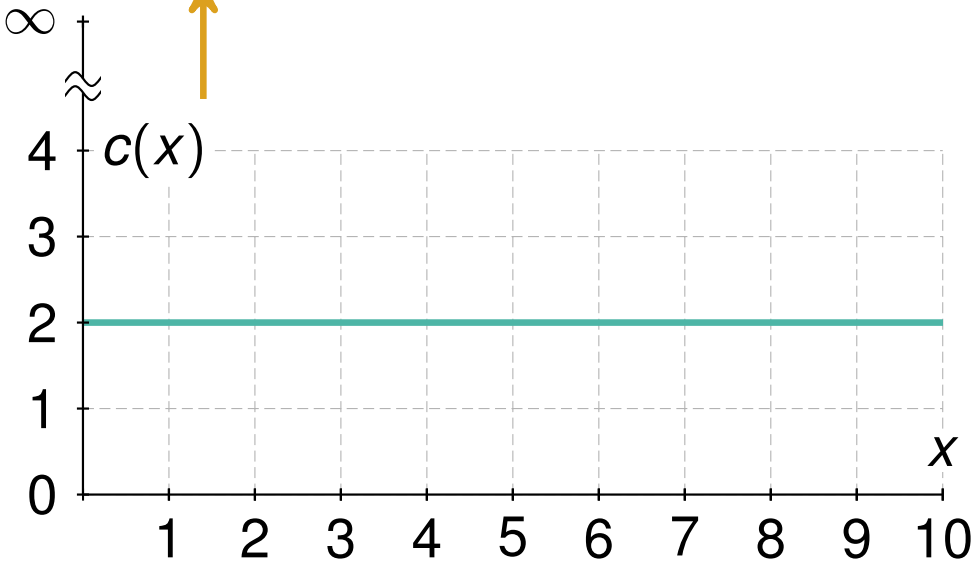
Tradeoff Function Propagation (TFP)



1. Initialize $c \equiv$ max. $-$ init. SoC
2. Traverse edges:
   - Link functions ($\oplus$)
   - Apply battery constraints

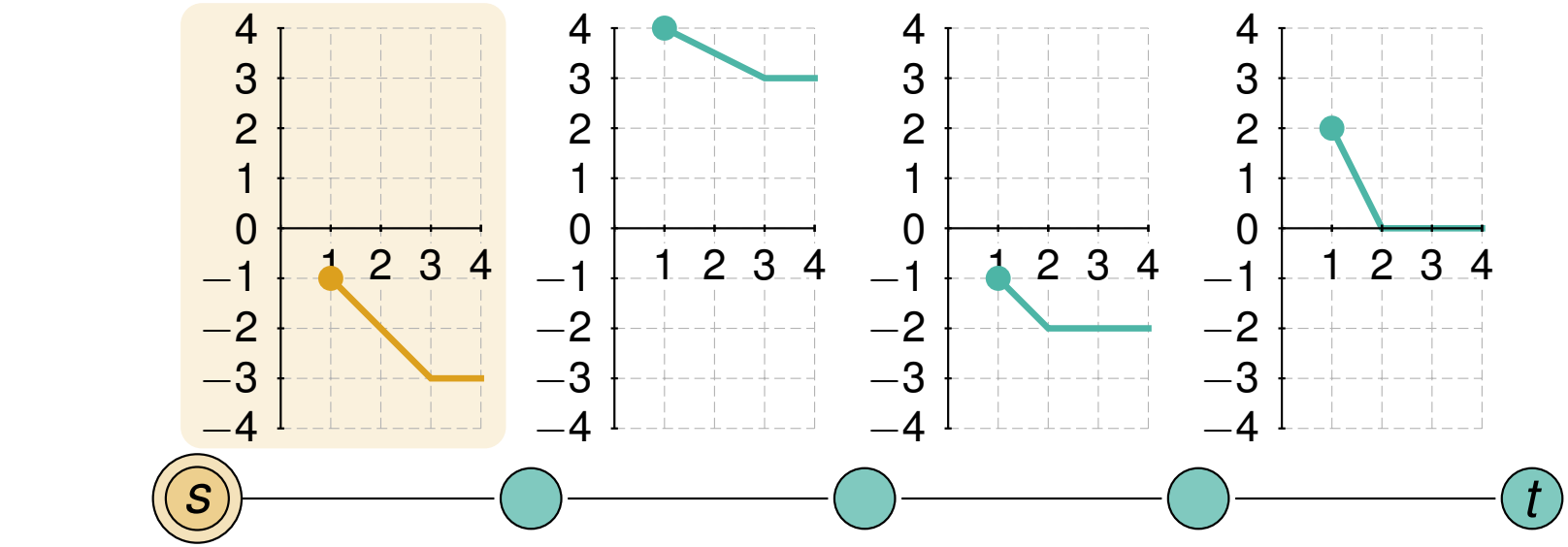
Tradeoff Function Propagation (TFP)

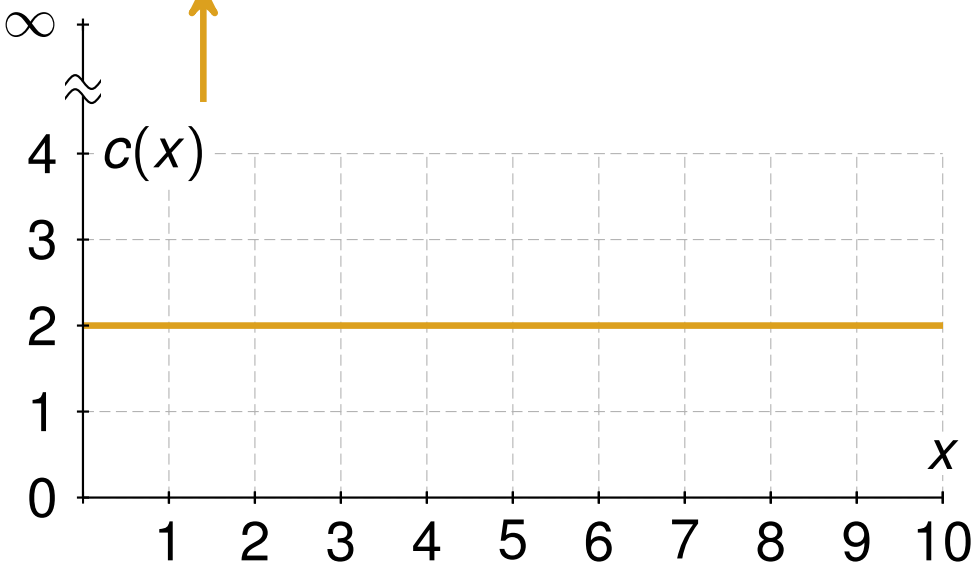




1. Initialize $c \equiv$ max. − init. SoC
2. Traverse edges:
   - Link functions ($\oplus$)
   - Apply battery constraints

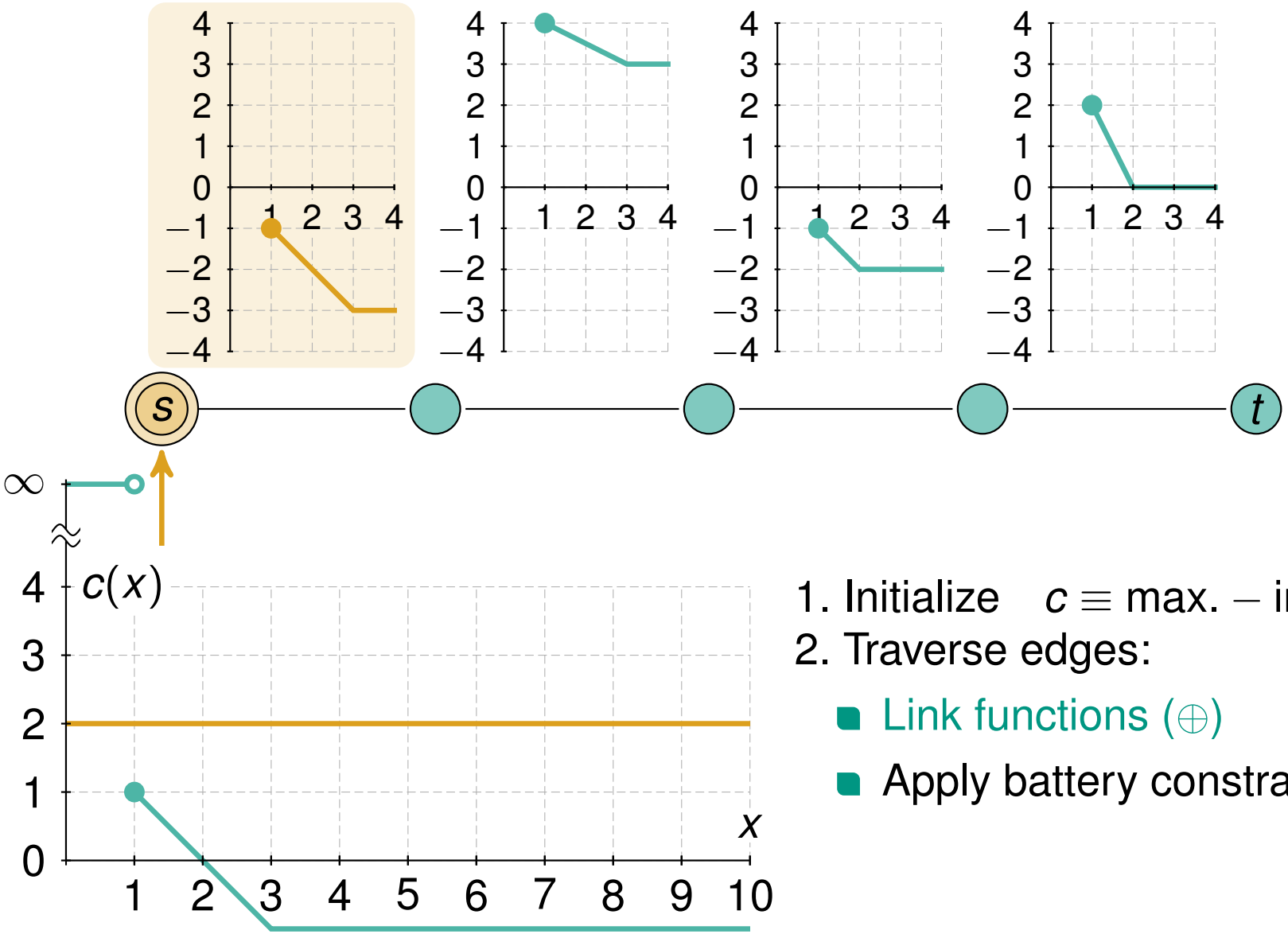
Tradeoff Function Propagation (TFP)





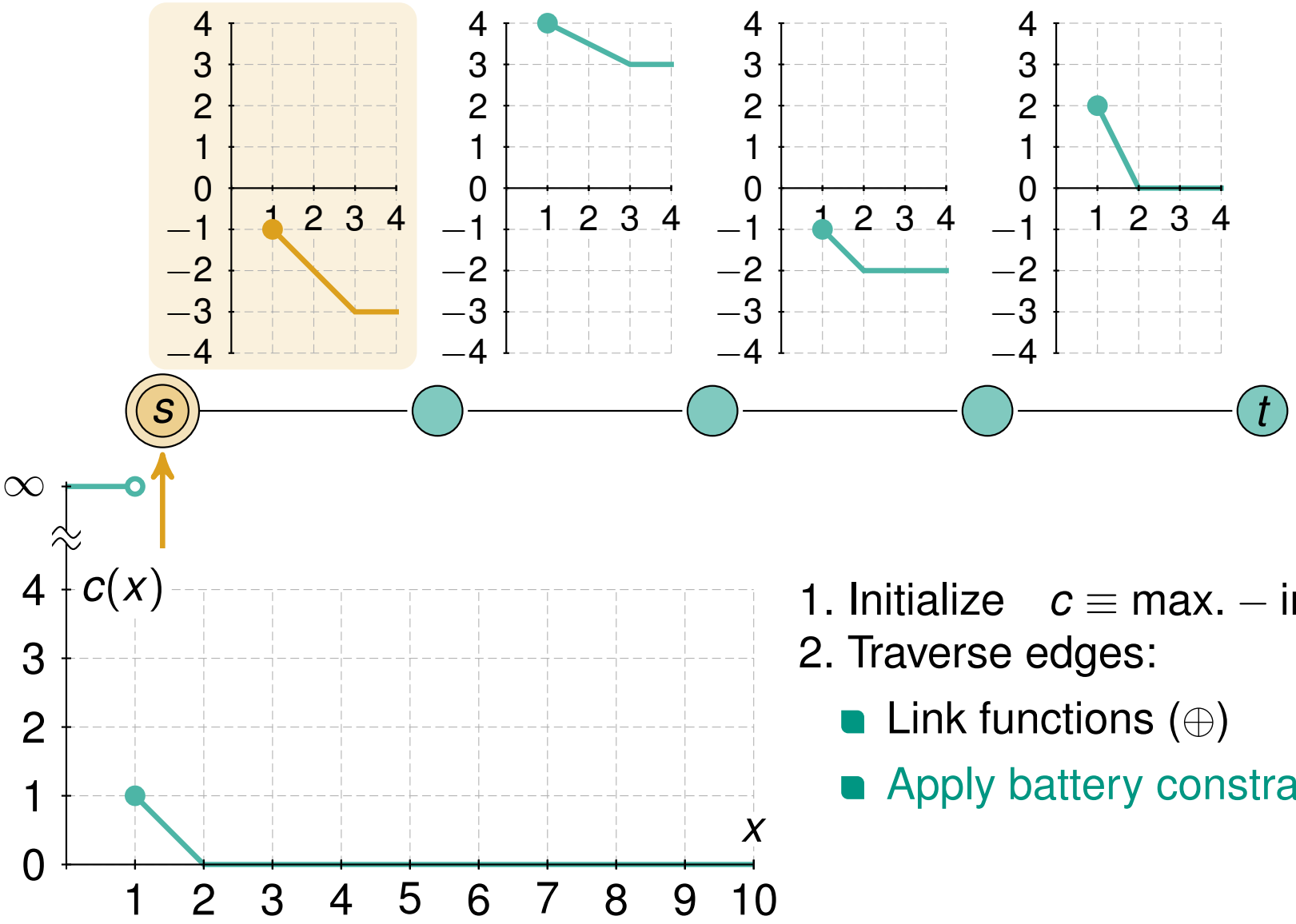
1. Initialize $c \equiv$ max. $-$ init. SoC
2. Traverse edges:
   - Link functions ($\oplus$)
   - Apply battery constraints

Tradeoff Function Propagation (TFP)



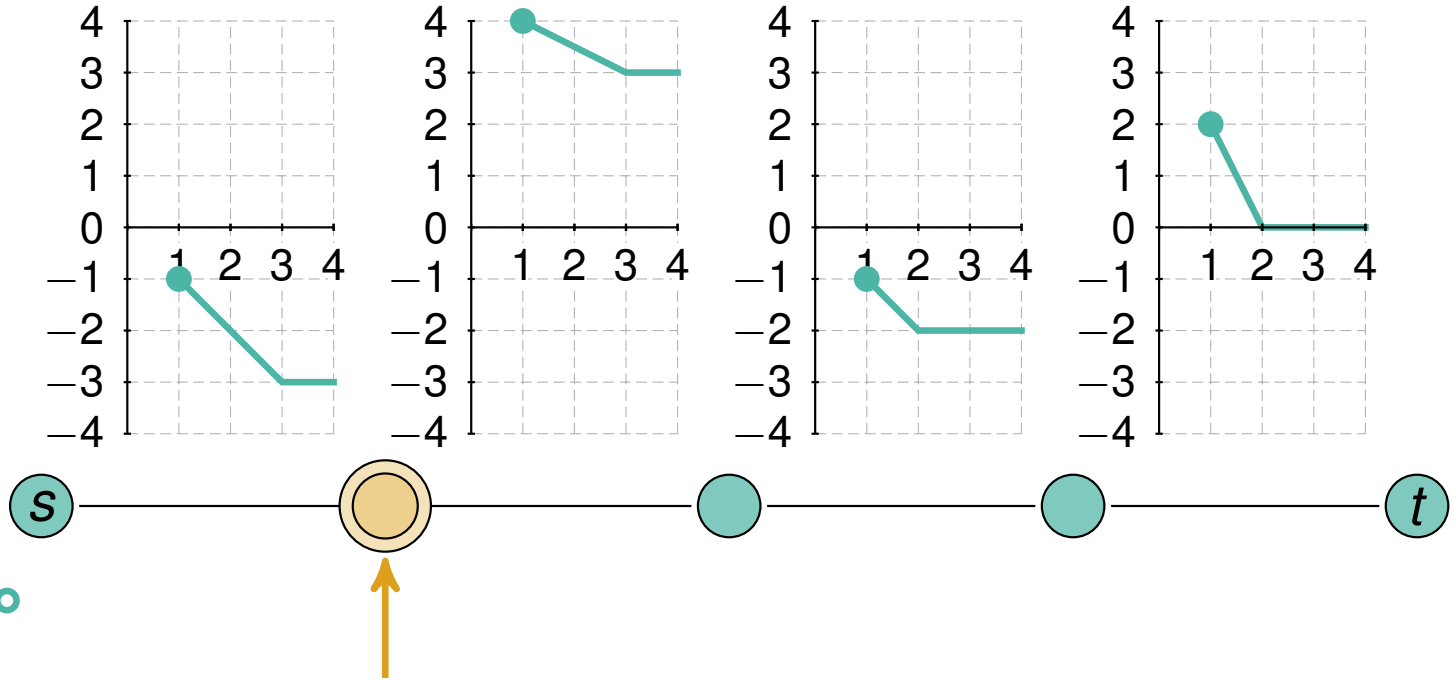
1. Initialize $c \equiv$ max. $-$ init. SoC
2. Traverse edges:
   - Link functions ($\oplus$)
   - Apply battery constraints

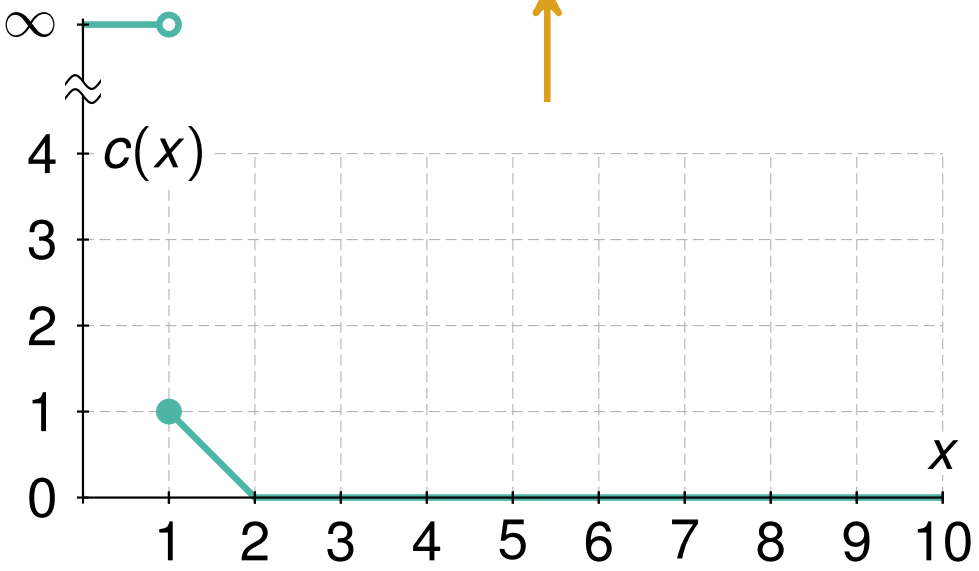
Tradeoff Function Propagation (TFP)



1. Initialize $c \equiv$ max. $-$ init. SoC
2. Traverse edges:
   - Link functions ($\oplus$)
   - Apply battery constraints

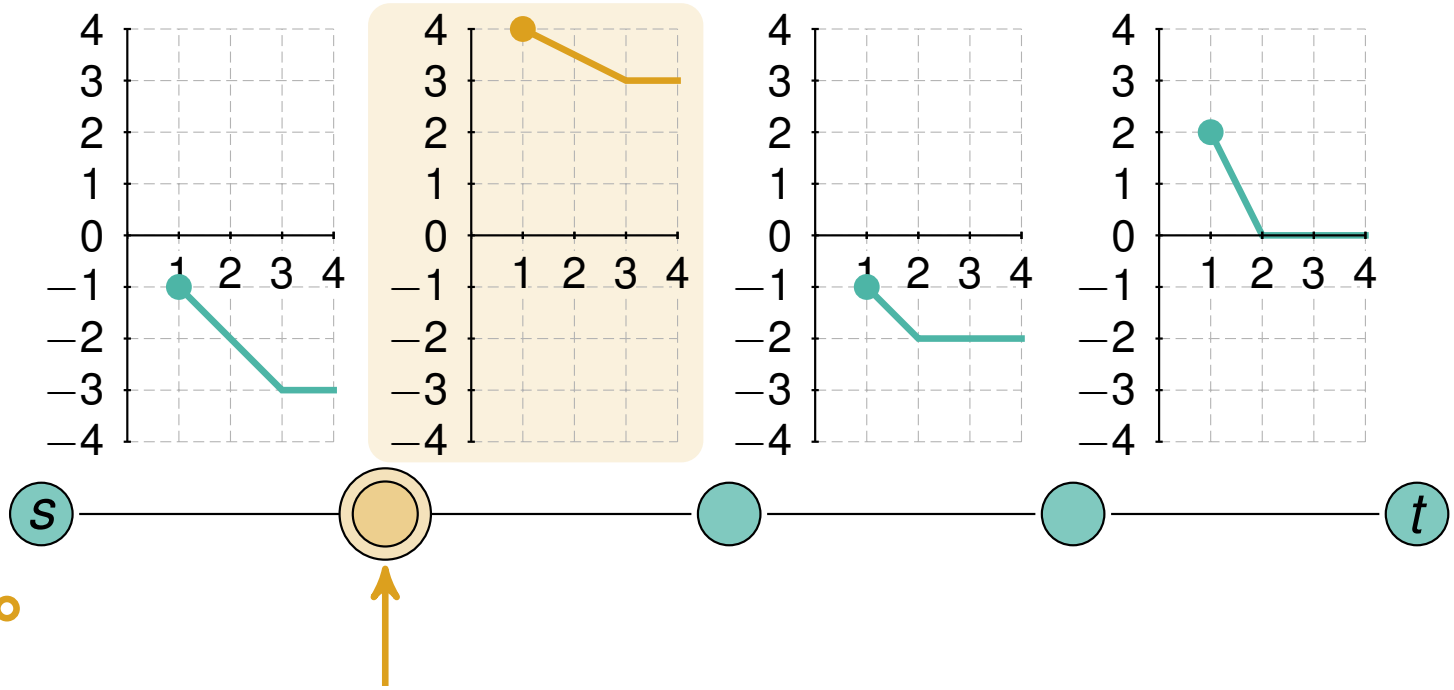
Tradeoff Function Propagation (TFP)

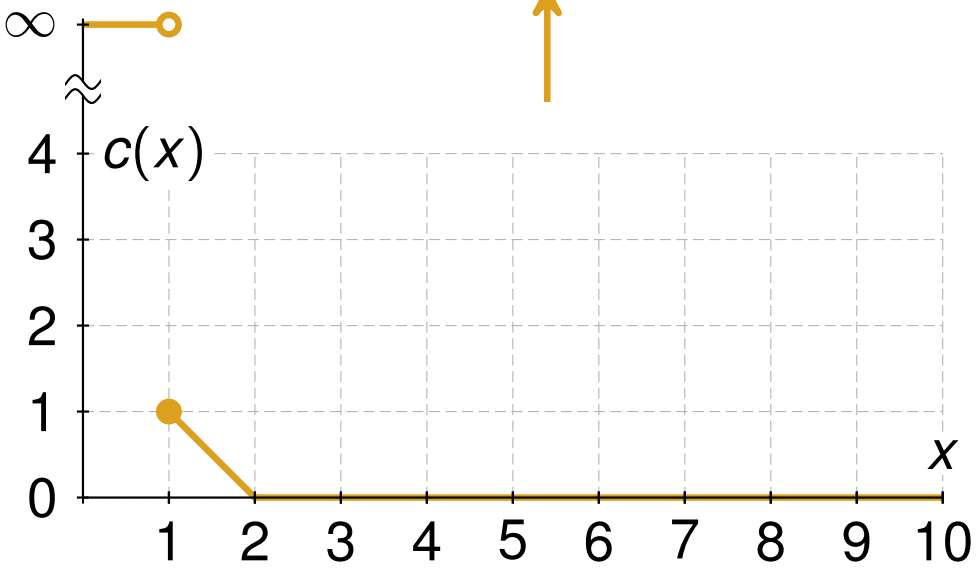




1. Initialize $c \equiv$ max. $-$ init. SoC
2. Traverse edges:
   - Link functions ($\oplus$)
   - Apply battery constraints

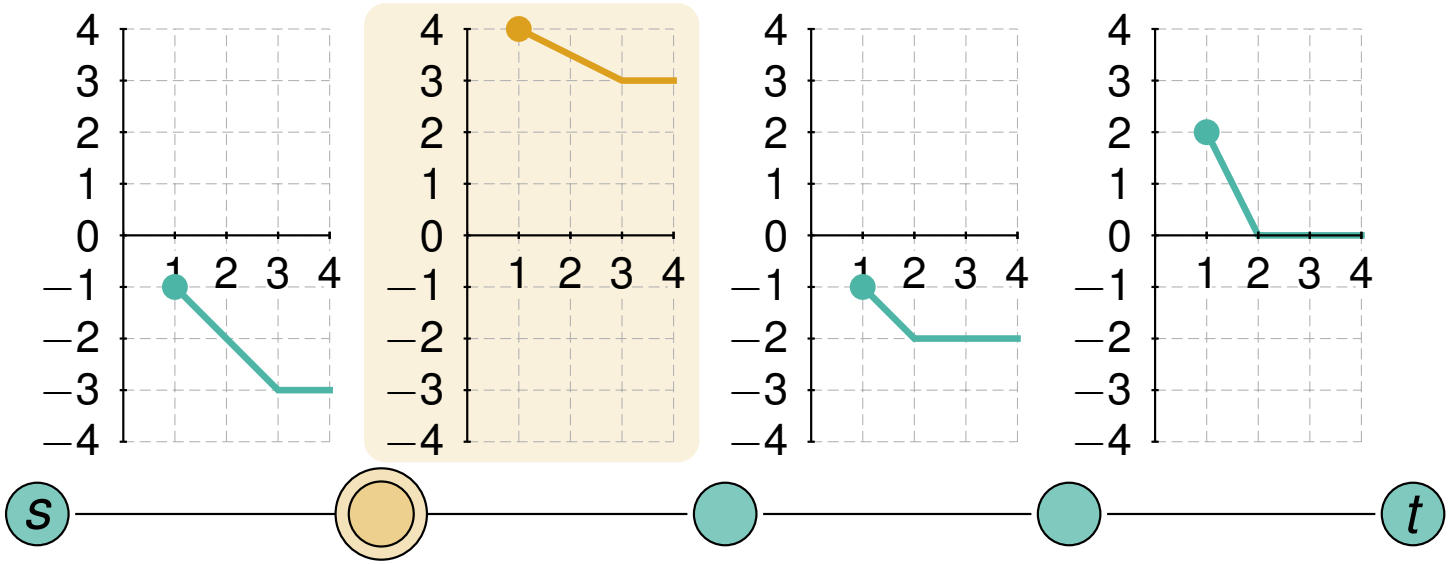
Tradeoff Function Propagation (TFP)

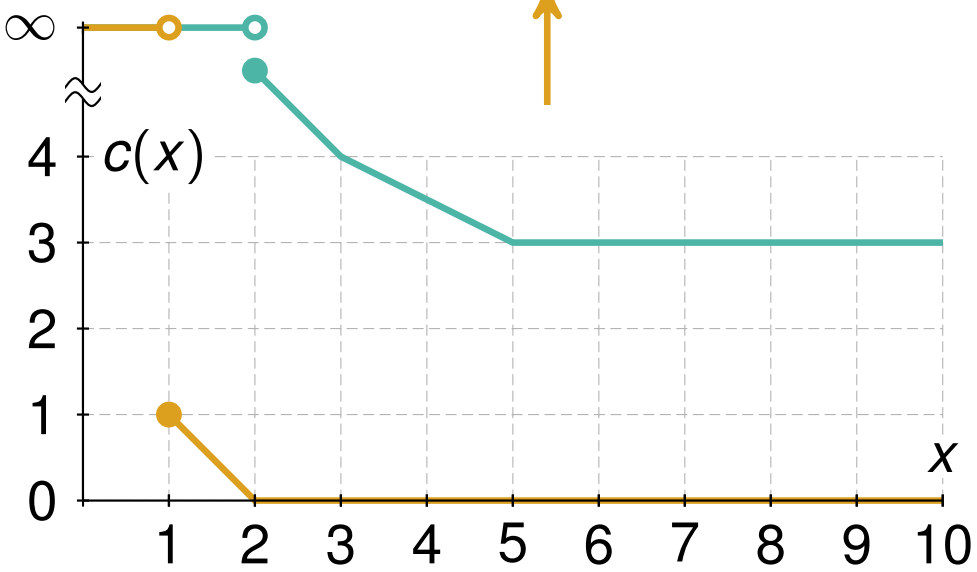




1. Initialize $c \equiv$ max. $-$ init. SoC
2. Traverse edges:
   - Link functions ($\oplus$)
   - Apply battery constraints

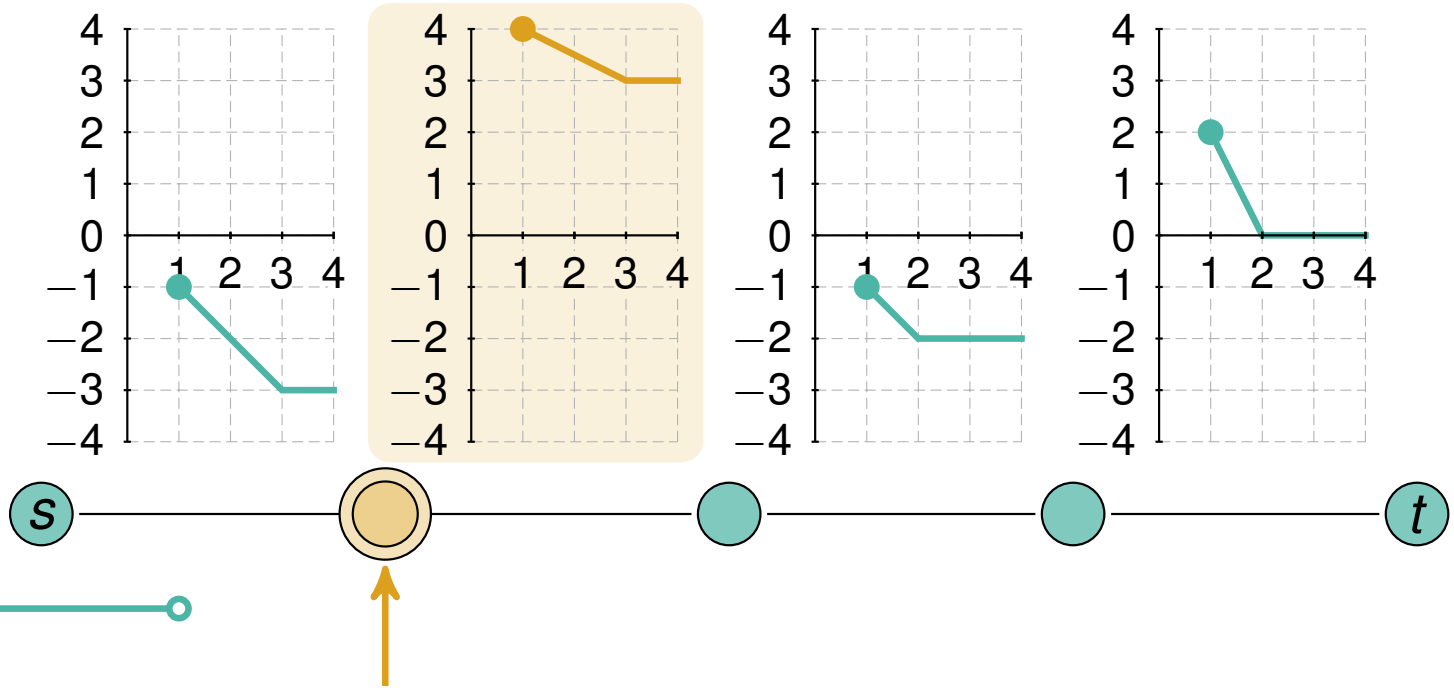
Tradeoff Function Propagation (TFP)

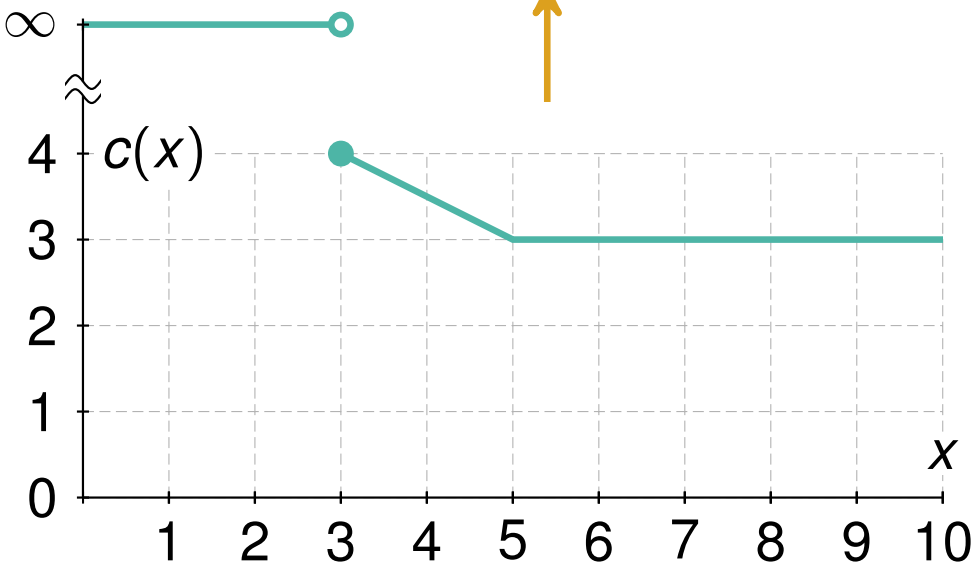




1. Initialize $c \equiv$ max. $-$ init. SoC
2. Traverse edges:
   - Link functions ($\oplus$)
   - Apply battery constraints

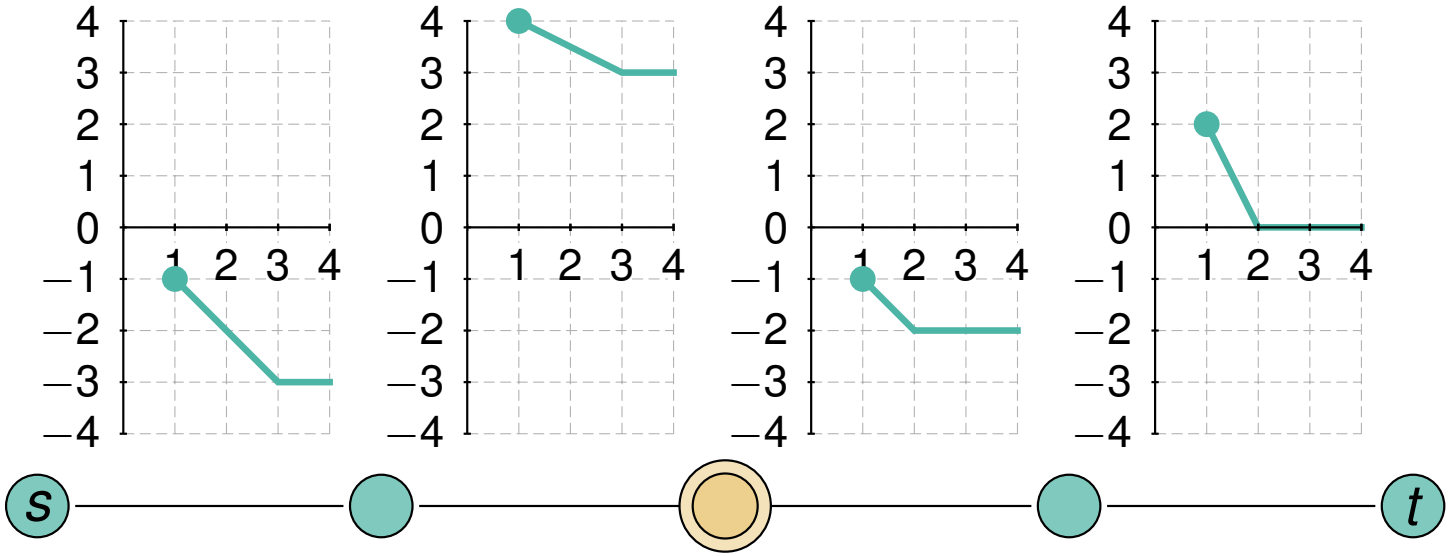
Tradeoff Function Propagation (TFP)

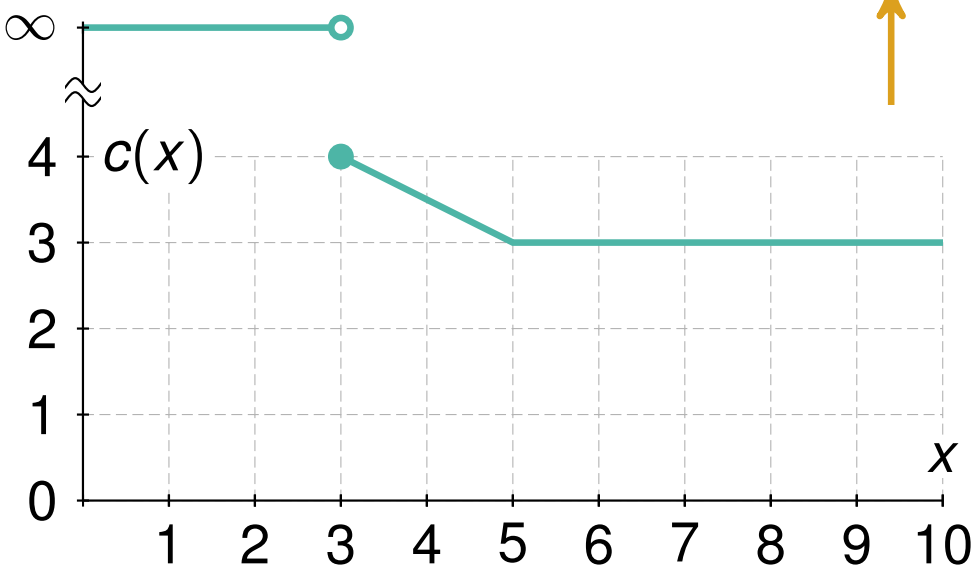




1. Initialize $c \equiv$ max. $-$ init. SoC
2. Traverse edges:
   - Link functions ($\oplus$)
   - Apply battery constraints

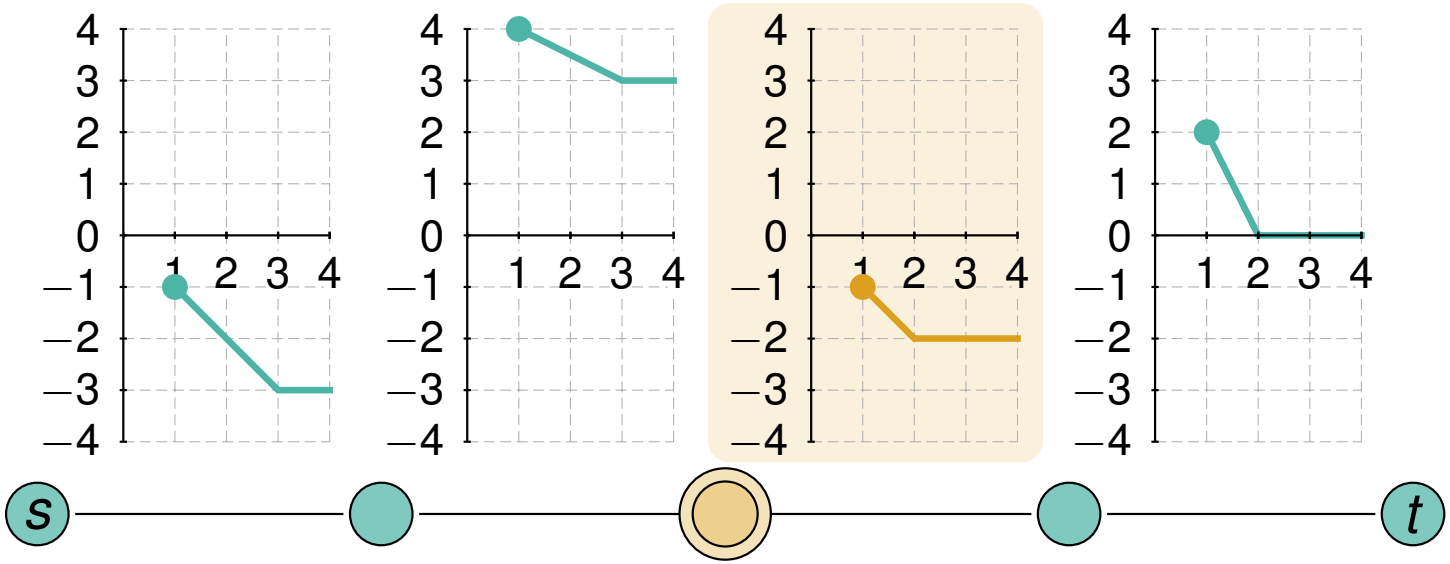
Tradeoff Function Propagation (TFP)

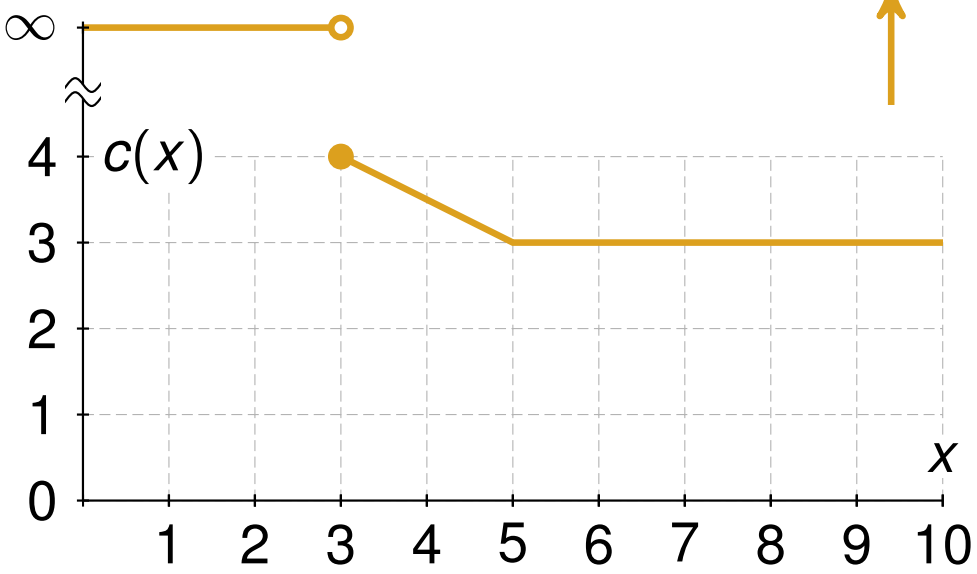




1. Initialize $c \equiv$ max. $-$ init. SoC
2. Traverse edges:
   - Link functions ($\oplus$)
   - Apply battery constraints

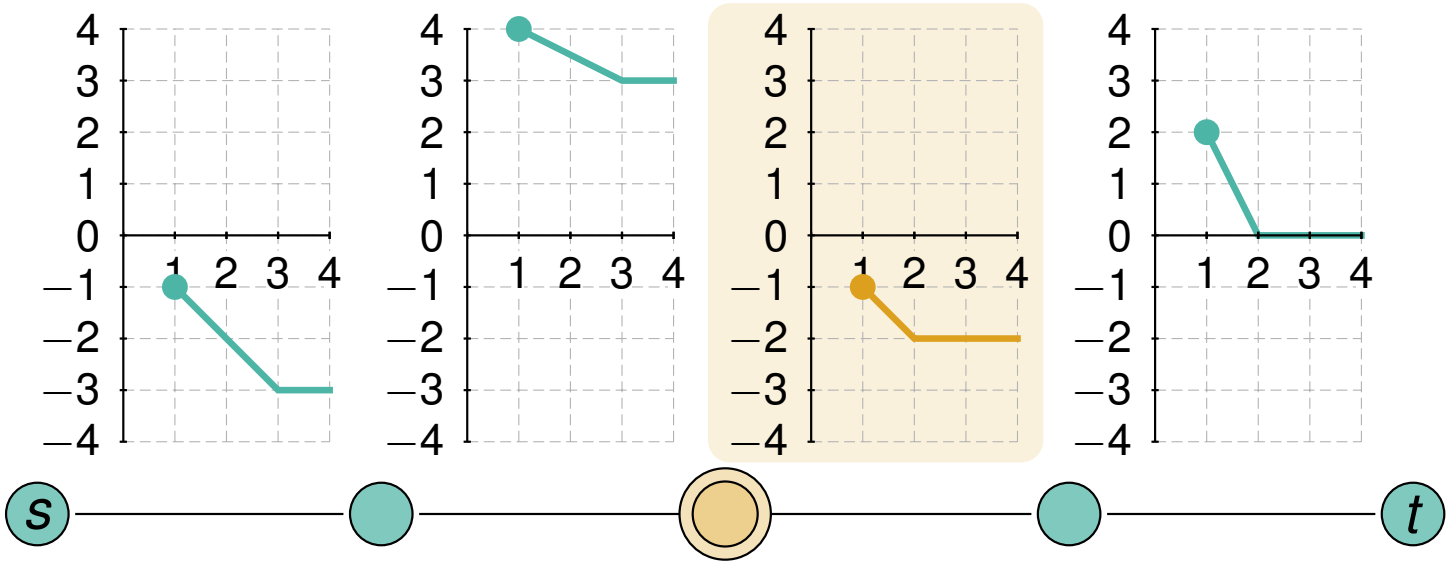
Tradeoff Function Propagation (TFP)

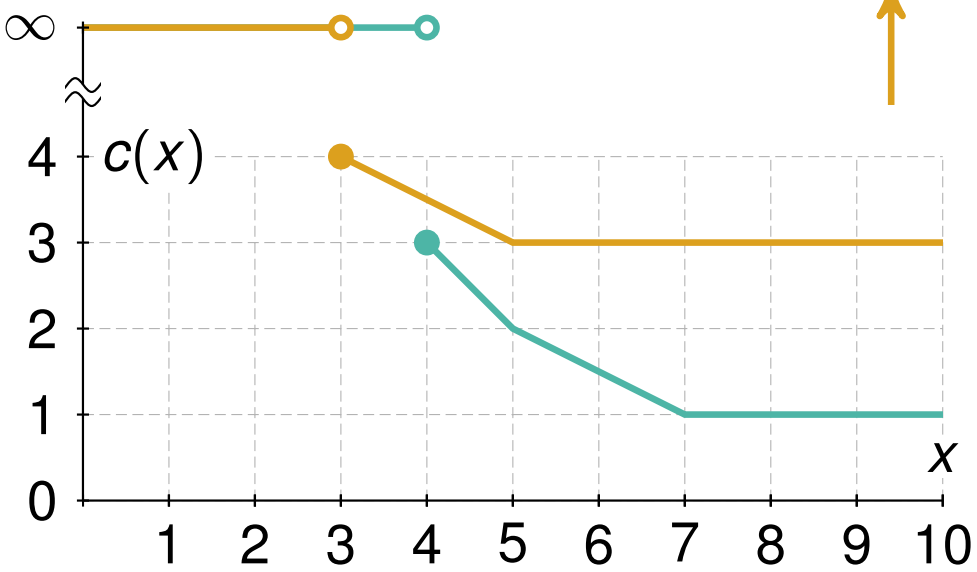




1. Initialize $c \equiv$ max. $-$ init. SoC
2. Traverse edges:
   - Link functions ($\oplus$)
   - Apply battery constraints

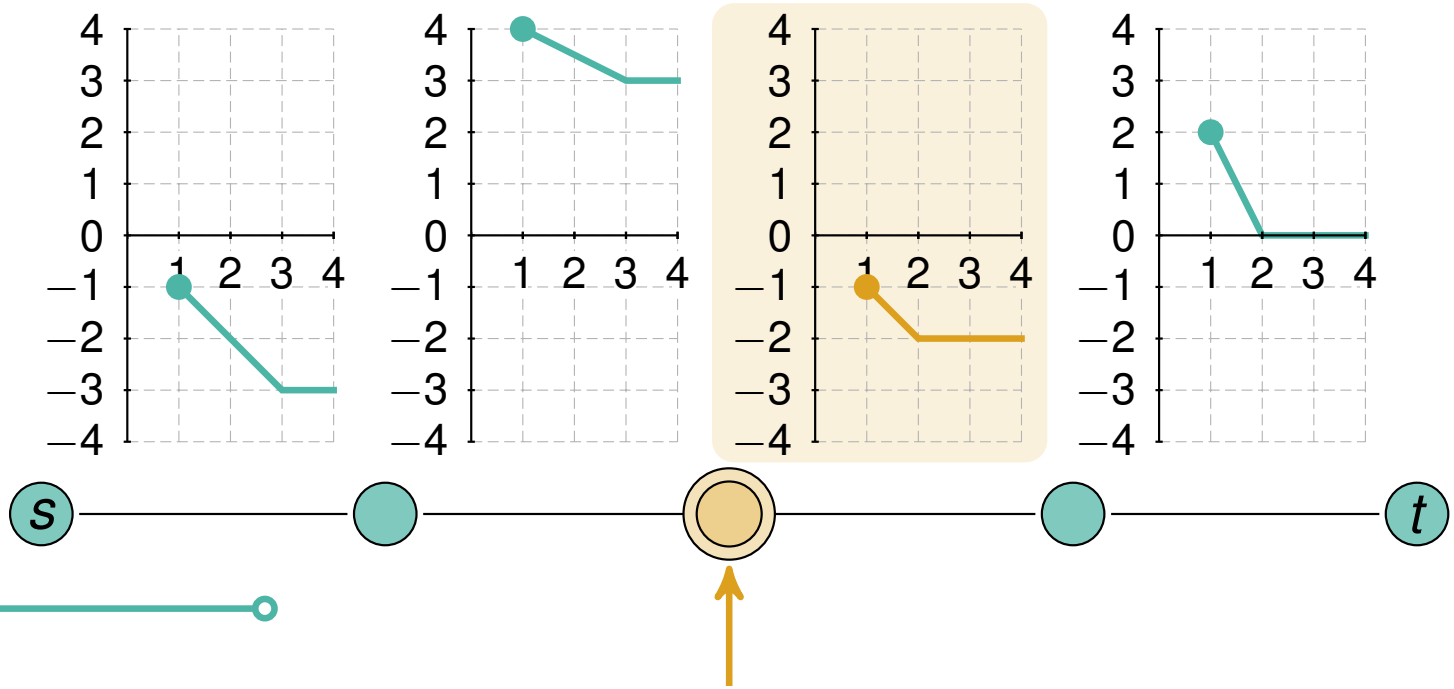
Tradeoff Function Propagation (TFP)

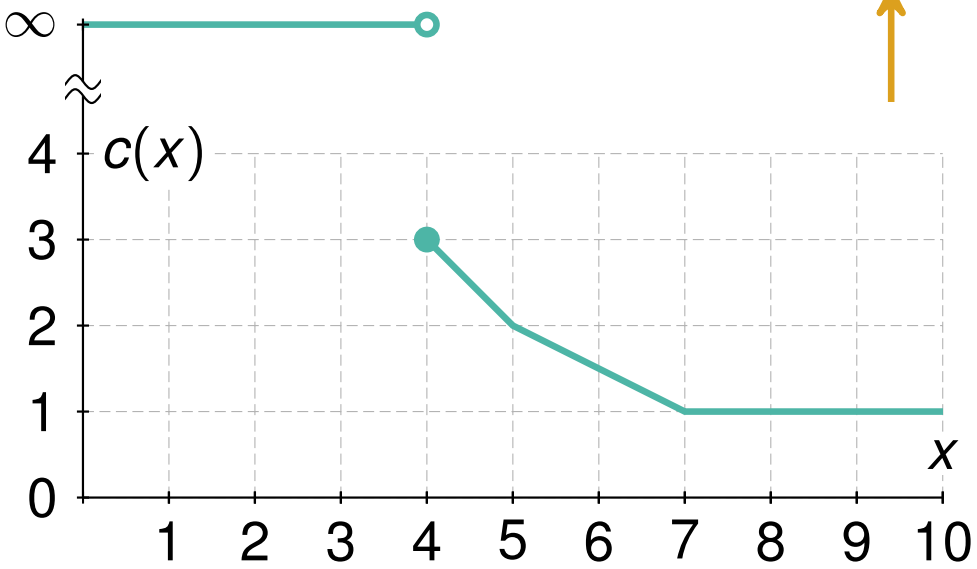




1. Initialize $c \equiv$ max. $-$ init. SoC
2. Traverse edges:
   - Link functions ($\oplus$)
   - Apply battery constraints

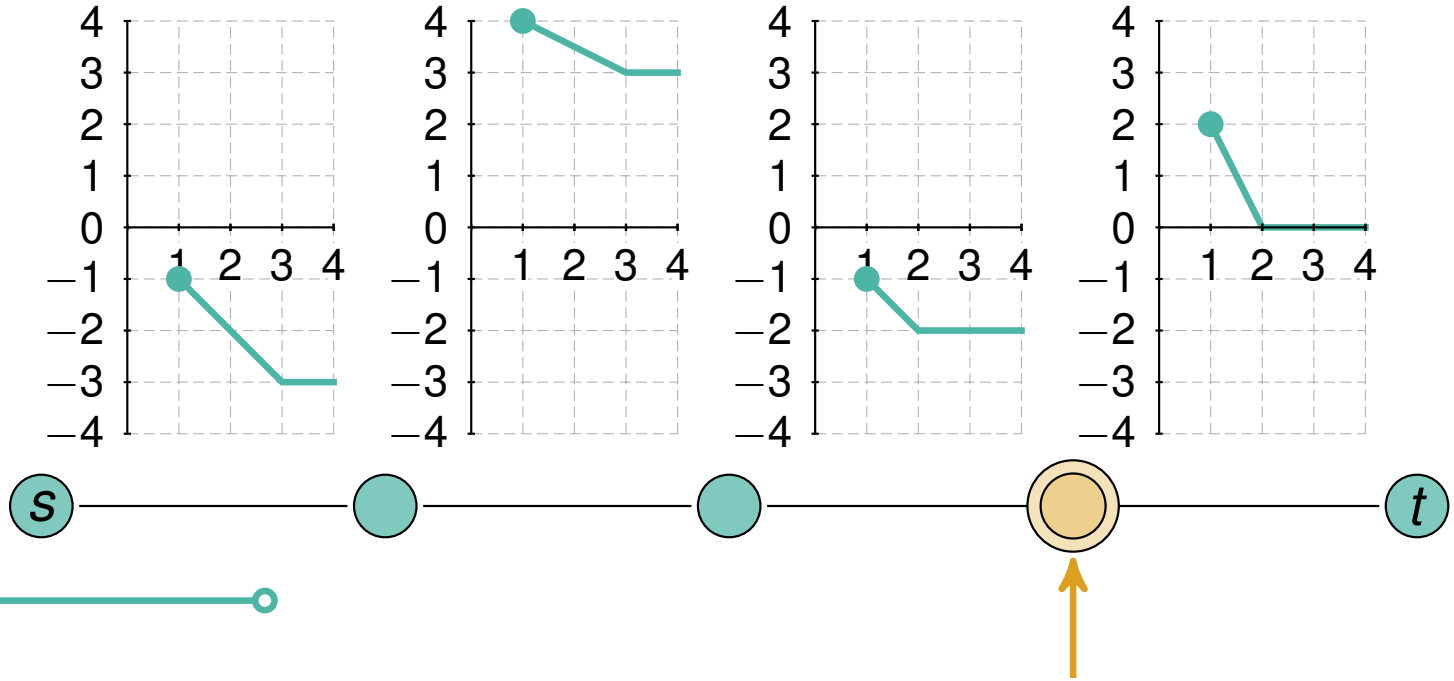
Tradeoff Function Propagation (TFP)

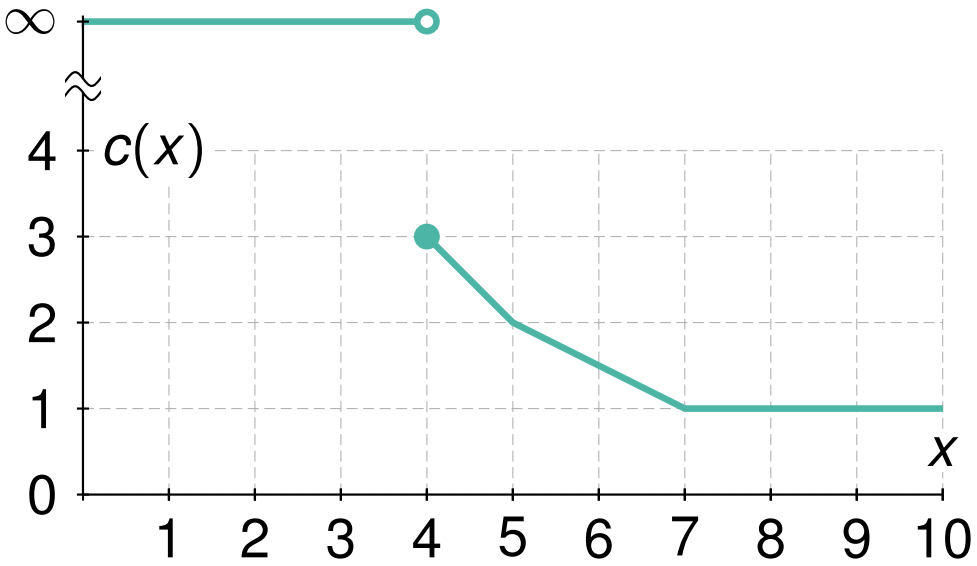




1. Initialize $c \equiv$ max. $-$ init. SoC
2. Traverse edges:
   - Link functions ($\oplus$)
   - Apply battery constraints

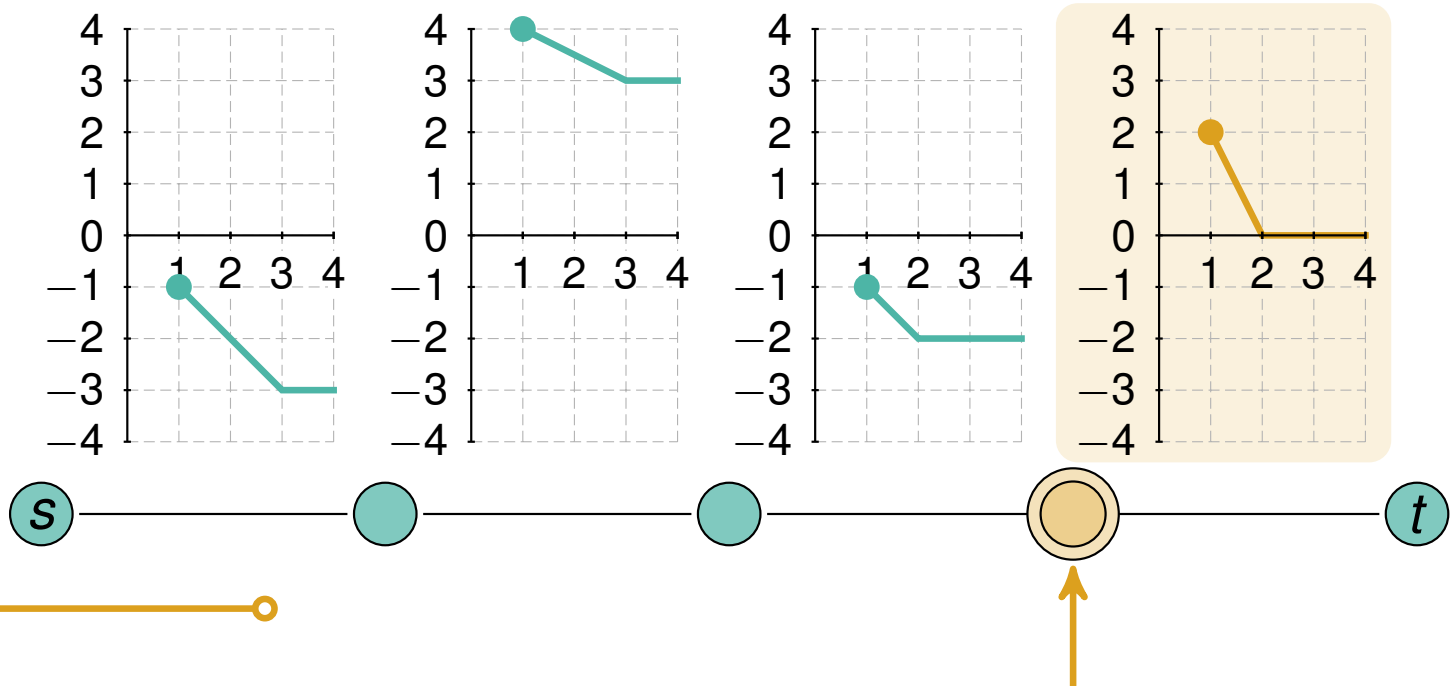
Tradeoff Function Propagation (TFP)

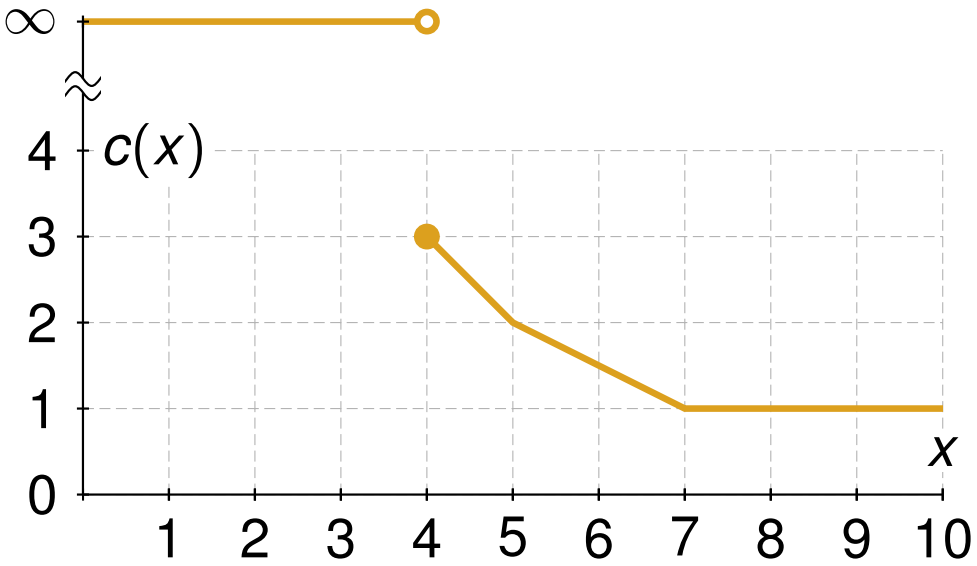




1. Initialize $c \equiv$ max. $-$ init. SoC
2. Traverse edges:
   - Link functions ($\oplus$)
   - Apply battery constraints

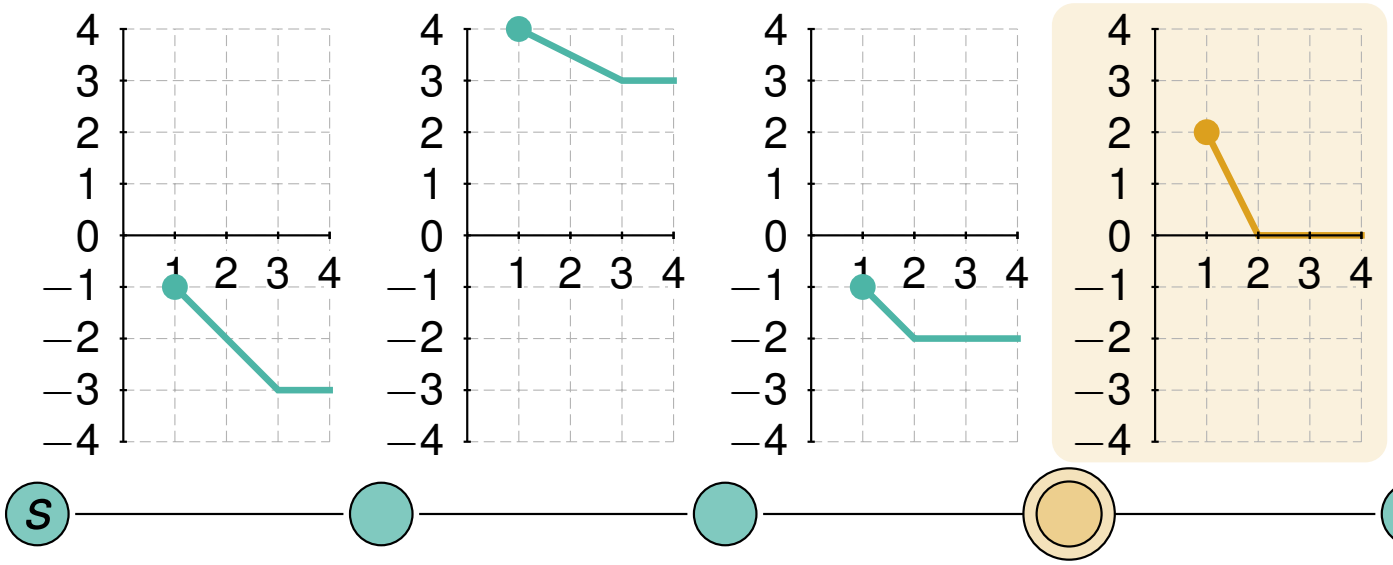
Tradeoff Function Propagation (TFP)

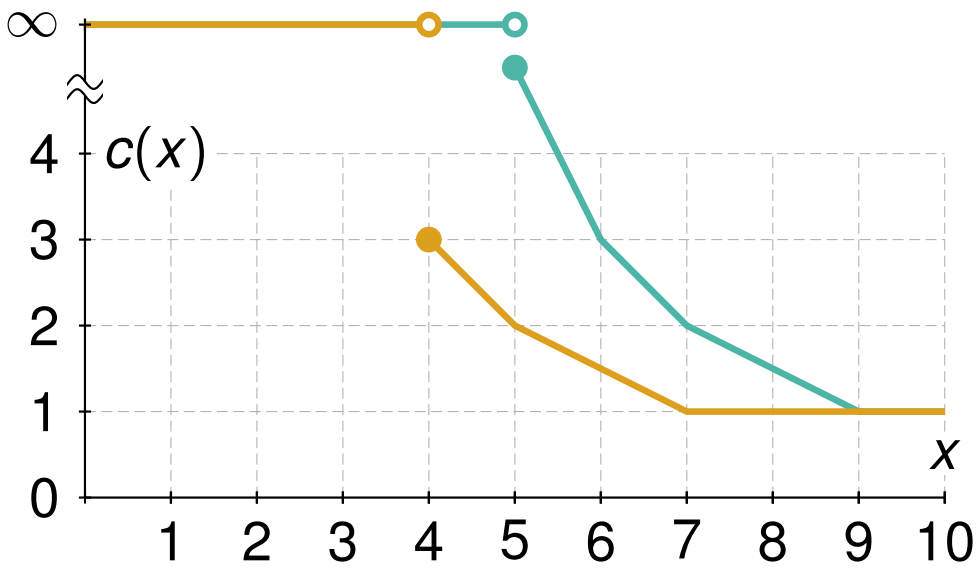




1. Initialize $c \equiv$ max. $-$ init. SoC
2. Traverse edges:
   - Link functions ($\oplus$)
   - Apply battery constraints

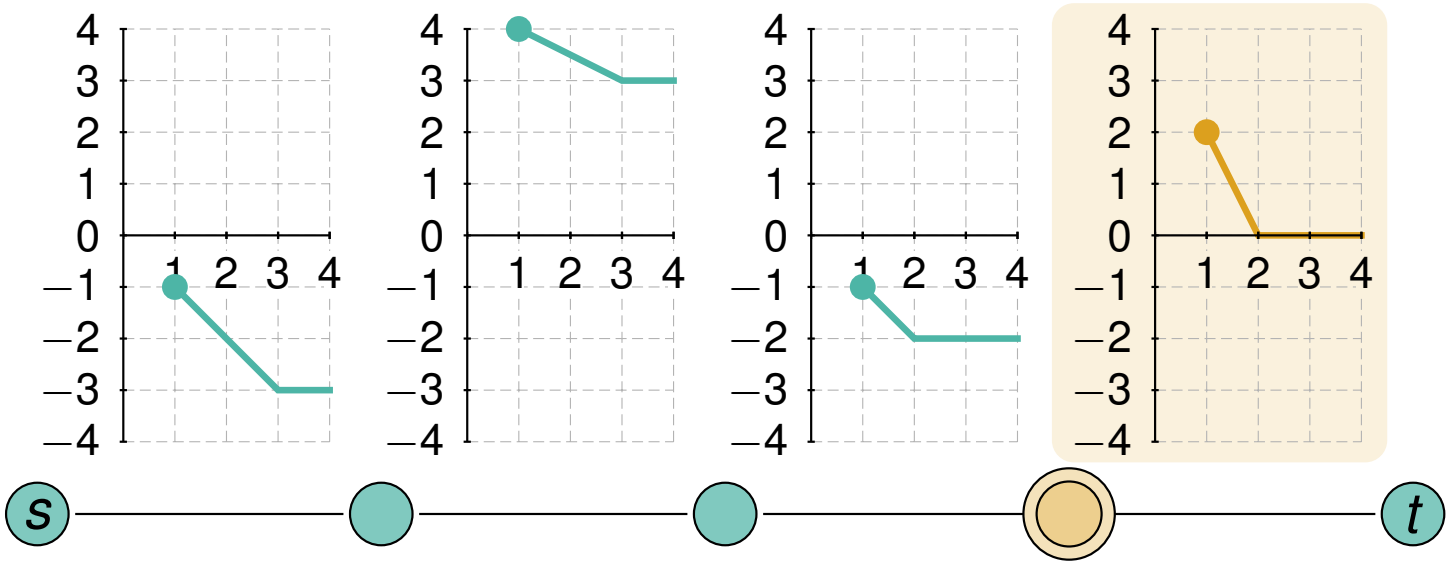
Tradeoff Function Propagation (TFP)

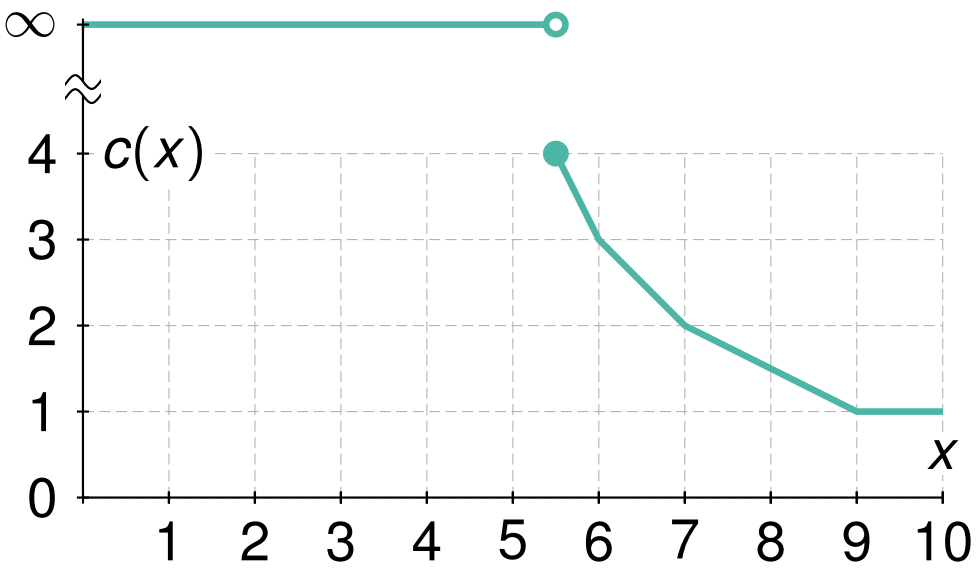




1. Initialize $c \equiv$ max. $-$ init. SoC
2. Traverse edges:
   - Link functions ($\oplus$)
   - Apply battery constraints

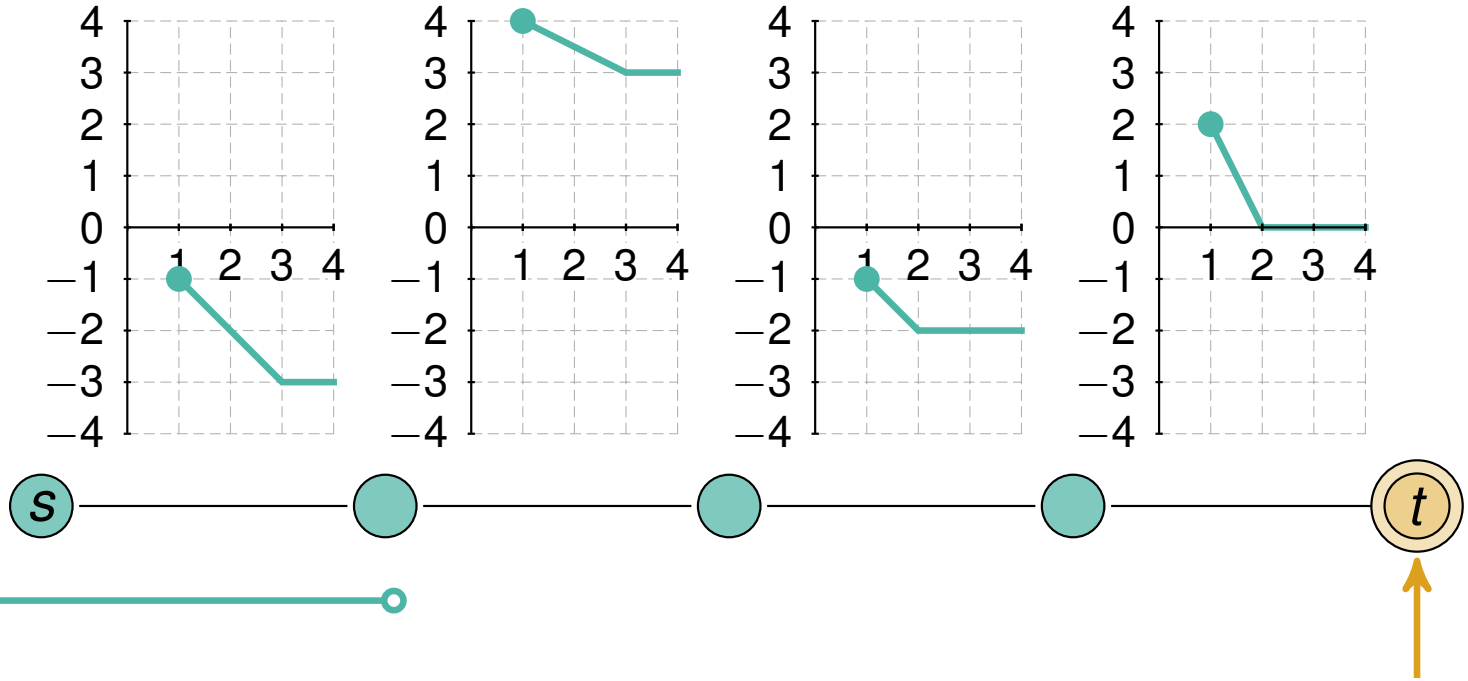
Tradeoff Function Propagation (TFP)

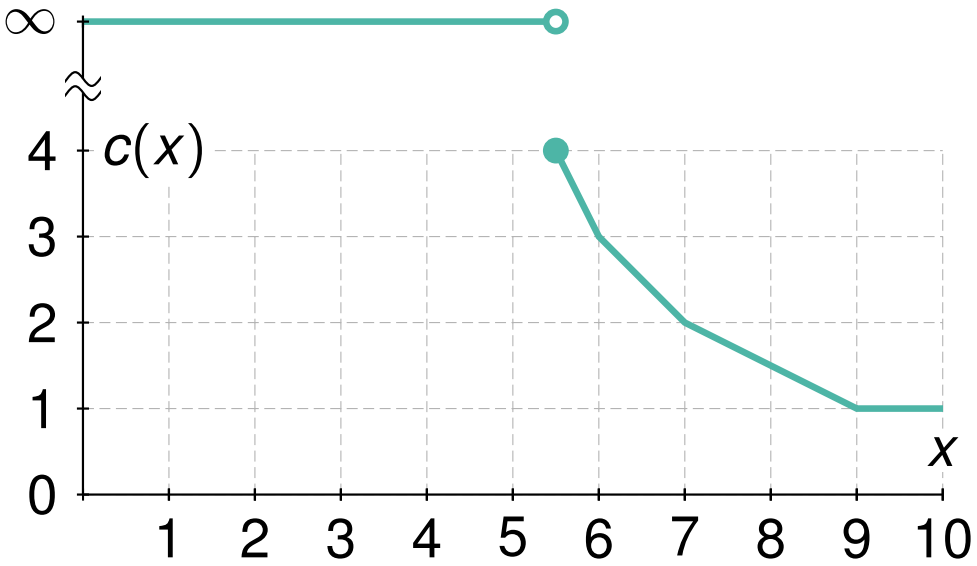




1. Initialize $c \equiv$ max. $-$ init. SoC
2. Traverse edges:
   - Link functions ($\oplus$)
   - Apply battery constraints

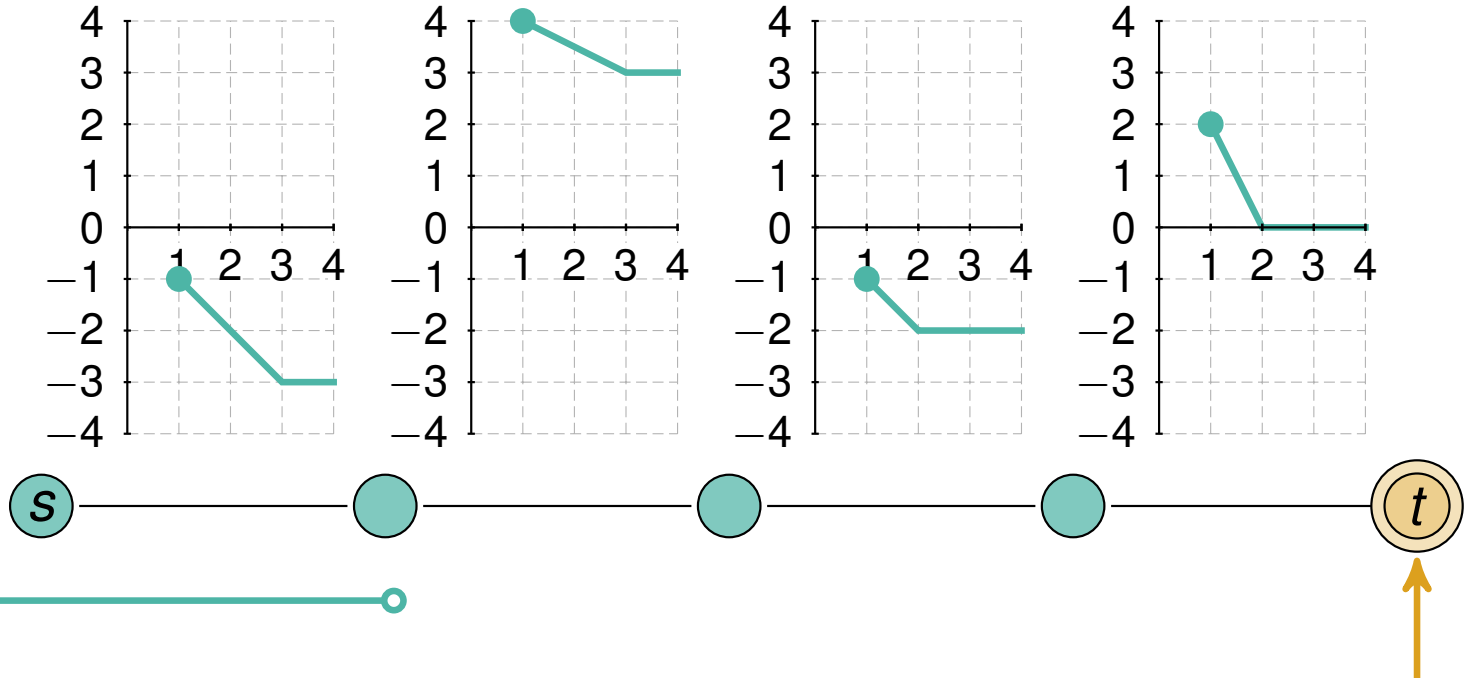
Tradeoff Function Propagation (TFP)

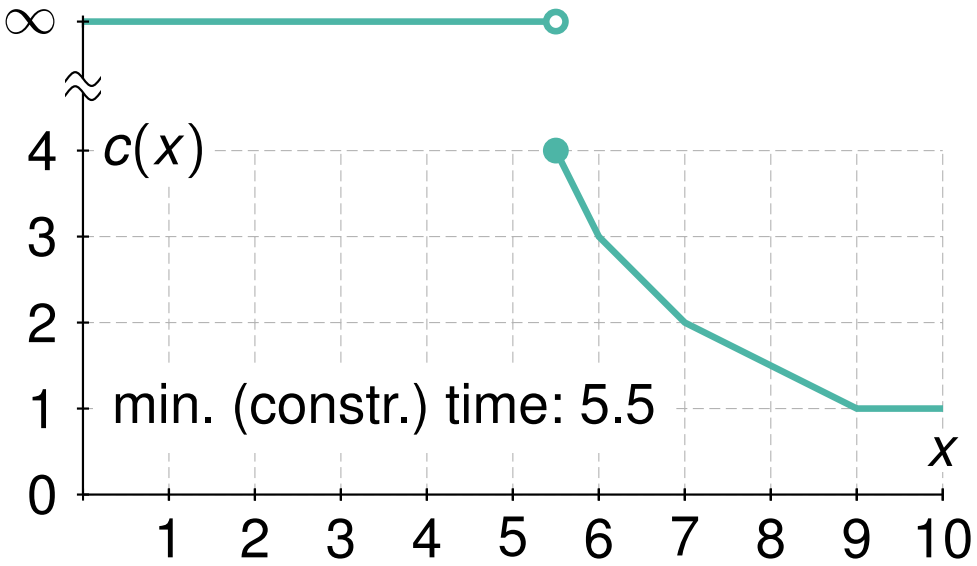




1. Initialize $c \equiv$ max. $-$ init. SoC
2. Traverse edges:
   - Link functions ($\oplus$)
   - Apply battery constraints

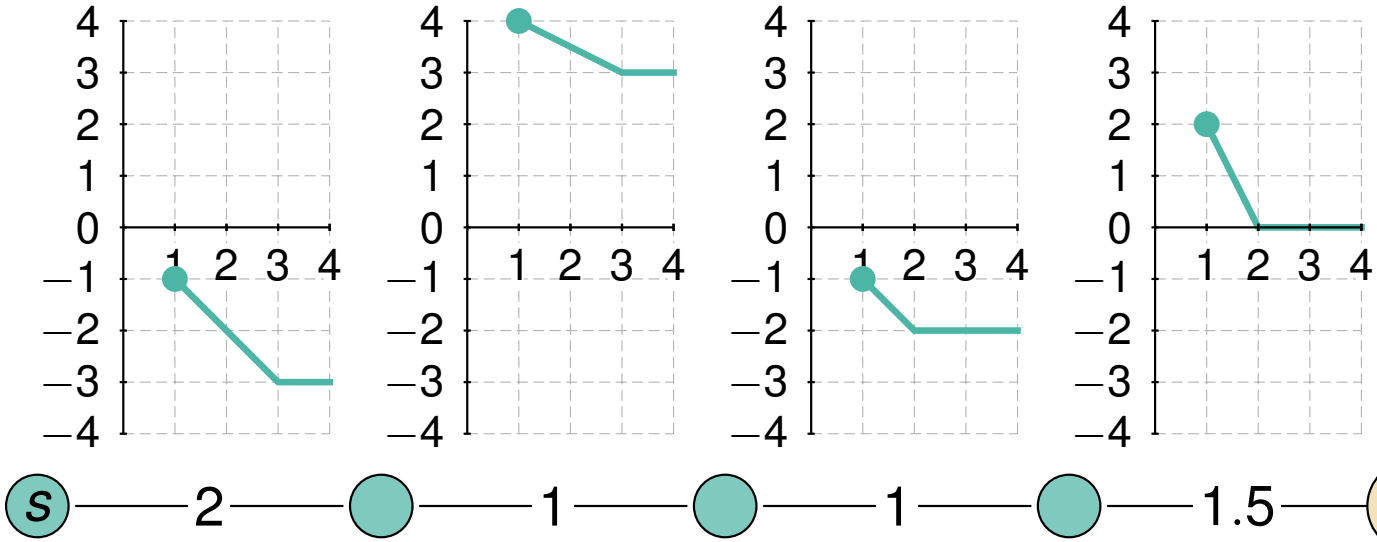
Tradeoff Function Propagation (TFP)

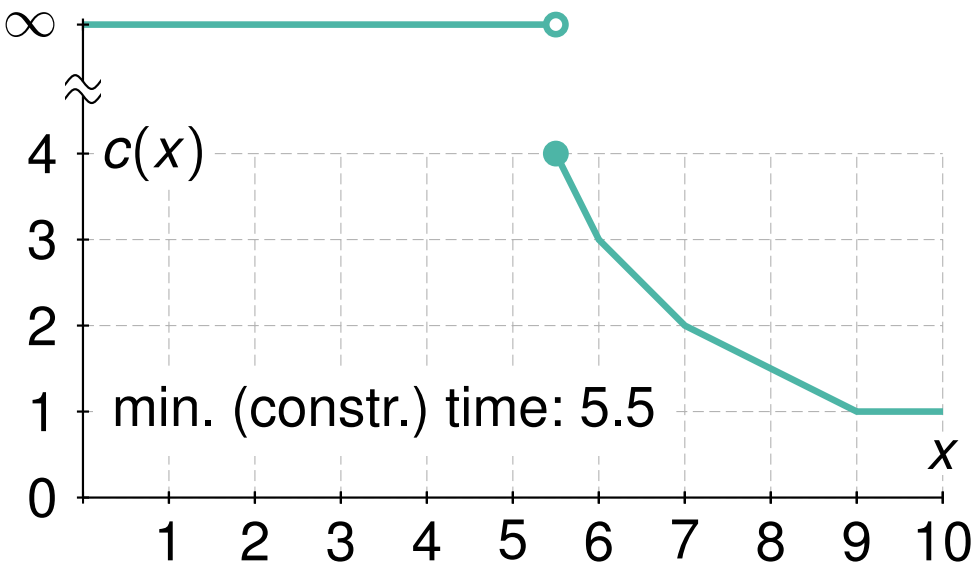




1. Initialize $c \equiv$ max. $-$ init. SoC
2. Traverse edges:
   - Link functions ($\oplus$)
   - Apply battery constraints

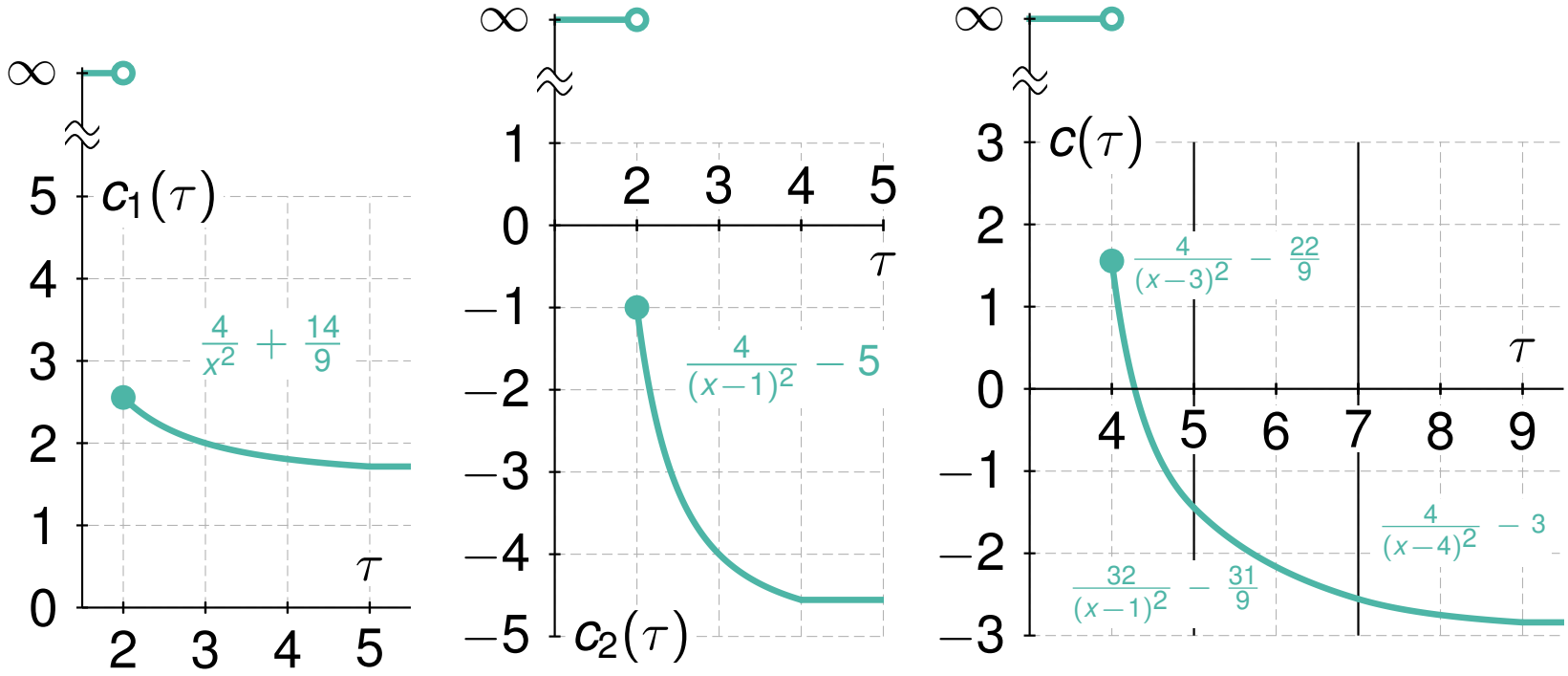
Tradeoff Function Propagation (TFP)





1. Initialize $c \equiv$ max. $-$ init. SoC
2. Traverse edges:
   - Link functions ($\oplus$)
   - Apply battery constraints

Linken im realistischen Modell

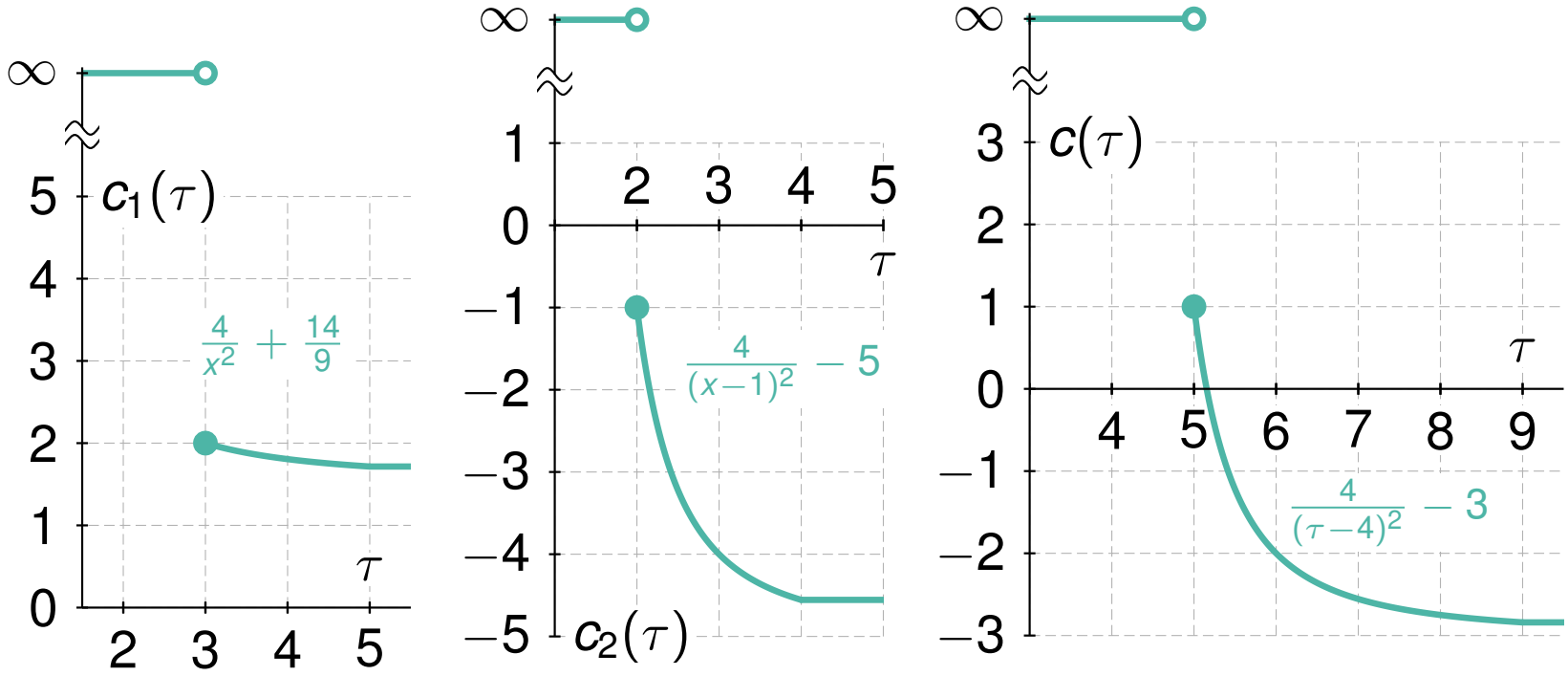


Initialer SoC (an c_1): 4, min. SoC: 0, max. SoC: 8

Battery Constraints beeinflussen Resultat zusätzlich:

- Akku fast leer: Geschwindigkeit muss auf c_1 reduziert werden
- Akku voll: Langsam fahren auf c_2 lohnt nicht

Linken im realistischen Modell

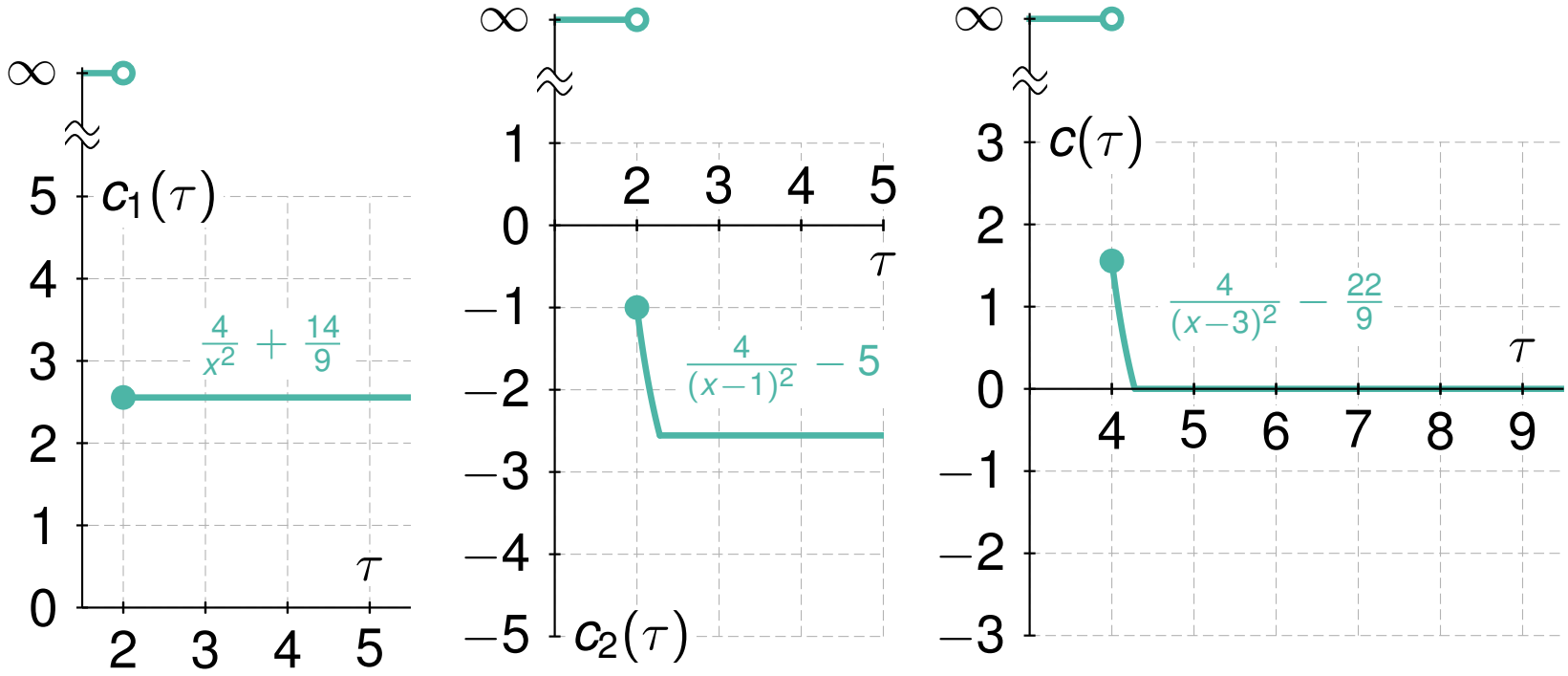


Initialer SoC (an c_1): 2, min. SoC: 0, max. SoC: 8

Battery Constraints beeinflussen Resultat zusätzlich:

- Akku fast leer: Geschwindigkeit muss auf c_1 reduziert werden
- Akku voll: Langsam fahren auf c_2 lohnt nicht

Linken im realistischen Modell



Initialer SoC (an c_1): 8, min. SoC: 0, max. SoC: 8

Battery Constraints beeinflussen Resultat zusätzlich:

- Akku fast leer: Geschwindigkeit muss auf c_1 reduziert werden
- Akku voll: Langsam fahren auf c_2 lohnt nicht

Experimente

Herausforderungen:

- Tradeoff-Functionen in Suche integrieren
- Battery Constraints “on-the-fly” anwenden
- Label Sets verwalten (mehrere Fkt. pro Knoten!)

Experimente:

Straßennetz Europa, PHEM Verbräuche

- EV mit 2 kWh Akku (Reichweite $\sim$10 km)

Algorithm	# Labels	# Cmp.	Time [ms]
Multi-graph	30 990 k	21 301 M	47 755
Tradeoff fct.	103 k	4 M	444

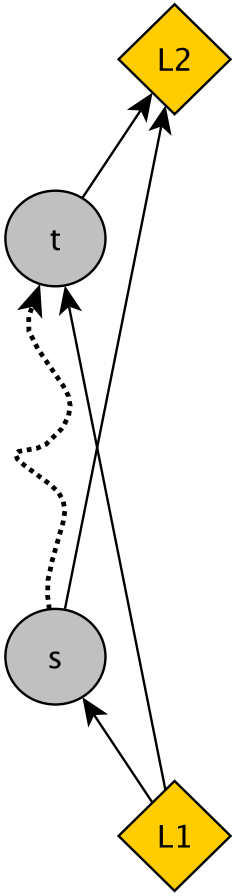
(Hardware: Intel Xeon E5-1630v3, 3.7 GHz, 128 GiB RAM)

- Pfade auf Multigraph sind länger (diskretierte Verbräuche)!

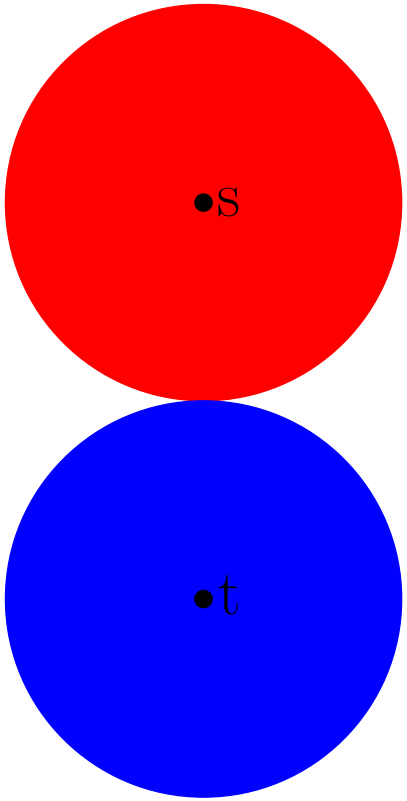
Realistisches Modell zahlt sich aus

TFP – Beschleunigungstechniken

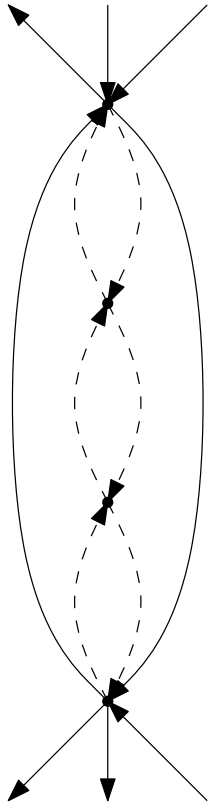
Landmarken



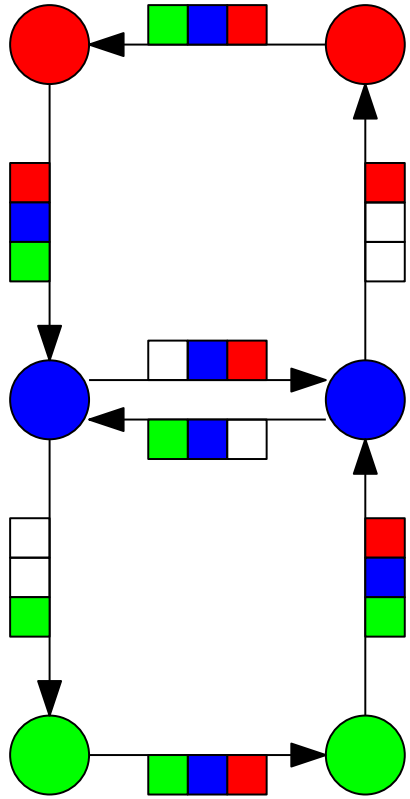
Bidirektionale Suche



Kontraktion



Arc-Flags

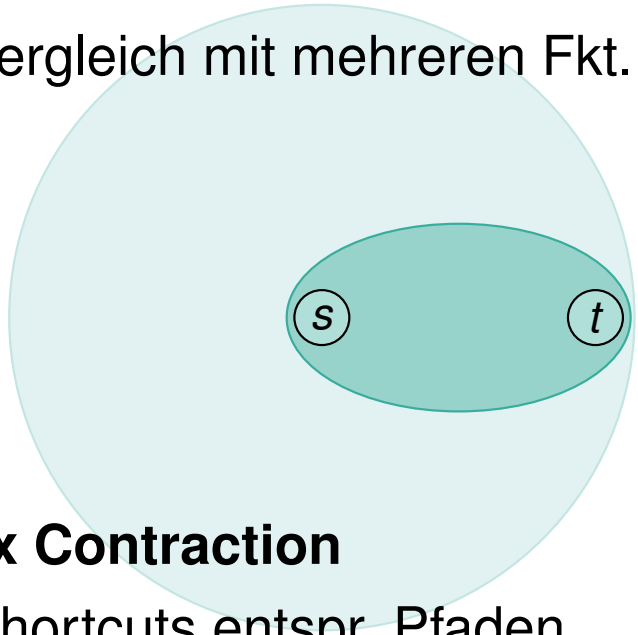


Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Speedup

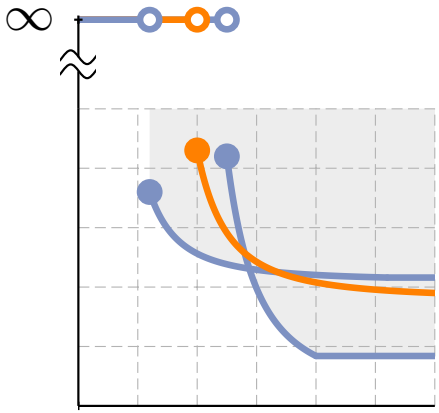
Verbesserte Dominanz-Checks

- Dominierte Subfunktionen
- Vergleich mit mehreren Fkt.



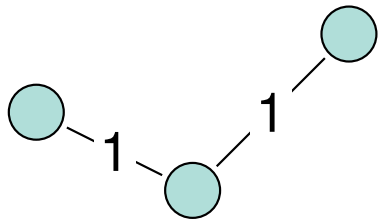
Vertex Contraction

- Shortcuts entspr. Pfaden
- Verbrauch auf Shortcut?



A* Suche

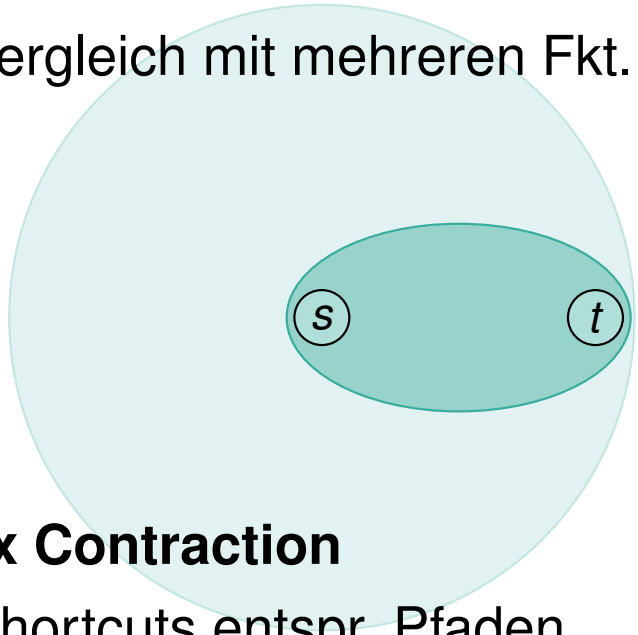
- Ähnlich wie bei CFP
- Berücksichtige SoC



Speedup

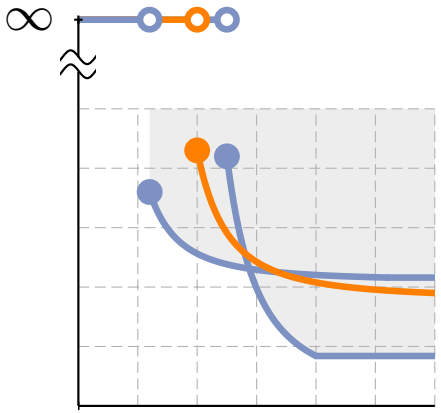
Verbesserte Dominanz-Checks

- Dominierte Subfunktionen
- Vergleich mit mehreren Fkt.



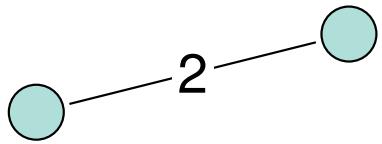
Vertex Contraction

- Shortcuts entspr. Pfaden
- Verbrauch auf Shortcut?



A* Suche

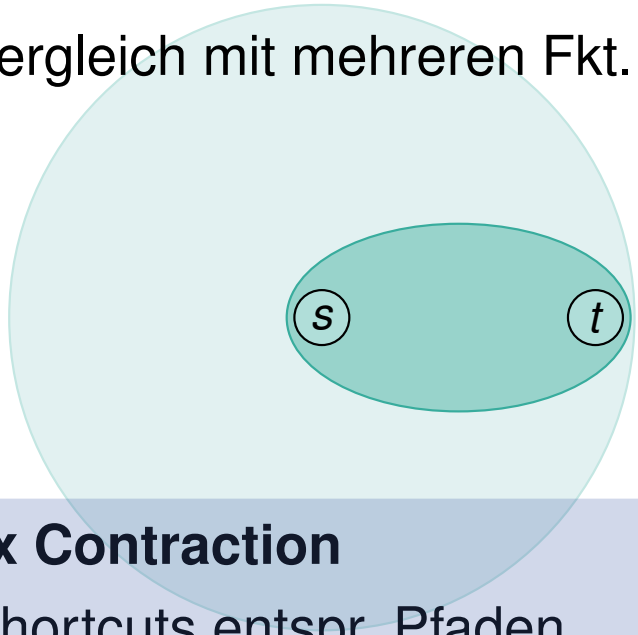
- Ähnlich wie bei CFP
- Berücksichtige SoC

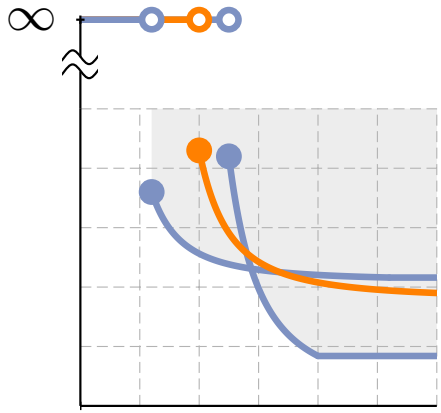


Speedup

Verbesserte Dominanz-Checks

- Dominierte Subfunktionen
- Vergleich mit mehreren Fkt.



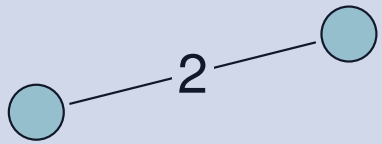


A* Suche

- Ähnlich wie bei CFP
- Berücksichtige SoC

Vertex Contraction

- Shortcuts entspr. Pfaden
- Verbrauch auf Shortcut?



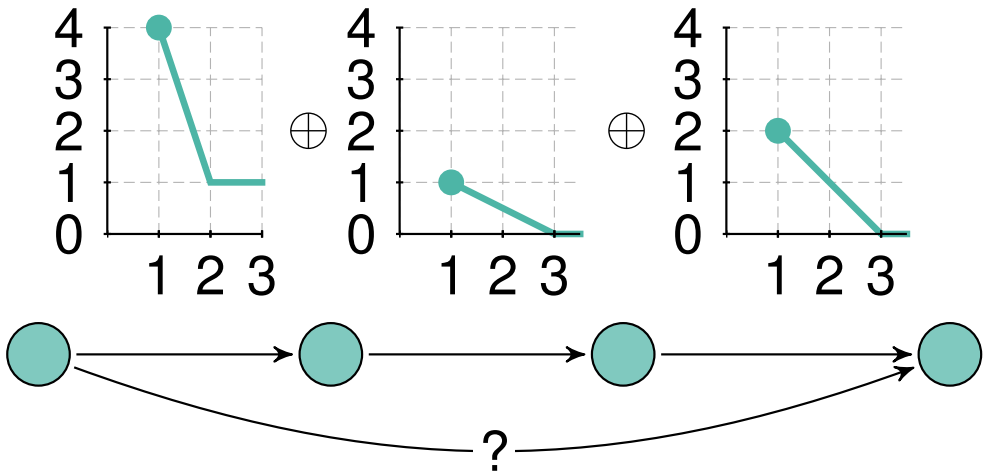
Konstruktion von Shortcuts

Idee: Shortcuts repräsentieren einzelne Pfade

Aber: Energieverbrauch abh. von Geschwindigkeit und SoC

- Alle Tradeoff-Functionen exlizit speichern?
- Speichere bivariate Funktionen $f(x, b)$?

Betrachte Sonderfälle:



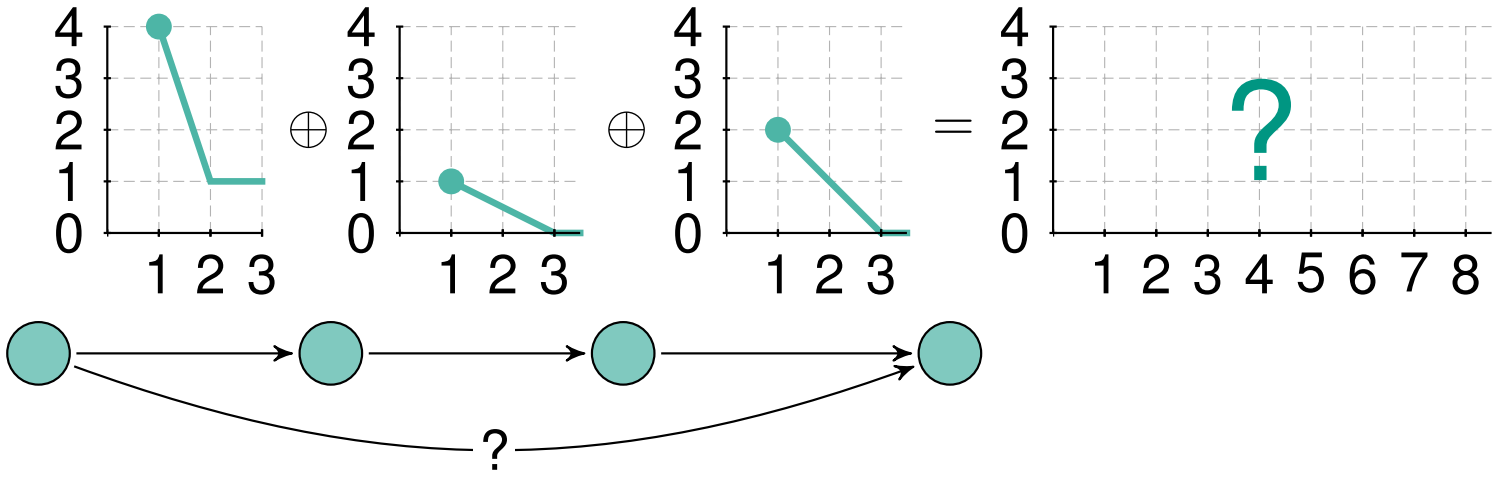
Konstruktion von Shortcuts

Idee: Shortcuts repräsentieren einzelne Pfade

Aber: Energieverbrauch abh. von Geschwindigkeit und SoC

- Alle Tradeoff-Functionen exlizit speichern?
- Speichere bivariate Funktionen $f(x, b)$?

Betrachte Sonderfälle:



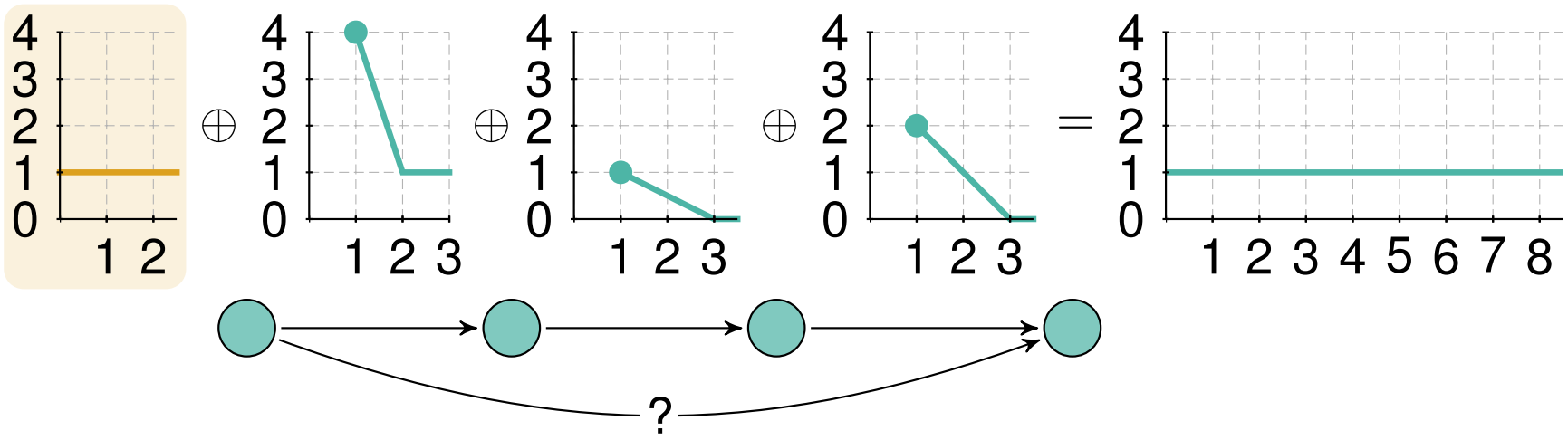
Konstruktion von Shortcuts

Idee: Shortcuts repräsentieren einzelne Pfade

Aber: Energieverbrauch abh. von Geschwindigkeit und SoC

- Alle Tradeoff-Functionen exlizit speichern?
- Speichere bivariate Funktionen $f(x, b)$?

Betrachte Sonderfälle:



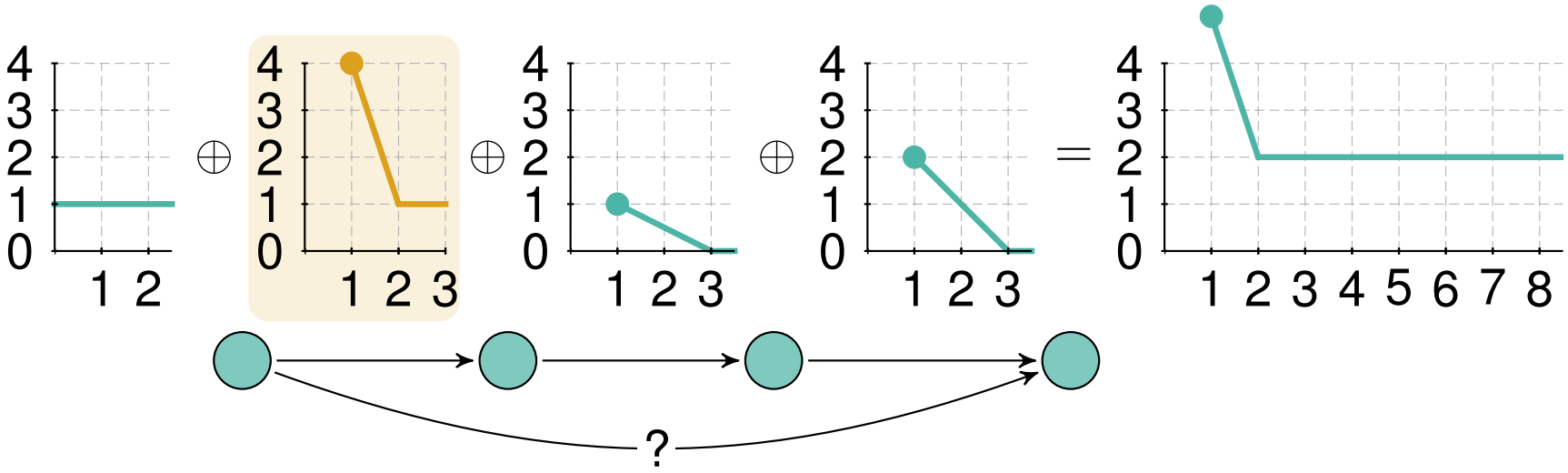
Konstruktion von Shortcuts

Idee: Shortcuts repräsentieren einzelne Pfade

Aber: Energieverbrauch abh. von Geschwindigkeit und SoC

- Alle Tradeoff-Functionen exlizit speichern?
- Speichere bivariate Funktionen $f(x, b)$?

Betrachte Sonderfälle:



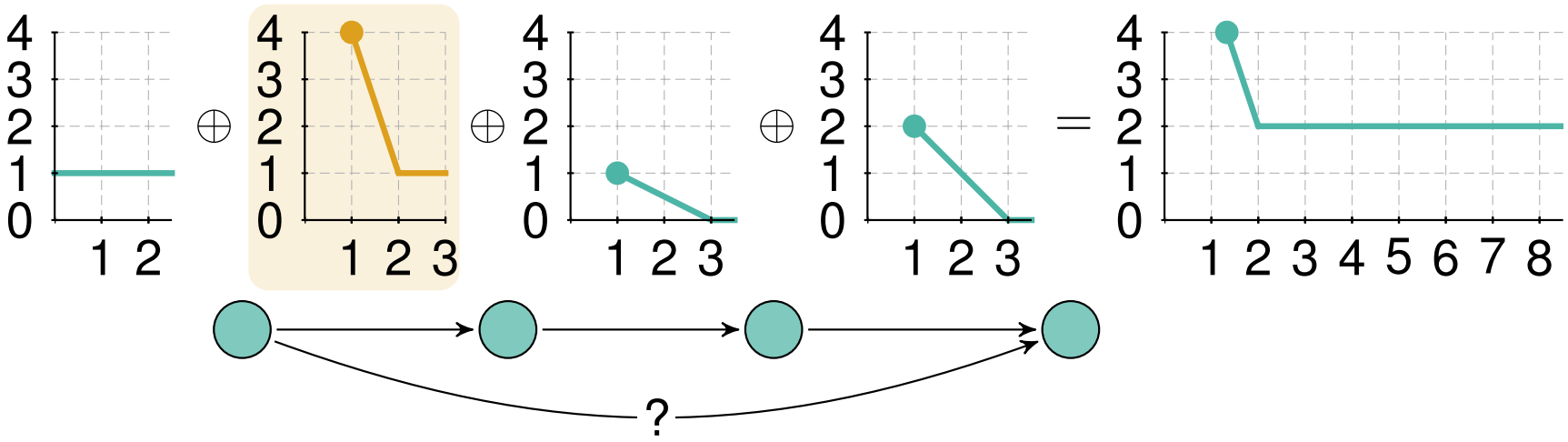
Konstruktion von Shortcuts

Idee: Shortcuts repräsentieren einzelne Pfade

Aber: Energieverbrauch abh. von Geschwindigkeit und SoC

- Alle Tradeoff-Functionen exlizit speichern?
- Speichere bivariate Funktionen $f(x, b)$?

Betrachte Sonderfälle:



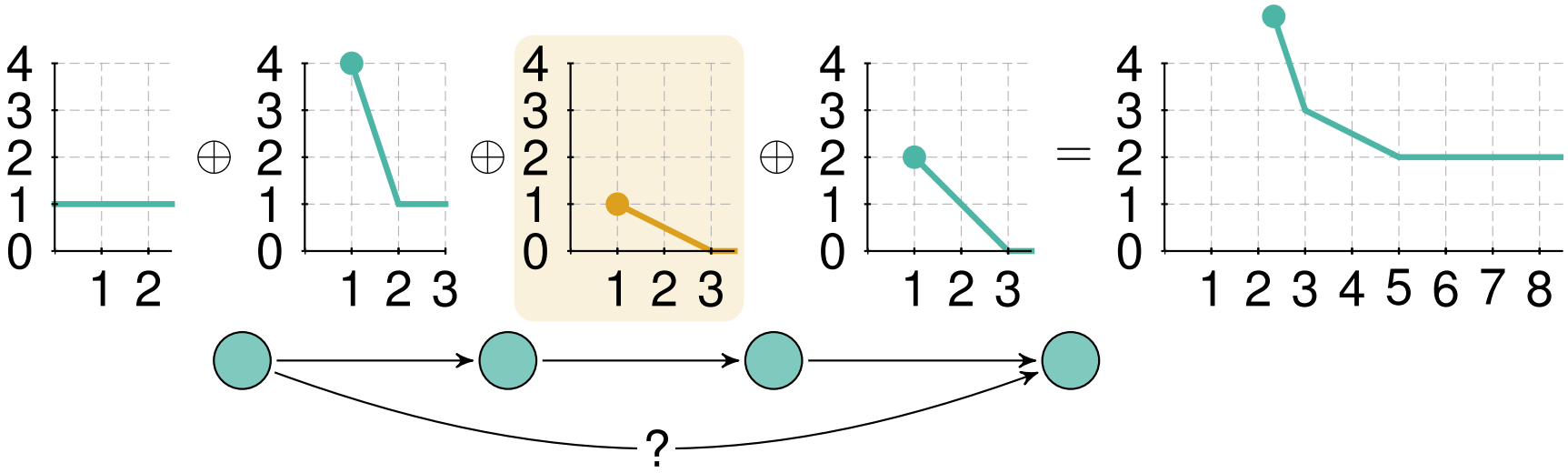
Konstruktion von Shortcuts

Idee: Shortcuts repräsentieren einzelne Pfade

Aber: Energieverbrauch abh. von Geschwindigkeit und SoC

- Alle Tradeoff-Functionen exlizit speichern?
- Speichere bivariate Funktionen $f(x, b)$?

Betrachte Sonderfälle:



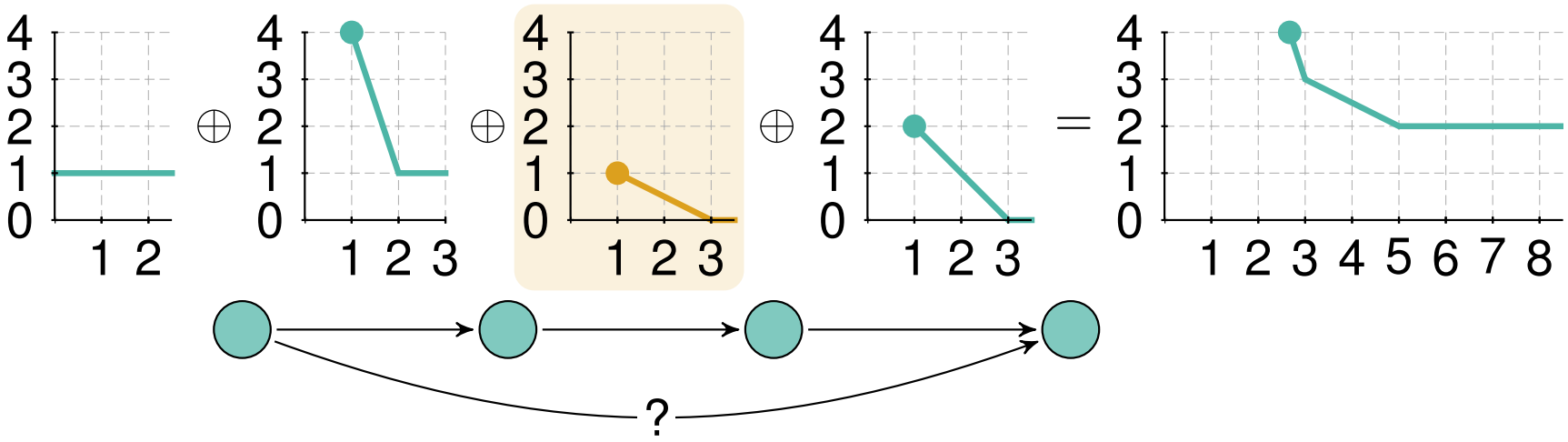
Konstruktion von Shortcuts

Idee: Shortcuts repräsentieren einzelne Pfade

Aber: Energieverbrauch abh. von Geschwindigkeit und SoC

- Alle Tradeoff-Functionen exlizit speichern?
- Speichere bivariate Funktionen $f(x, b)$?

Betrachte Sonderfälle:



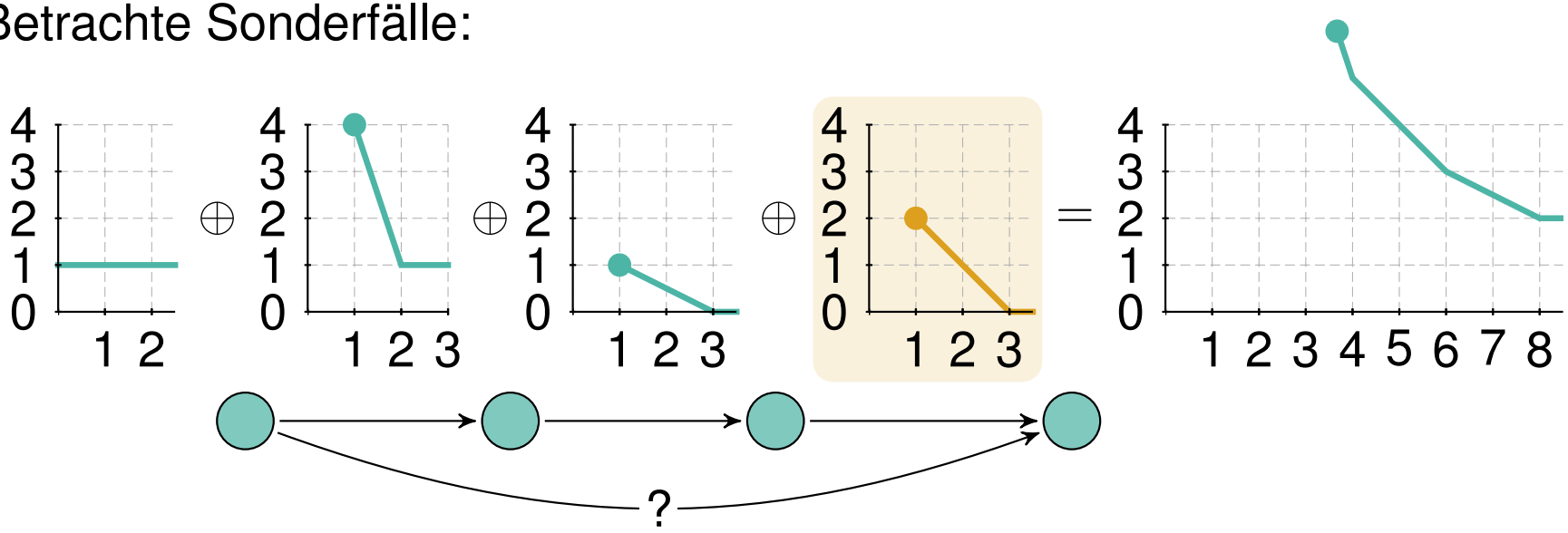
Konstruktion von Shortcuts

Idee: Shortcuts repräsentieren einzelne Pfade

Aber: Energieverbrauch abh. von Geschwindigkeit und SoC

- Alle Tradeoff-Functionen exlizit speichern?
- Speichere bivariate Funktionen $f(x, b)$?

Betrachte Sonderfälle:



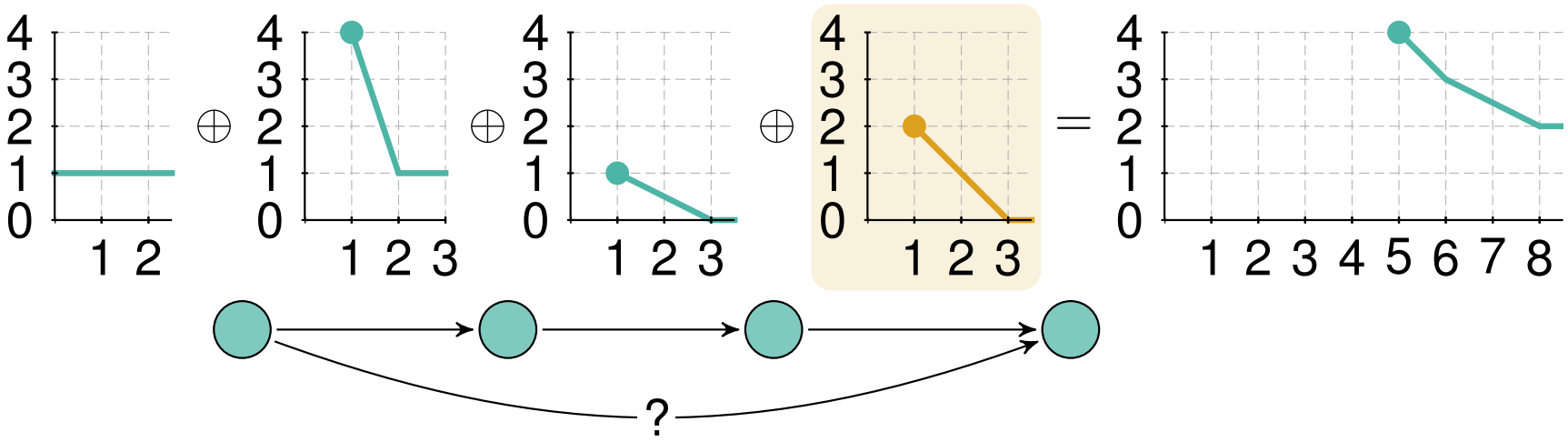
Konstruktion von Shortcuts

Idee: Shortcuts repräsentieren einzelne Pfade

Aber: Energieverbrauch abh. von Geschwindigkeit und SoC

- Alle Tradeoff-Functionen exlizit speichern?
- Speichere bivariate Funktionen $f(x, b)$?

Betrachte Sonderfälle:



Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

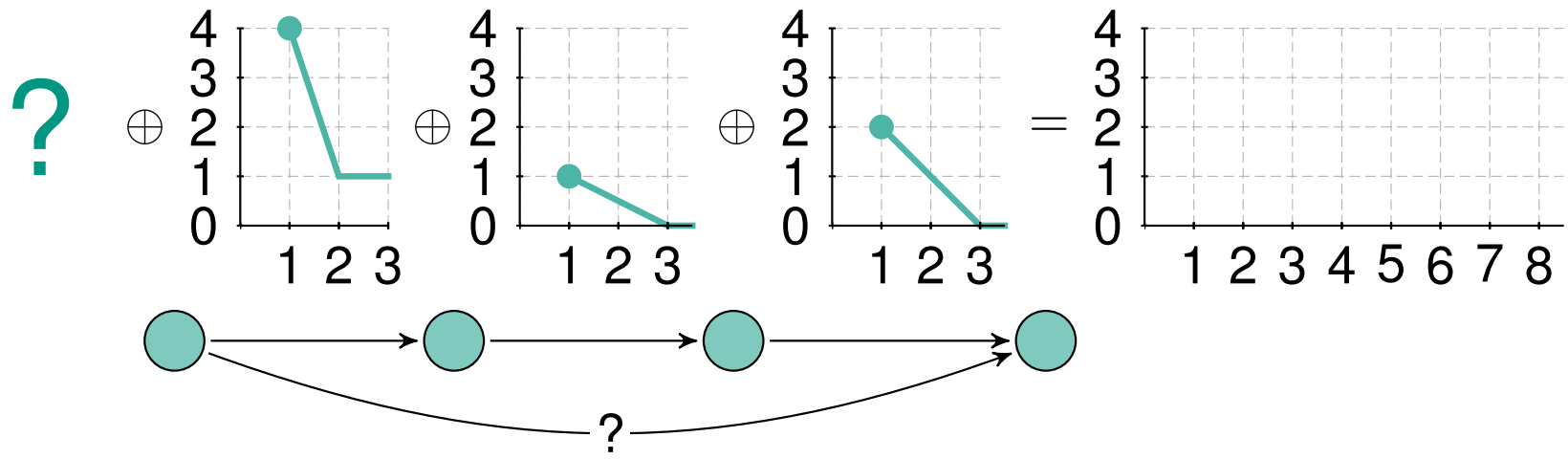
Konstruktion von Shortcuts

Idee: Shortcuts repräsentieren einzelne Pfade

Aber: Energieverbrauch abh. von Geschwindigkeit und SoC

- Alle Tradeoff-Functionen exlizit speichern?
- Speichere bivariate Funktionen $f(x, b)$?

Betrachte Sonderfälle:



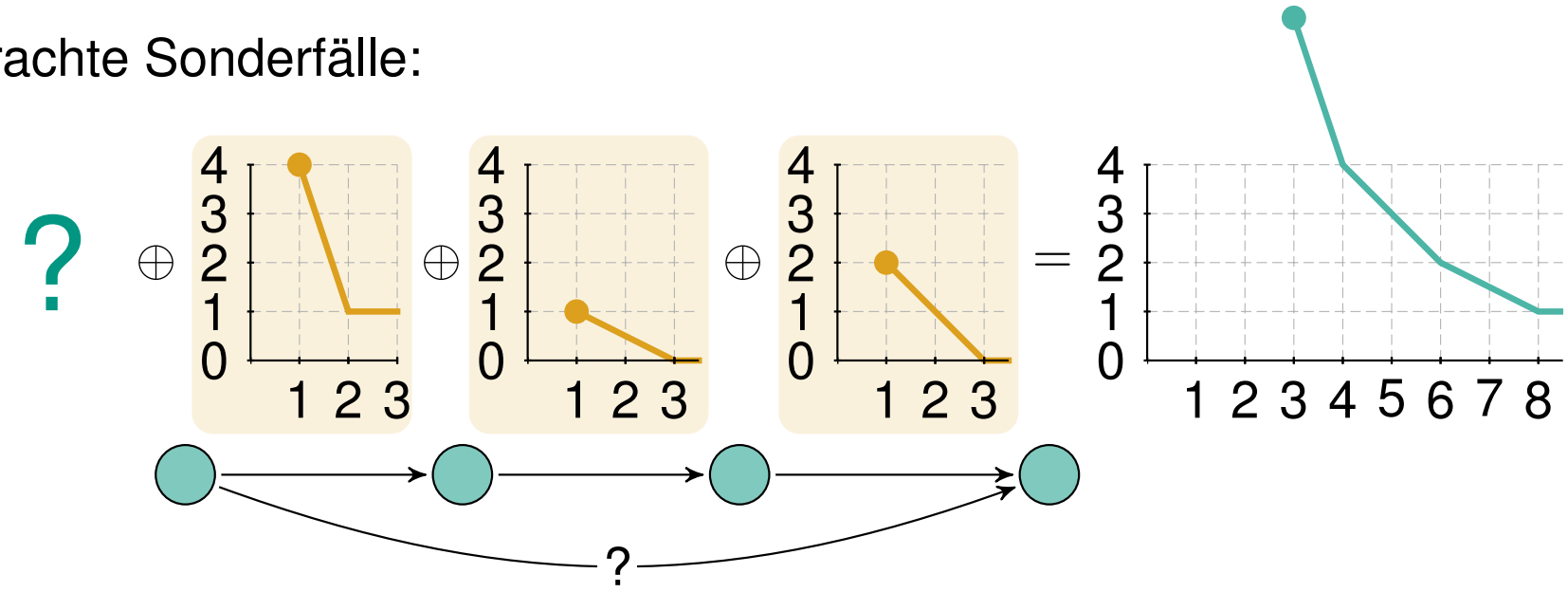
Konstruktion von Shortcuts

Idee: Shortcuts repräsentieren einzelne Pfade

Aber: Energieverbrauch abh. von Geschwindigkeit und SoC

- Alle Tradeoff-Functionen exlizit speichern?
- Speichere bivariate Funktionen $f(x, b)$?

Betrachte Sonderfälle:



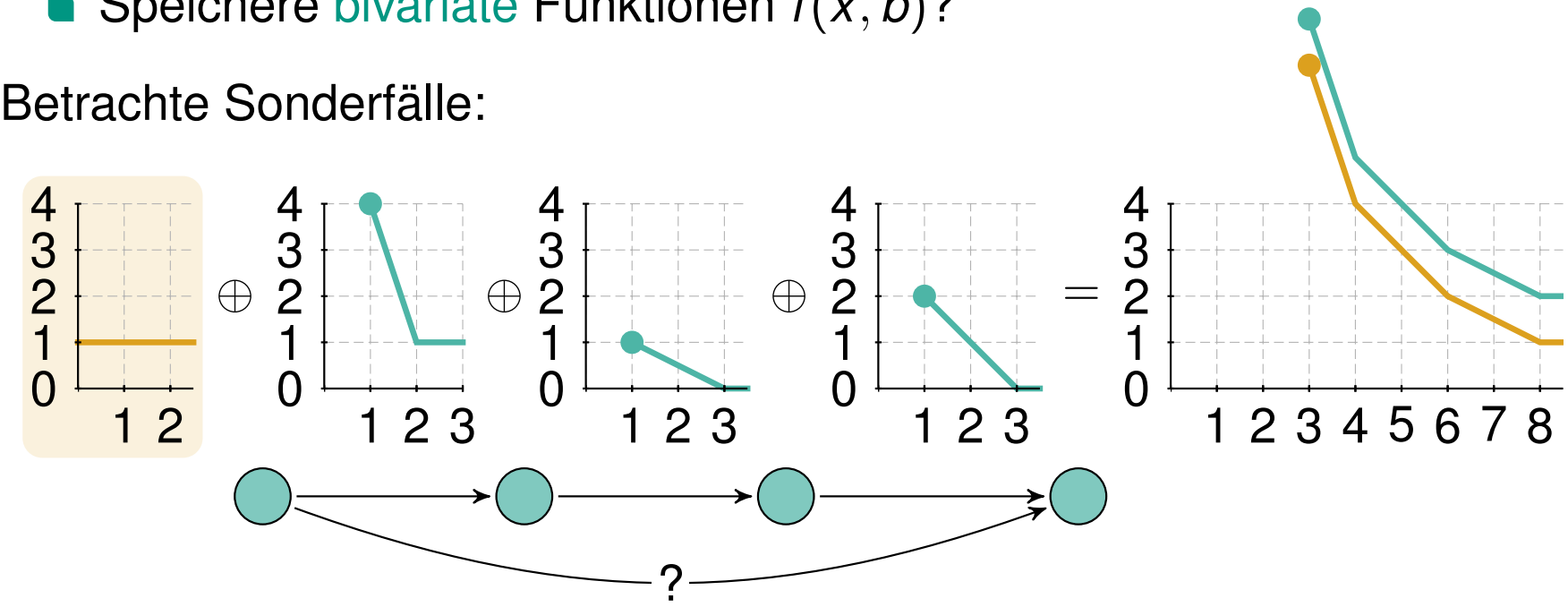
Konstruktion von Shortcuts

Idee: Shortcuts repräsentieren einzelne Pfade

Aber: Energieverbrauch abh. von Geschwindigkeit und SoC

- Alle Tradeoff-Functionen exlizit speichern?
- Speichere bivariate Funktionen $f(x, b)$?

Betrachte Sonderfälle:



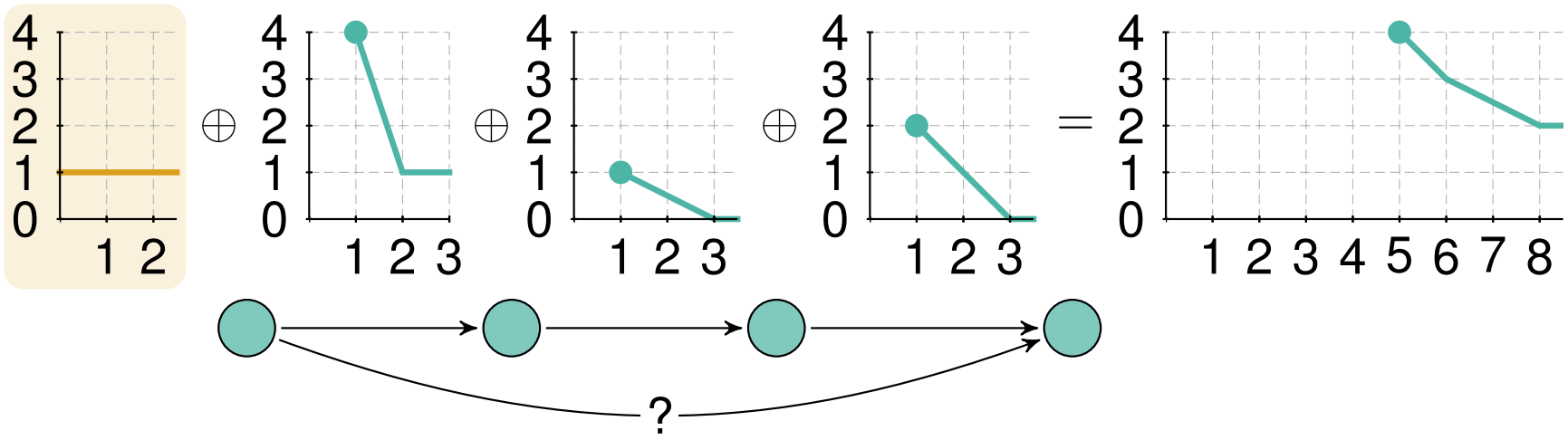
Konstruktion von Shortcuts

Idee: Shortcuts repräsentieren einzelne Pfade

Aber: Energieverbrauch abh. von Geschwindigkeit und SoC

- Alle Tradeoff-Functionen exlizit speichern?
- Speichere bivariate Funktionen $f(x, b)$?

Betrachte Sonderfälle:



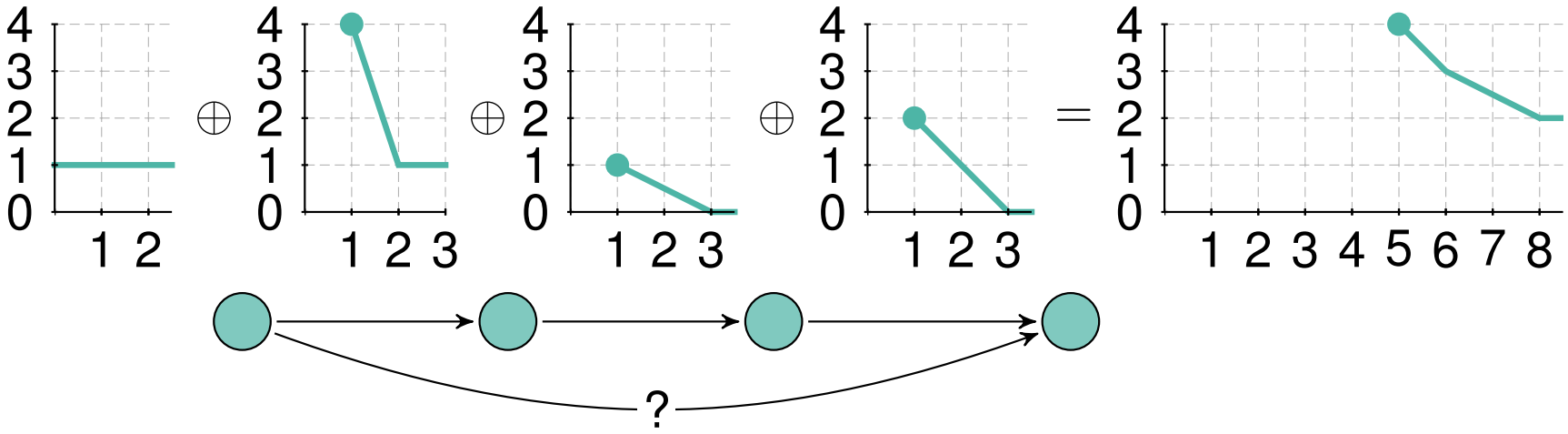
Konstruktion von Shortcuts

Idee: Shortcuts repräsentieren einzelne Pfade

Aber: Energieverbrauch abh. von Geschwindigkeit und SoC

- Alle Tradeoff-Functionen exlizit speichern?
- Speichere bivariate Funktionen $f(x, b)$?

Betrachte Sonderfälle:



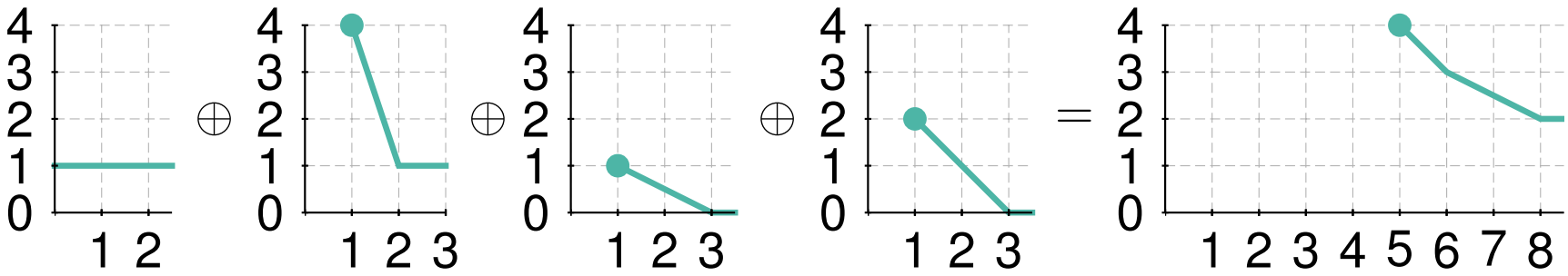
Konstruktion von Shortcuts

Idee: Shortcuts repräsentieren einzelne Pfade

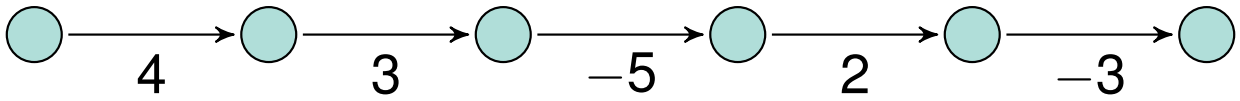
Aber: Energieverbrauch abh. von Geschwindigkeit und SoC

- Alle Tradeoff-Functionen exlizit speichern?
- Speichere bivariate Funktionen $f(x, b)$?

Betrachte Sonderfälle:



$\Rightarrow$ Kontrahiere nur falls alle Verbräuche selbes Vorzeichen haben



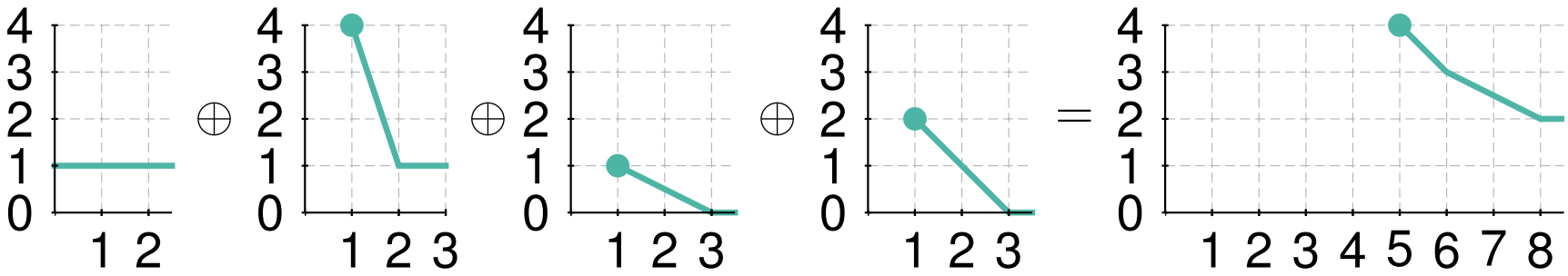
Konstruktion von Shortcuts

Idee: Shortcuts repräsentieren einzelne Pfade

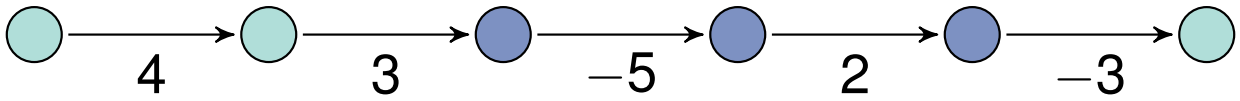
Aber: Energieverbrauch abh. von Geschwindigkeit und SoC

- Alle Tradeoff-Functionen exlizit speichern?
- Speichere bivariate Funktionen $f(x, b)$?

Betrachte Sonderfälle:



$\Rightarrow$ Kontrahiere nur falls alle Verbräuche selbes Vorzeichen haben



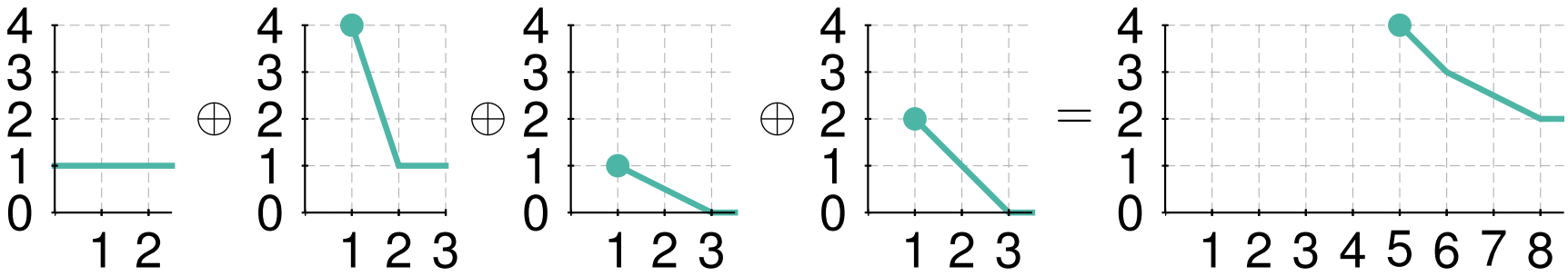
Konstruktion von Shortcuts

Idee: Shortcuts repräsentieren einzelne Pfade

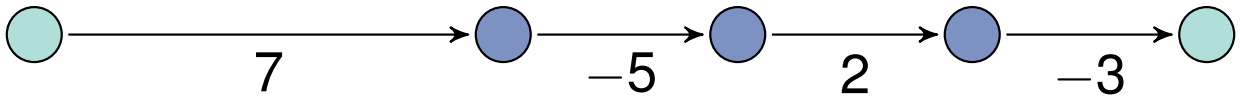
Aber: Energieverbrauch abh. von Geschwindigkeit und SoC

- Alle Tradeoff-Functionen exlizit speichern?
- Speichere bivariate Funktionen $f(x, b)$?

Betrachte Sonderfälle:



$\Rightarrow$ Kontrahiere nur falls alle Verbräuche selbes Vorzeichen haben



Entladende Pfade

Kontrahiere mehr Knoten?

Entladende Pfade: Verbrauch zu jedem Zeitpunkt nichtnegativ

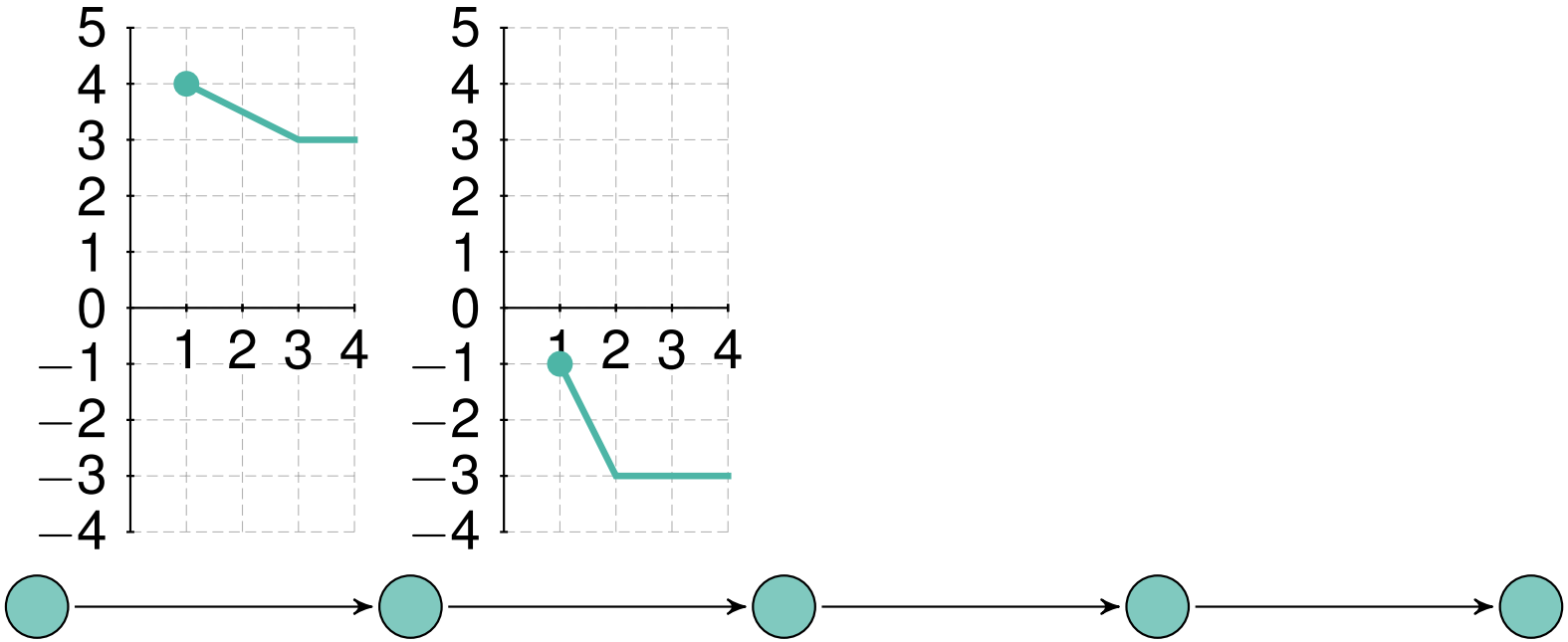
- Es muss nur getestet werden, ob Akku leer
- Effizientere Operationen

Entladende Pfade

Kontrahiere mehr Knoten?

Entladende Pfade: Verbrauch zu jedem Zeitpunkt nichtnegativ

- Es muss nur getestet werden, ob Akku leer
- Effizientere Operationen

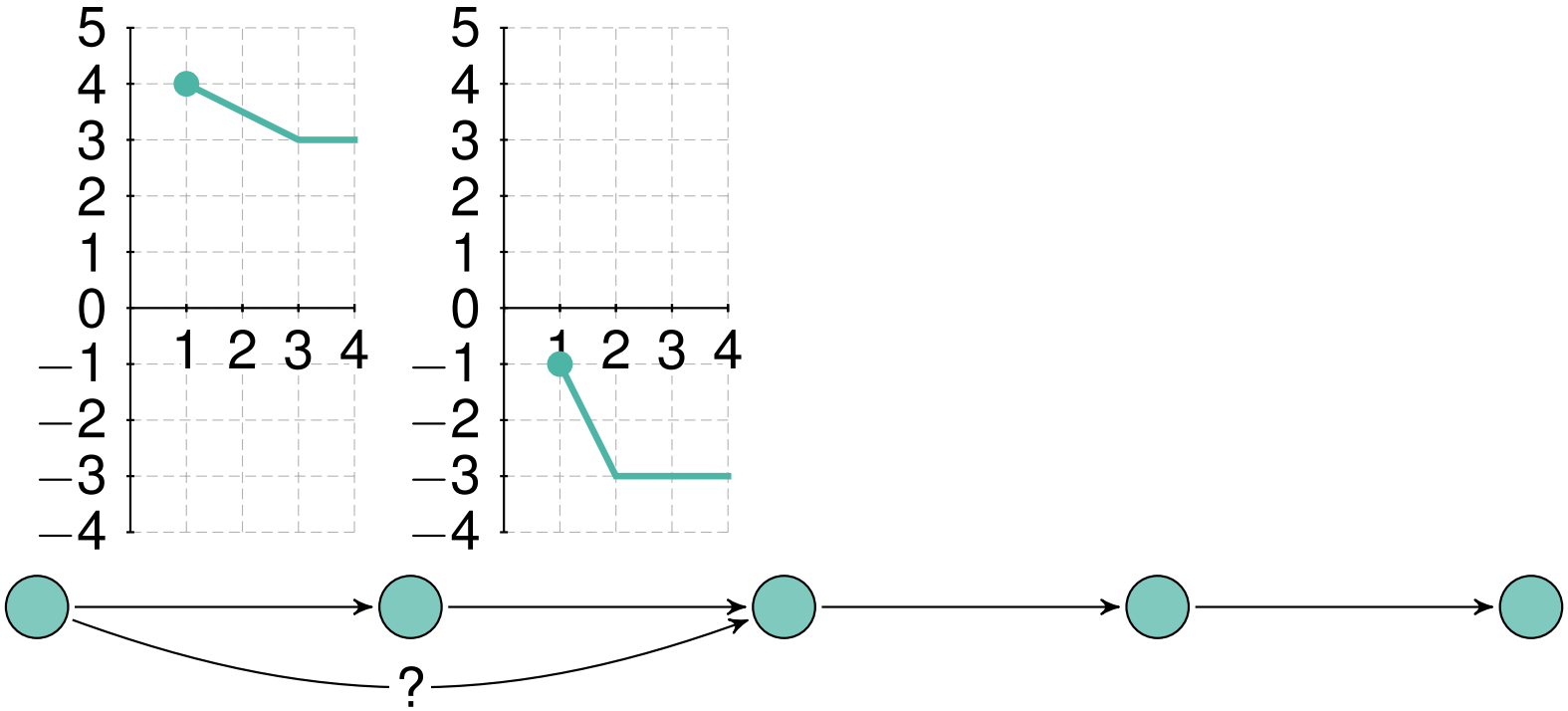


Entladende Pfade

Kontrahiere mehr Knoten?

Entladende Pfade: Verbrauch zu jedem Zeitpunkt nichtnegativ

- Es muss nur getestet werden, ob Akku leer
- Effizientere Operationen

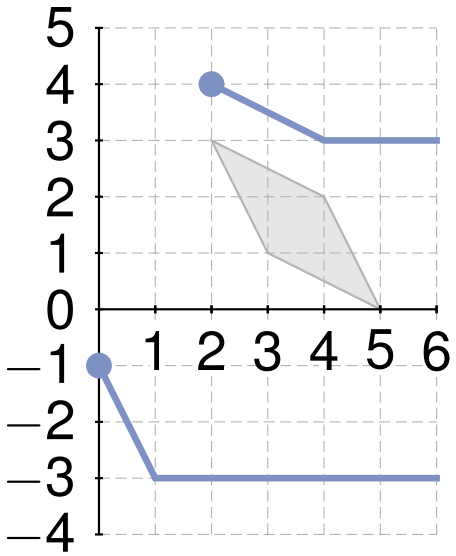


Entladende Pfade

Kontrahiere mehr Knoten?

Entladende Pfade: Verbrauch zu jedem Zeitpunkt nichtnegativ

- Es muss nur getestet werden, ob Akku leer
- Effizientere Operationen

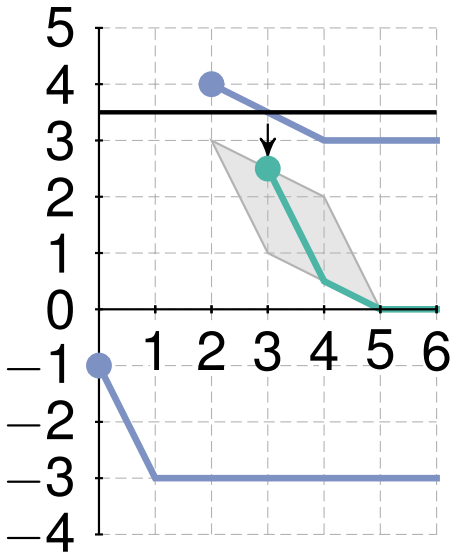


Entladende Pfade

Kontrahiere mehr Knoten?

Entladende Pfade: Verbrauch zu jedem Zeitpunkt nichtnegativ

- Es muss nur getestet werden, ob Akku leer
- Effizientere Operationen

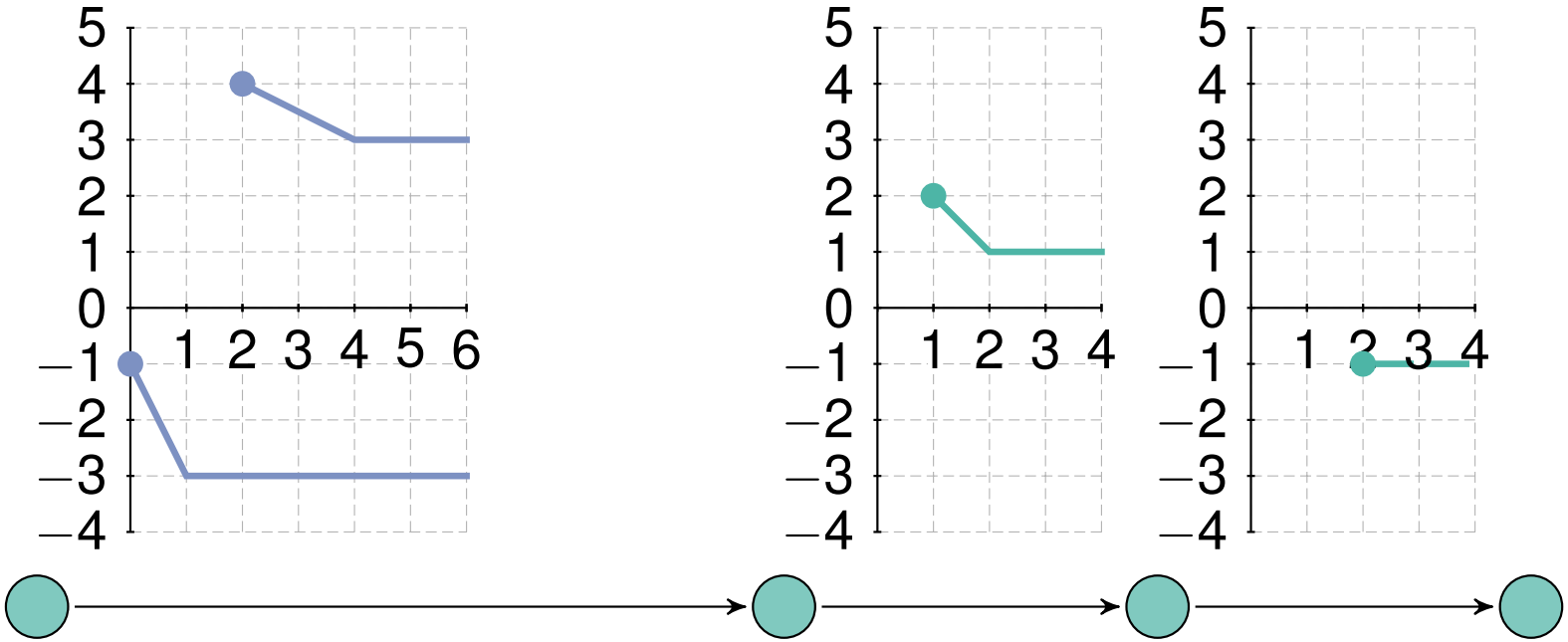


Entladende Pfade

Kontrahiere mehr Knoten?

Entladende Pfade: Verbrauch zu jedem Zeitpunkt nichtnegativ

- Es muss nur getestet werden, ob Akku leer
- Effizientere Operationen

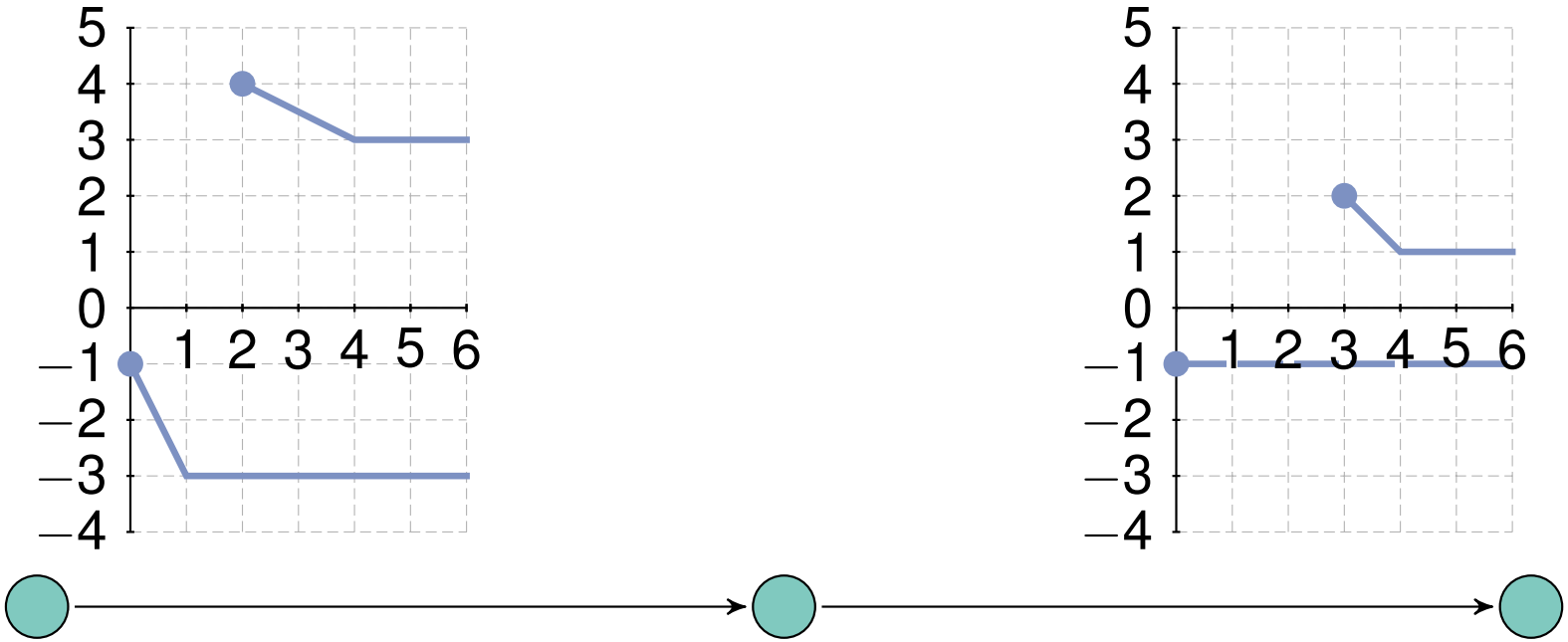


Entladende Pfade

Kontrahiere mehr Knoten?

Entladende Pfade: Verbrauch zu jedem Zeitpunkt nichtnegativ

- Es muss nur getestet werden, ob Akku leer
- Effizientere Operationen

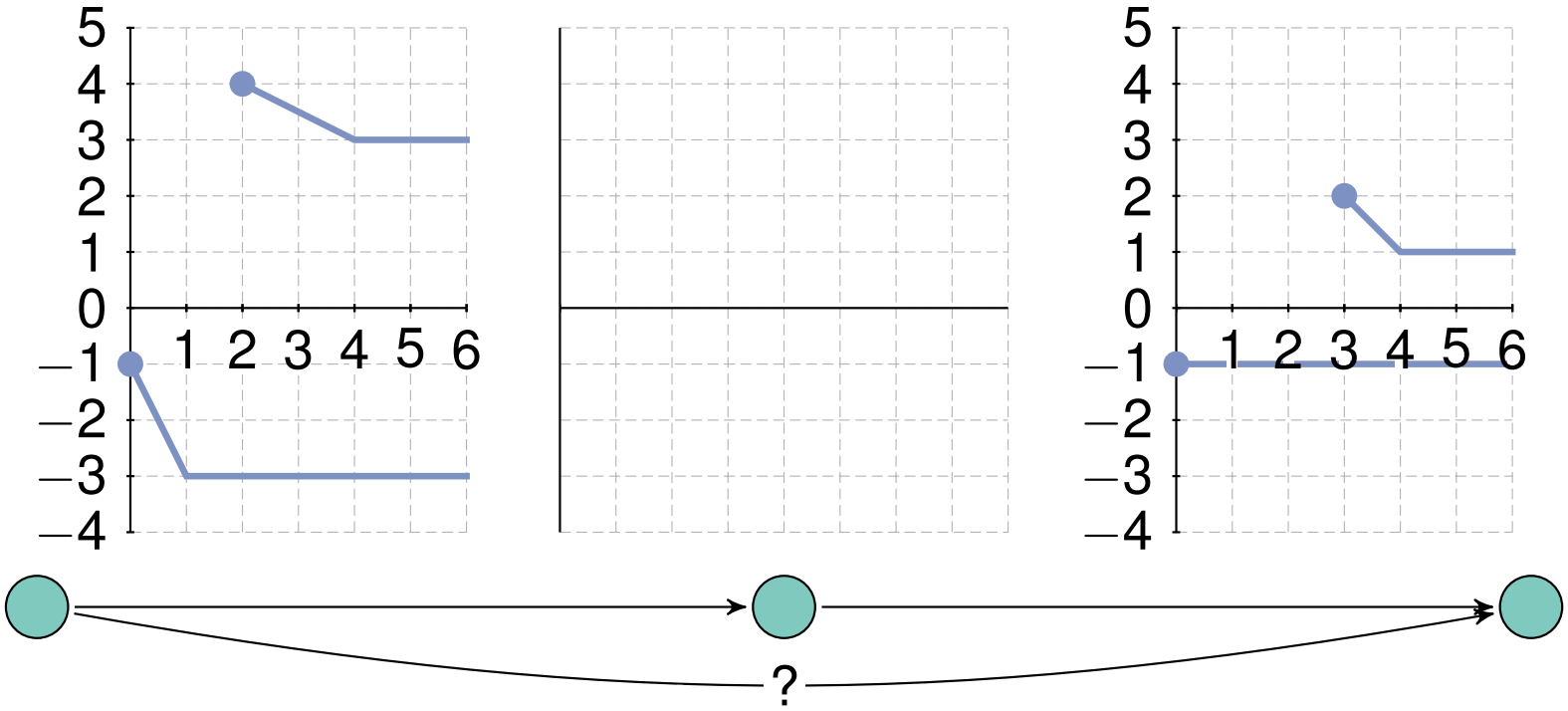


Entladende Pfade

Kontrahiere mehr Knoten?

Entladende Pfade: Verbrauch zu jedem Zeitpunkt nichtnegativ

- Es muss nur getestet werden, ob Akku leer
- Effizientere Operationen

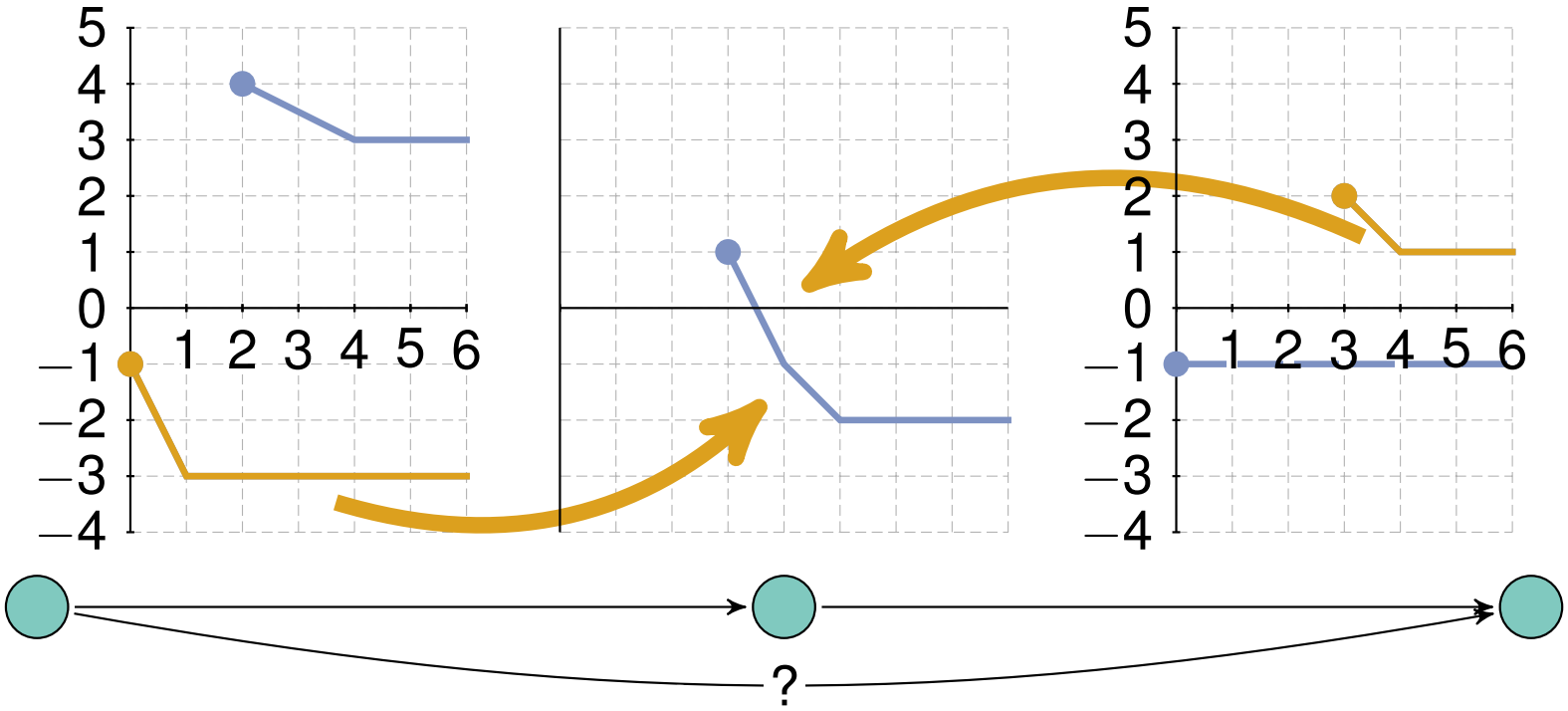


Entladende Pfade

Kontrahiere mehr Knoten?

Entladende Pfade: Verbrauch zu jedem Zeitpunkt nichtnegativ

- Es muss nur getestet werden, ob Akku leer
- Effizientere Operationen

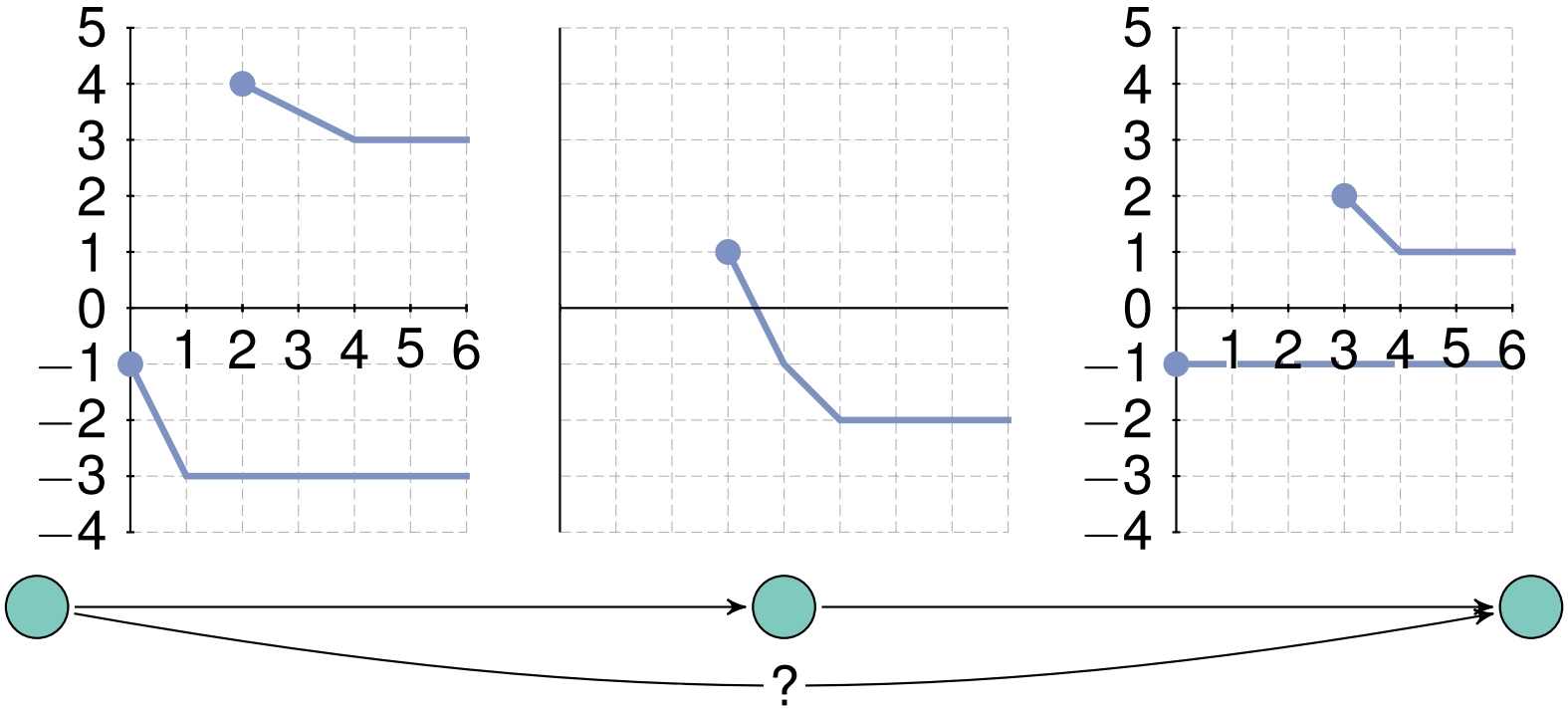


Entladende Pfade

Kontrahiere mehr Knoten?

Entladende Pfade: Verbrauch zu jedem Zeitpunkt nichtnegativ

- Es muss nur getestet werden, ob Akku leer
- Effizientere Operationen

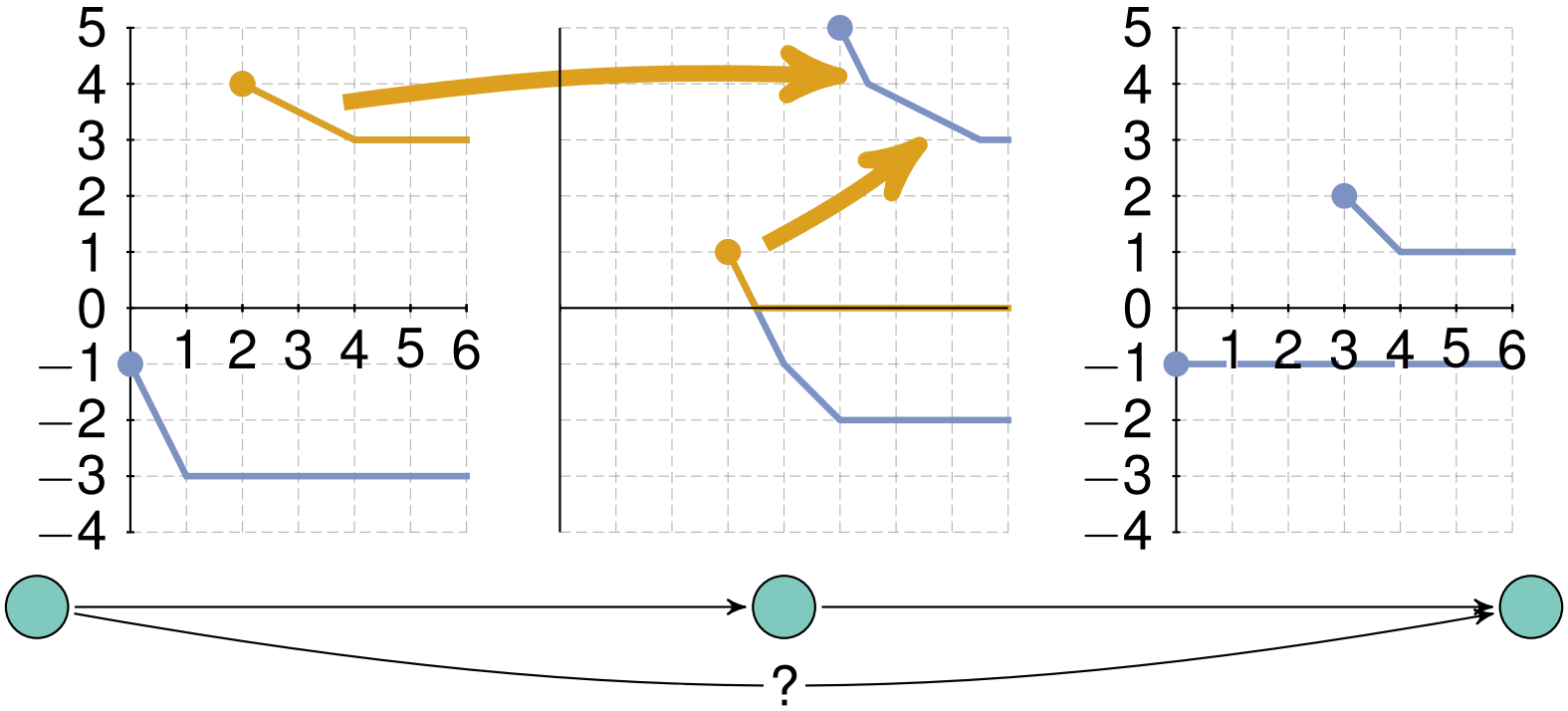


Entladende Pfade

Kontrahiere mehr Knoten?

Entladende Pfade: Verbrauch zu jedem Zeitpunkt nichtnegativ

- Es muss nur getestet werden, ob Akku leer
- Effizientere Operationen

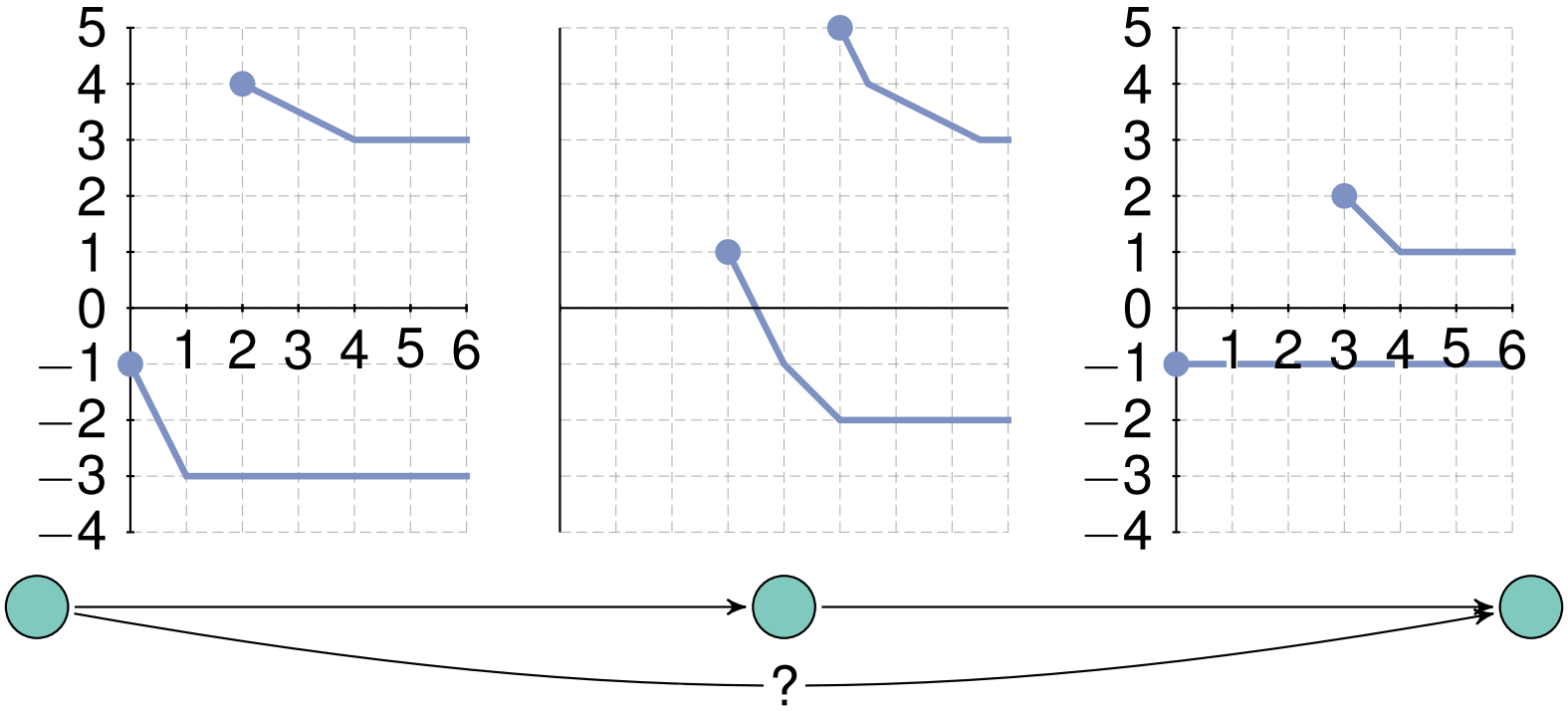


Entladende Pfade

Kontrahiere mehr Knoten?

Entladende Pfade: Verbrauch zu jedem Zeitpunkt nichtnegativ

- Es muss nur getestet werden, ob Akku leer
- Effizientere Operationen

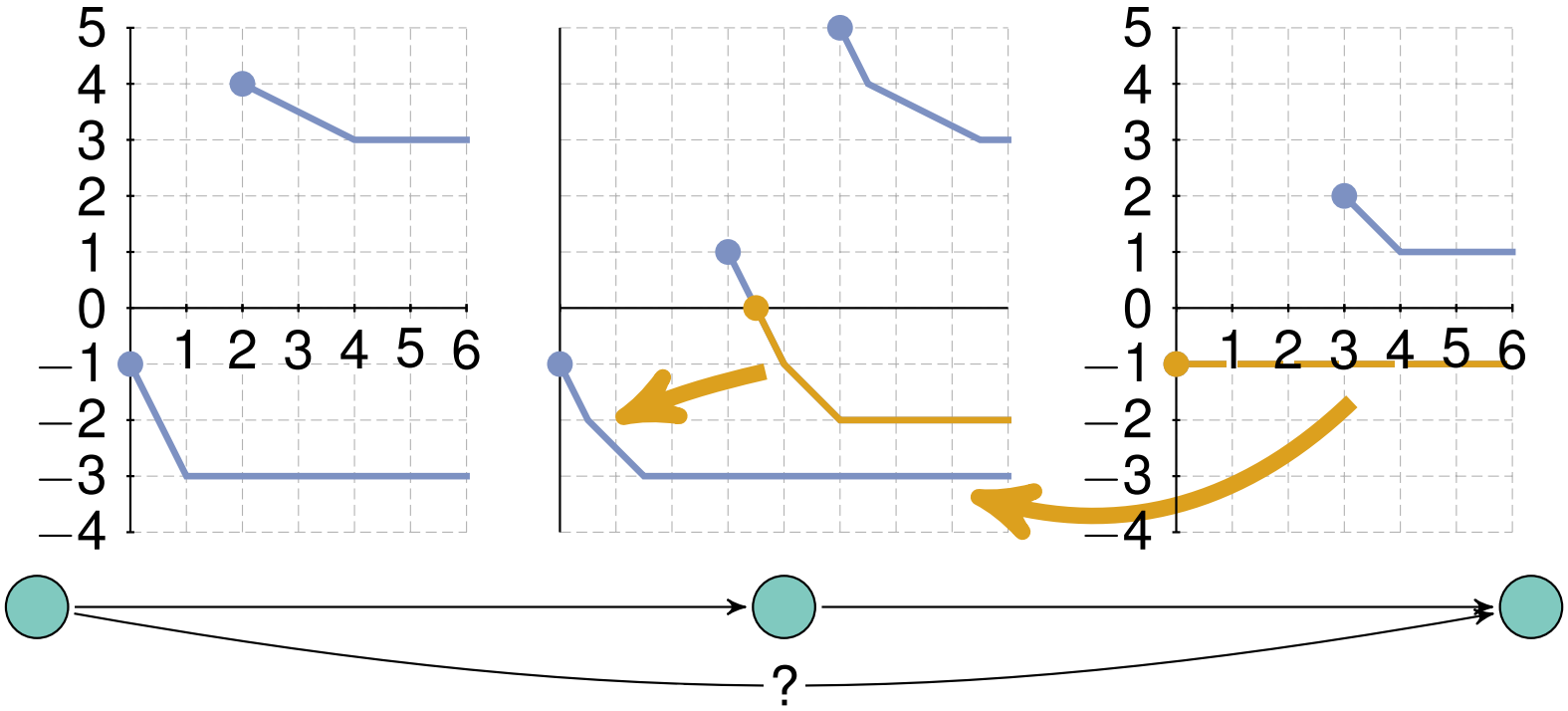


Entladende Pfade

Kontrahiere mehr Knoten?

Entladende Pfade: Verbrauch zu jedem Zeitpunkt nichtnegativ

- Es muss nur getestet werden, ob Akku leer
- Effizientere Operationen

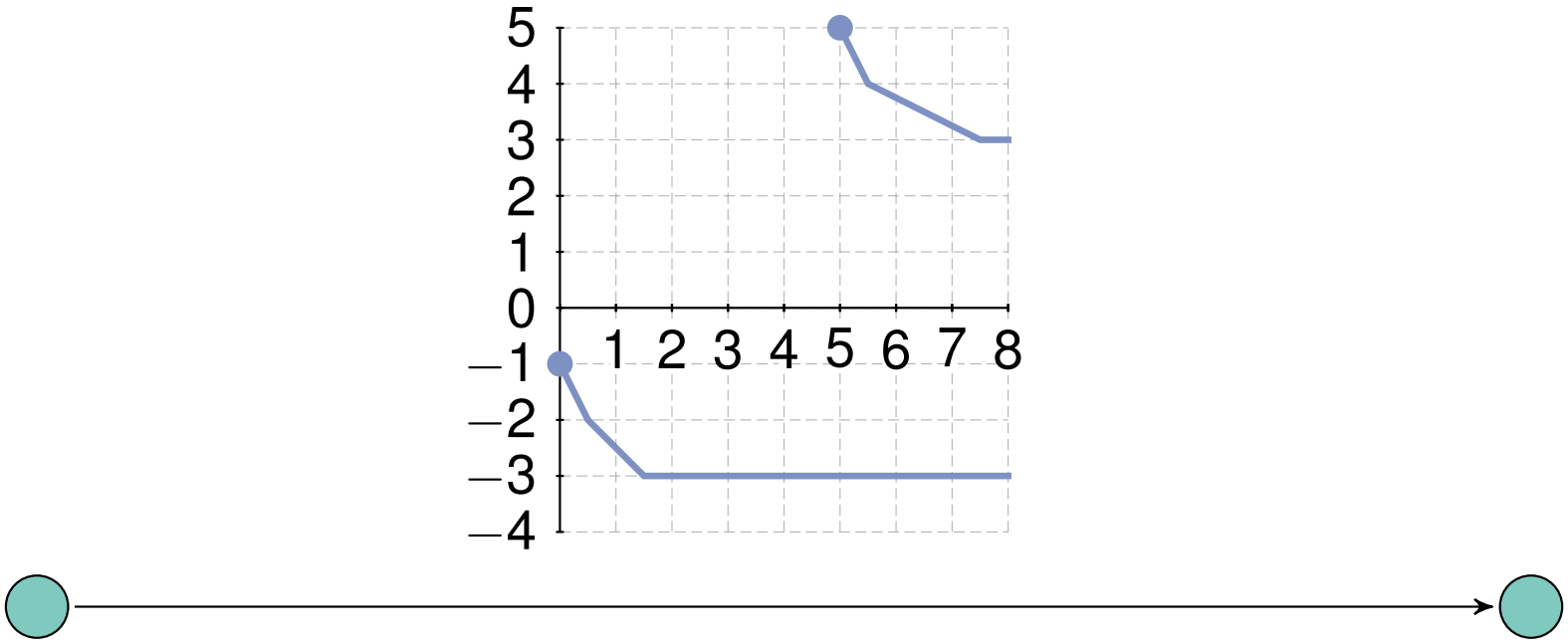


Entladende Pfade

Kontrahiere mehr Knoten?

Entladende Pfade: Verbrauch zu jedem Zeitpunkt nichtnegativ

- Es muss nur getestet werden, ob Akku leer
- Effizientere Operationen

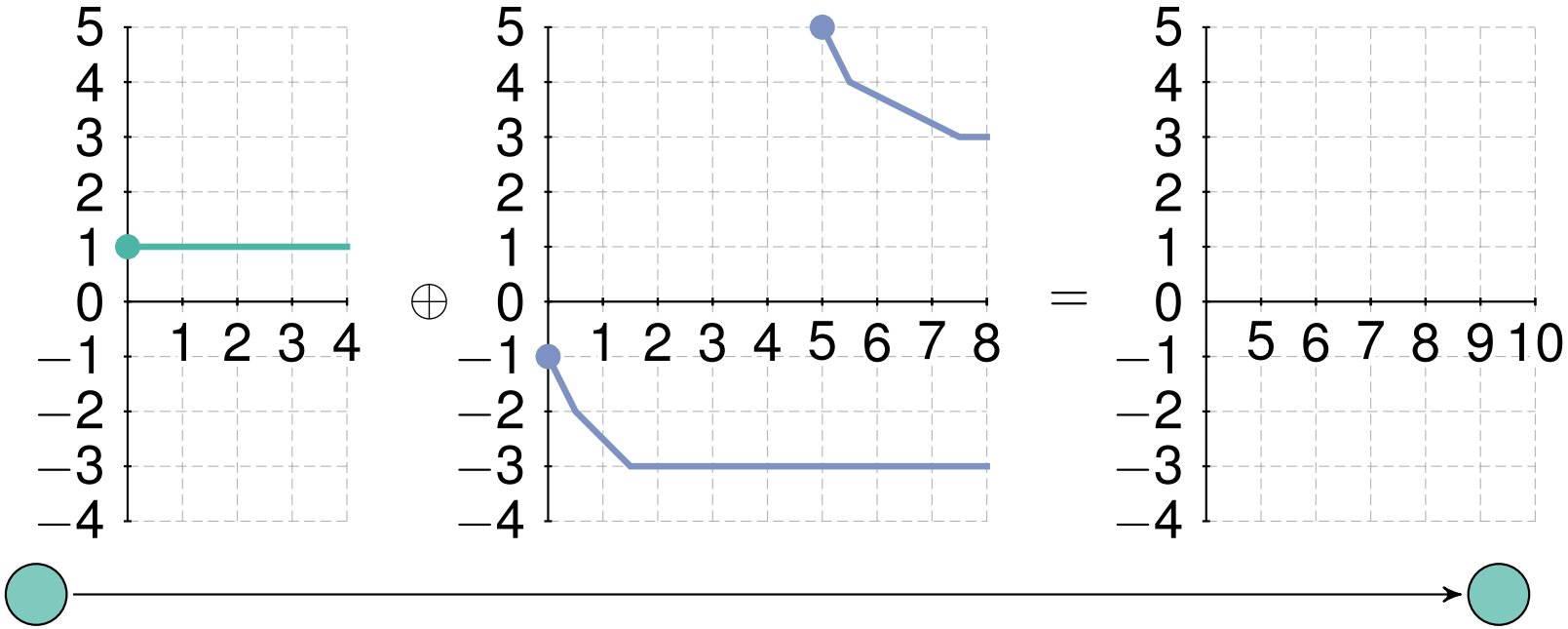


Entladende Pfade

Kontrahiere mehr Knoten?

Entladende Pfade: Verbrauch zu jedem Zeitpunkt nichtnegativ

- Es muss nur getestet werden, ob Akku leer
- Effizientere Operationen

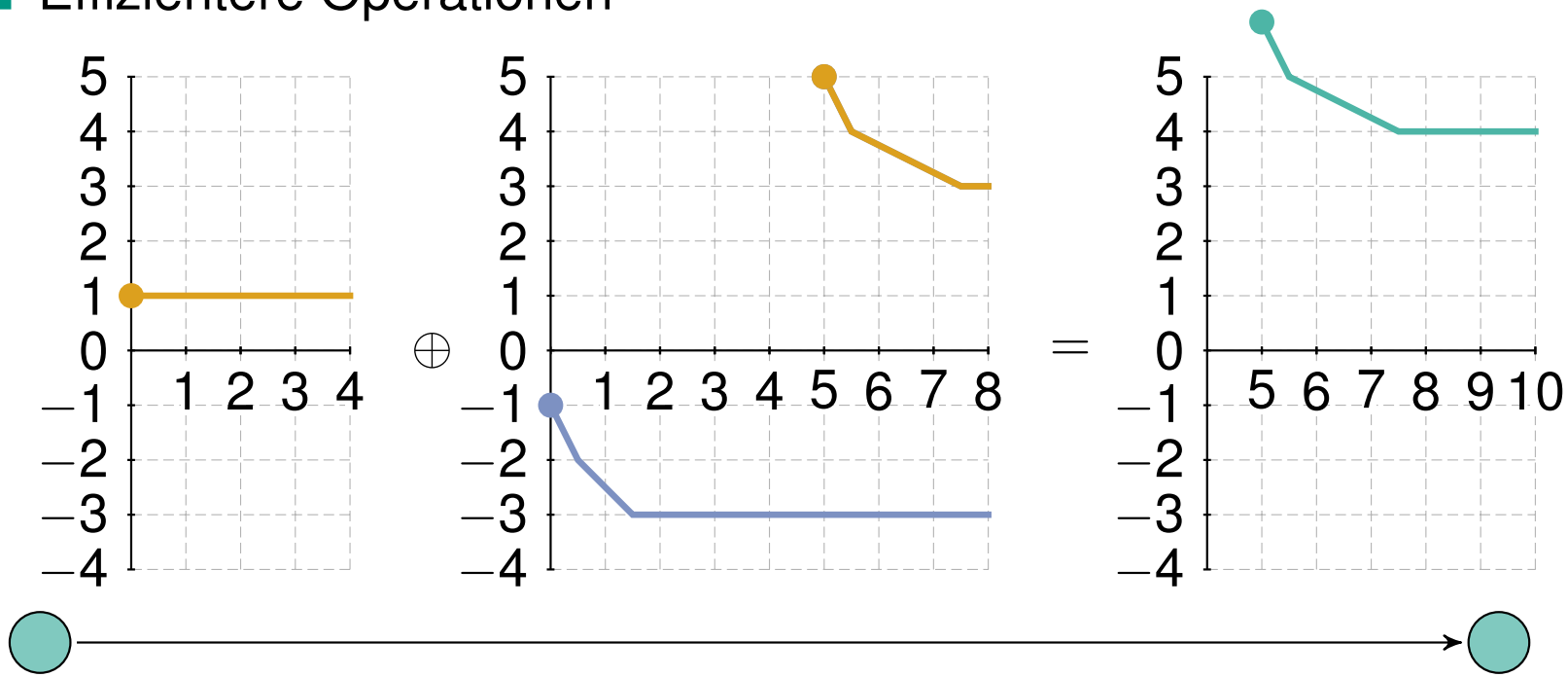


Entladende Pfade

Kontrahiere mehr Knoten?

Entladende Pfade: Verbrauch zu jedem Zeitpunkt nichtnegativ

- Es muss nur getestet werden, ob Akku leer
- Effizientere Operationen

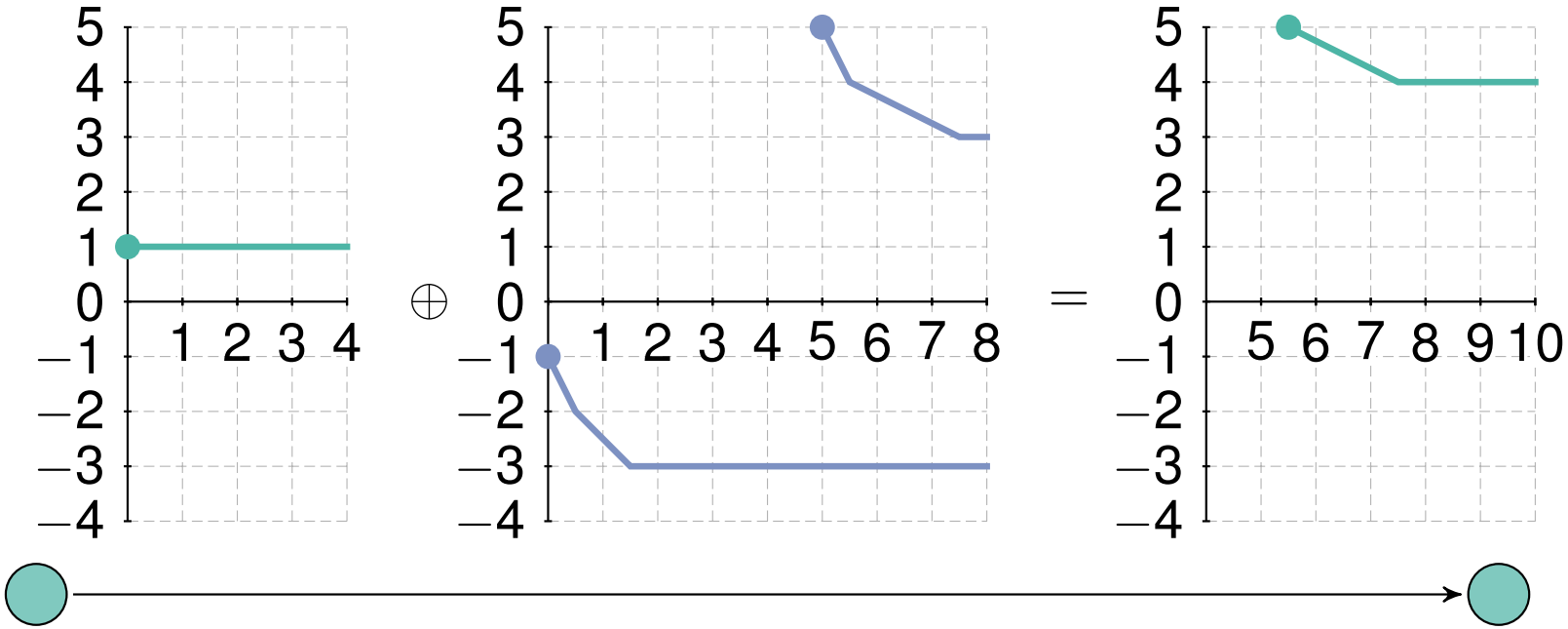


Entladende Pfade

Kontrahiere mehr Knoten?

Entladende Pfade: Verbrauch zu jedem Zeitpunkt nichtnegativ

- Es muss nur getestet werden, ob Akku leer
- Effizientere Operationen

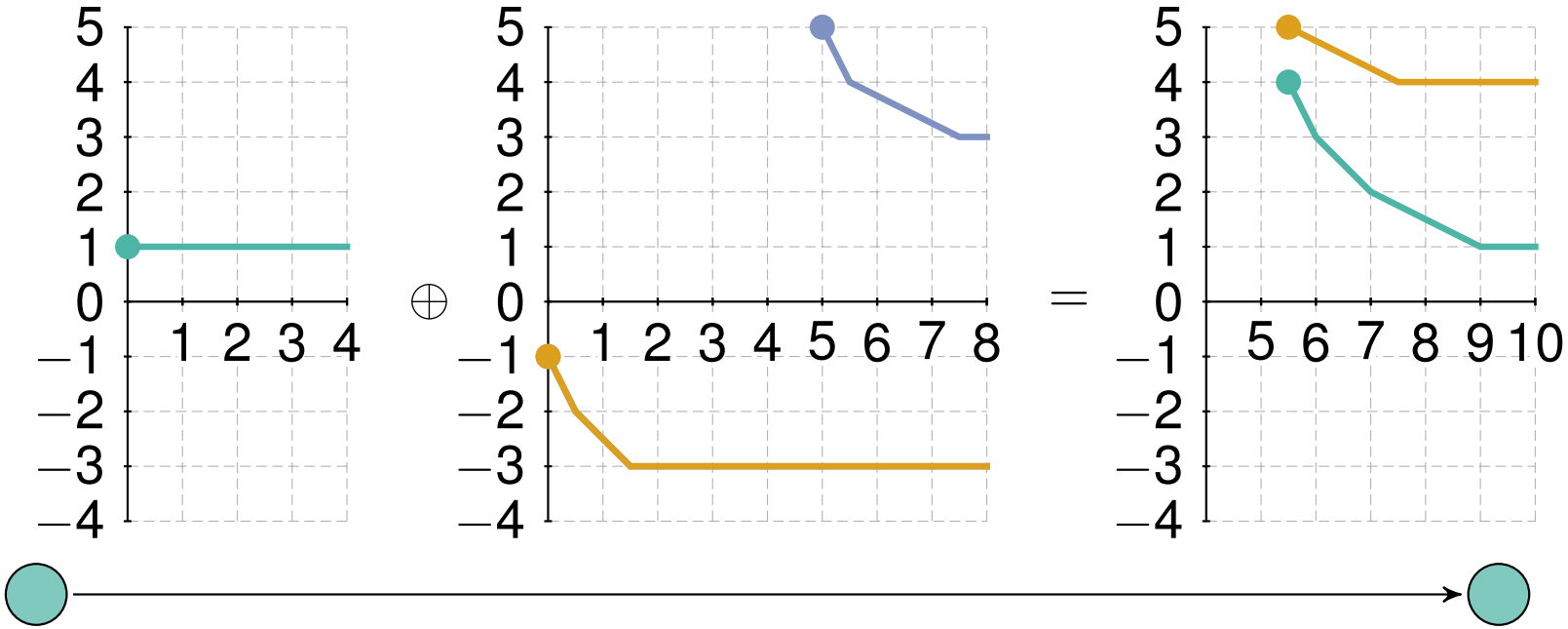


Entladende Pfade

Kontrahiere mehr Knoten?

Entladende Pfade: Verbrauch zu jedem Zeitpunkt nichtnegativ

- Es muss nur getestet werden, ob Akku leer
- Effizientere Operationen

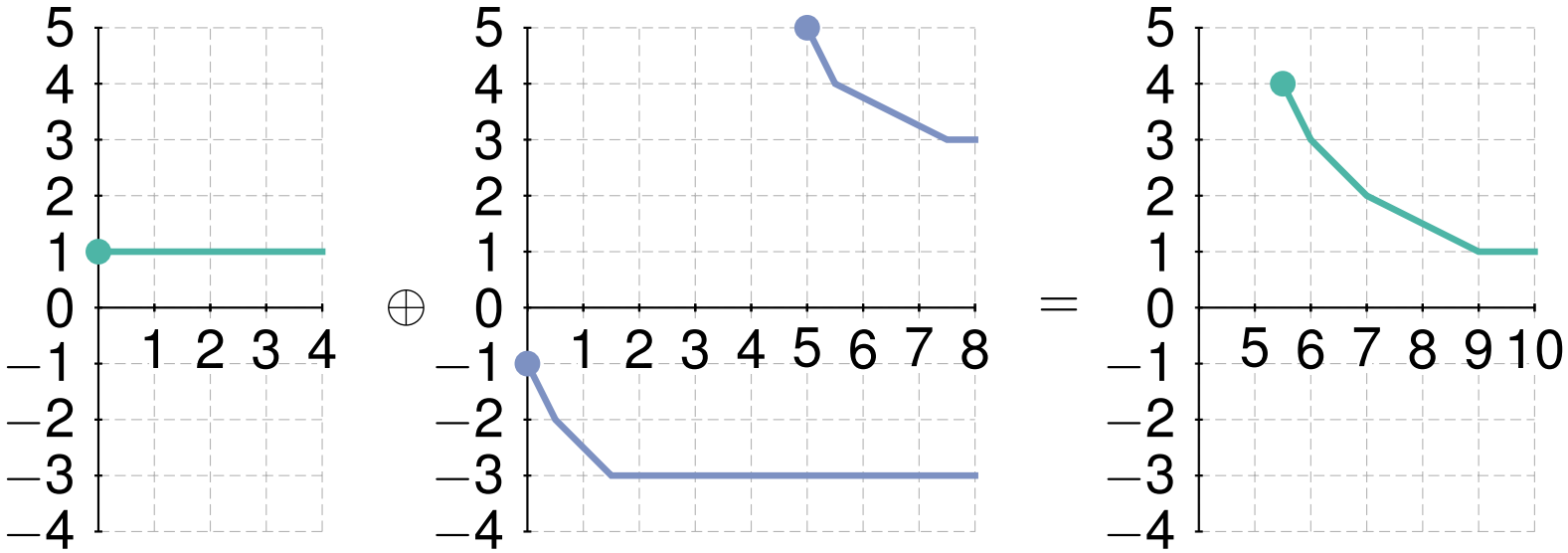


Entladende Pfade

Kontrahiere mehr Knoten?

Entladende Pfade: Verbrauch zu jedem Zeitpunkt nichtnegativ

- Es muss nur getestet werden, ob Akku leer
- Effizientere Operationen



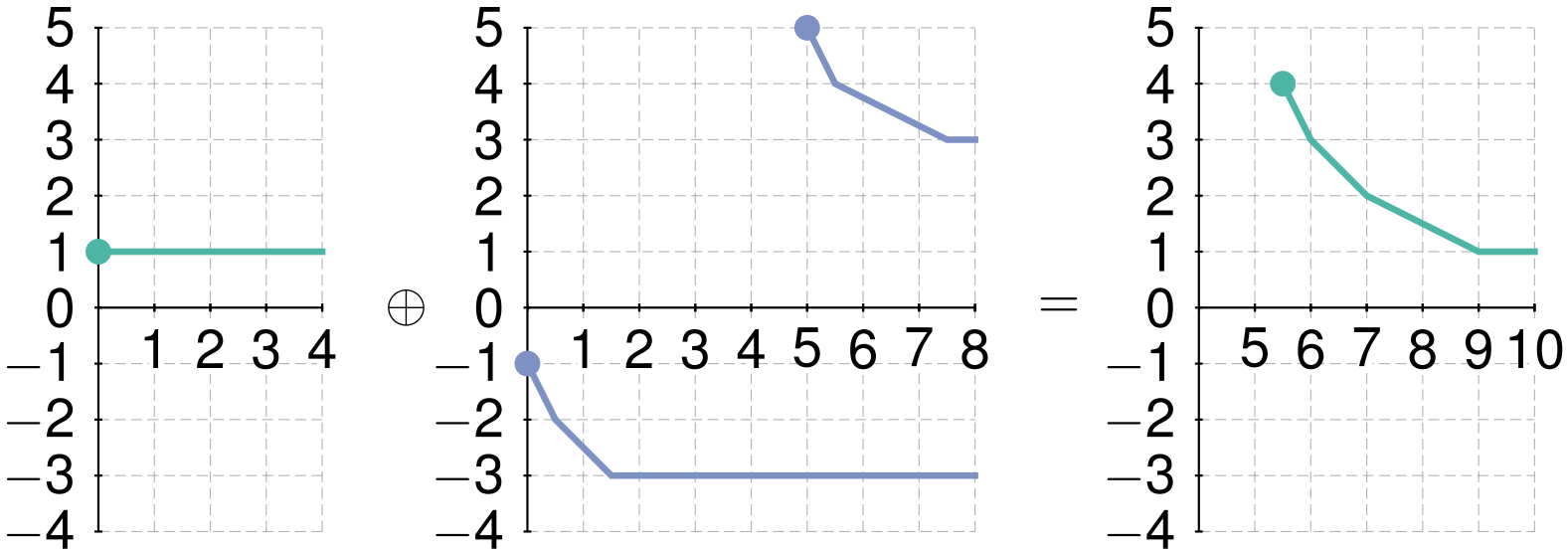
$\Rightarrow$ Kontrahiere Knoten inzident zu entladenden Shortcuts

Entladende Pfade

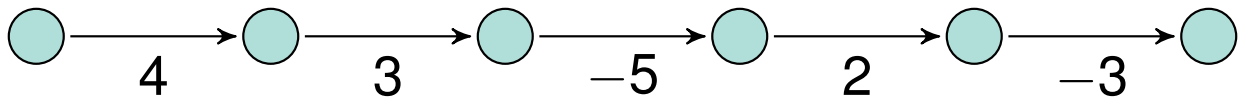
Kontrahiere mehr Knoten?

Entladende Pfade: Verbrauch zu jedem Zeitpunkt nichtnegativ

- Es muss nur getestet werden, ob Akku leer
- Effizientere Operationen



$\Rightarrow$ Kontrahiere Knoten inzident zu entladenden Shortcuts

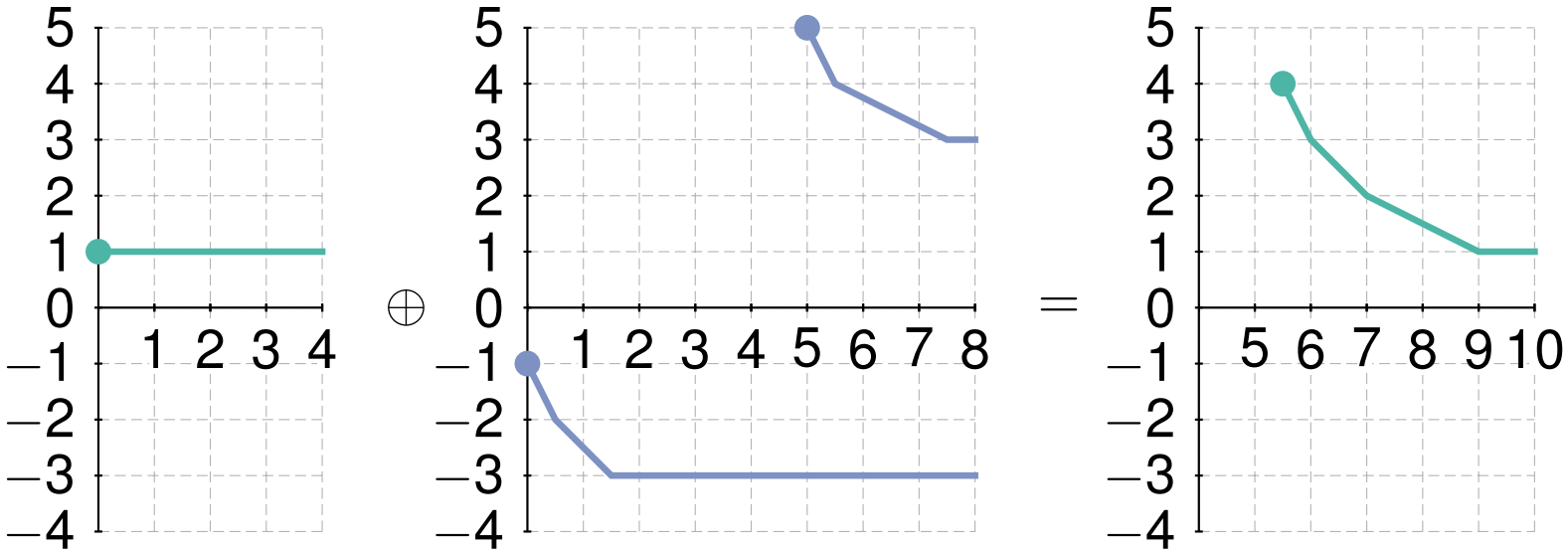


Entladende Pfade

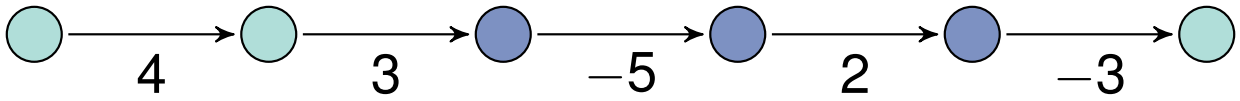
Kontrahiere mehr Knoten?

Entladende Pfade: Verbrauch zu jedem Zeitpunkt nichtnegativ

- Es muss nur getestet werden, ob Akku leer
- Effizientere Operationen



⇒ Kontrahiere Knoten inzident zu entladenden Shortcuts

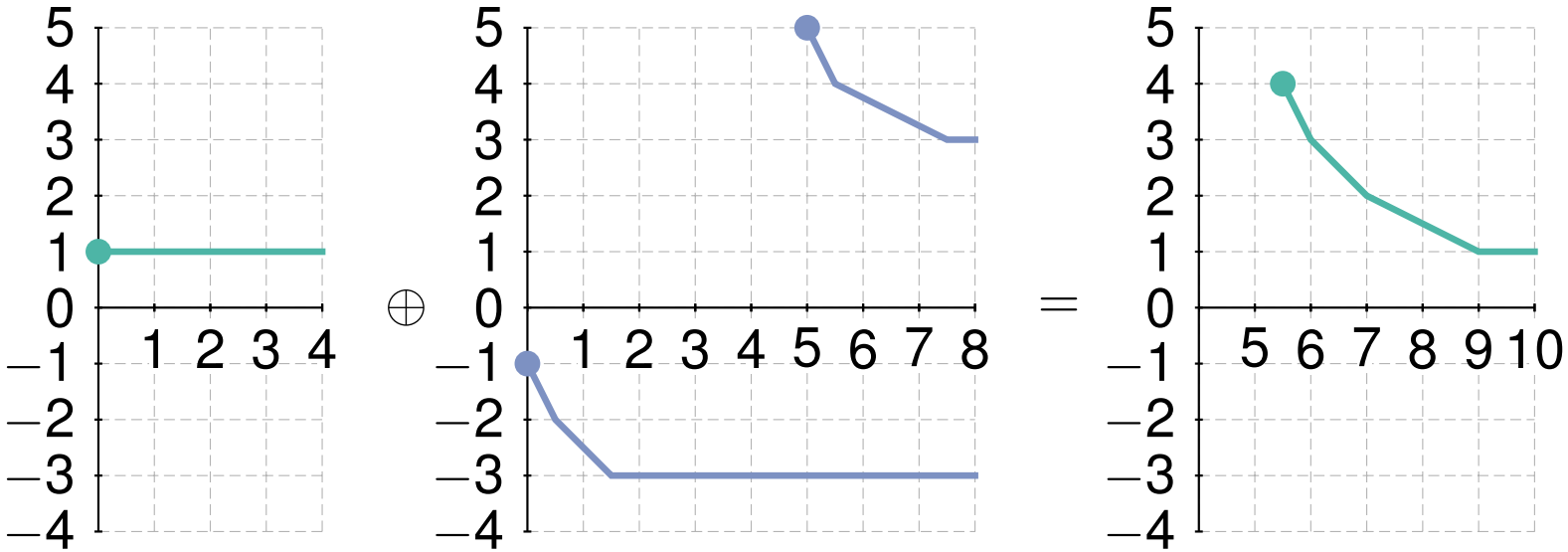


Entladende Pfade

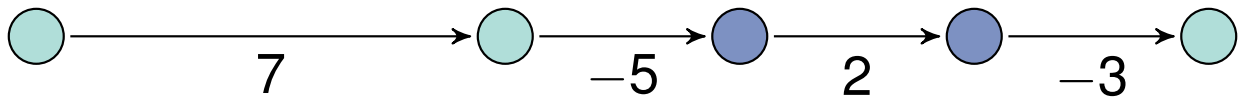
Kontrahiere mehr Knoten?

Entladende Pfade: Verbrauch zu jedem Zeitpunkt nichtnegativ

- Es muss nur getestet werden, ob Akku leer
- Effizientere Operationen



$\Rightarrow$ Kontrahiere Knoten inzident zu entladenden Shortcuts

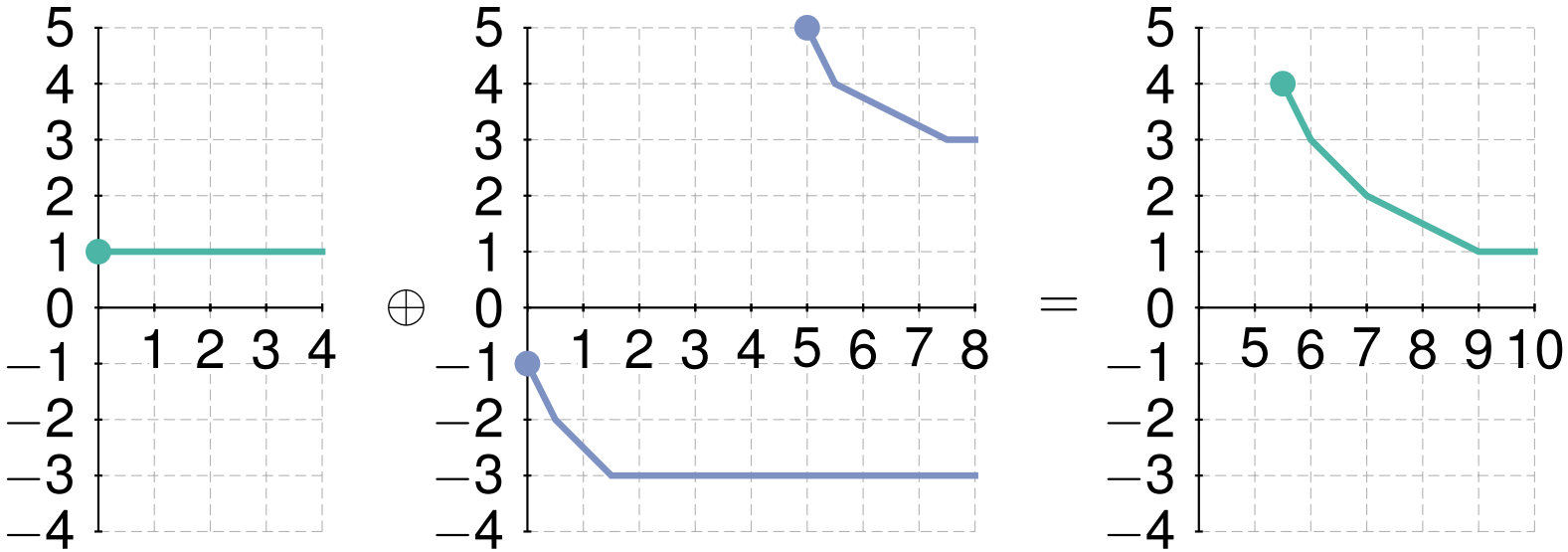


Entladende Pfade

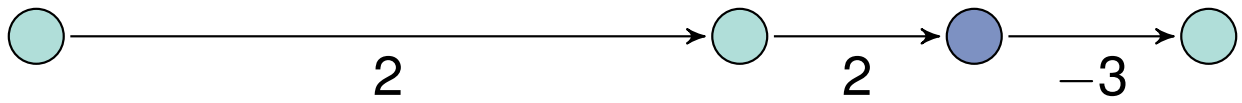
Kontrahiere mehr Knoten?

Entladende Pfade: Verbrauch zu jedem Zeitpunkt nichtnegativ

- Es muss nur getestet werden, ob Akku leer
- Effizientere Operationen



$\Rightarrow$ Kontrahiere Knoten inzident zu entladenden Shortcuts

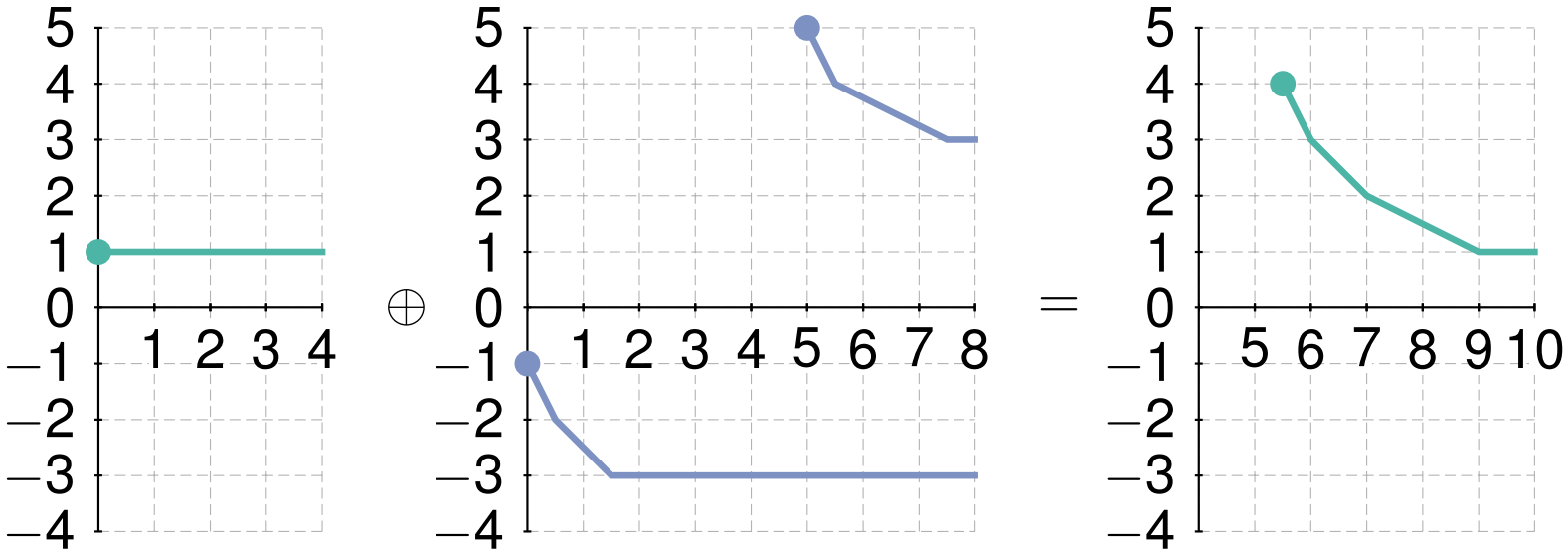


Entladende Pfade

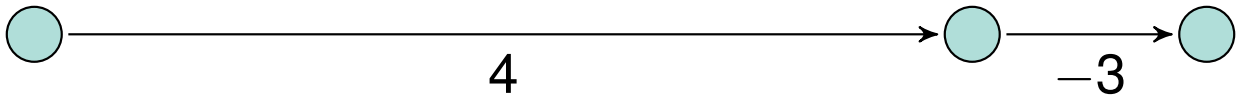
Kontrahiere mehr Knoten?

Entladende Pfade: Verbrauch zu jedem Zeitpunkt nichtnegativ

- Es muss nur getestet werden, ob Akku leer
- Effizientere Operationen



⇒ Kontrahiere Knoten inzident zu entladenden Shortcuts

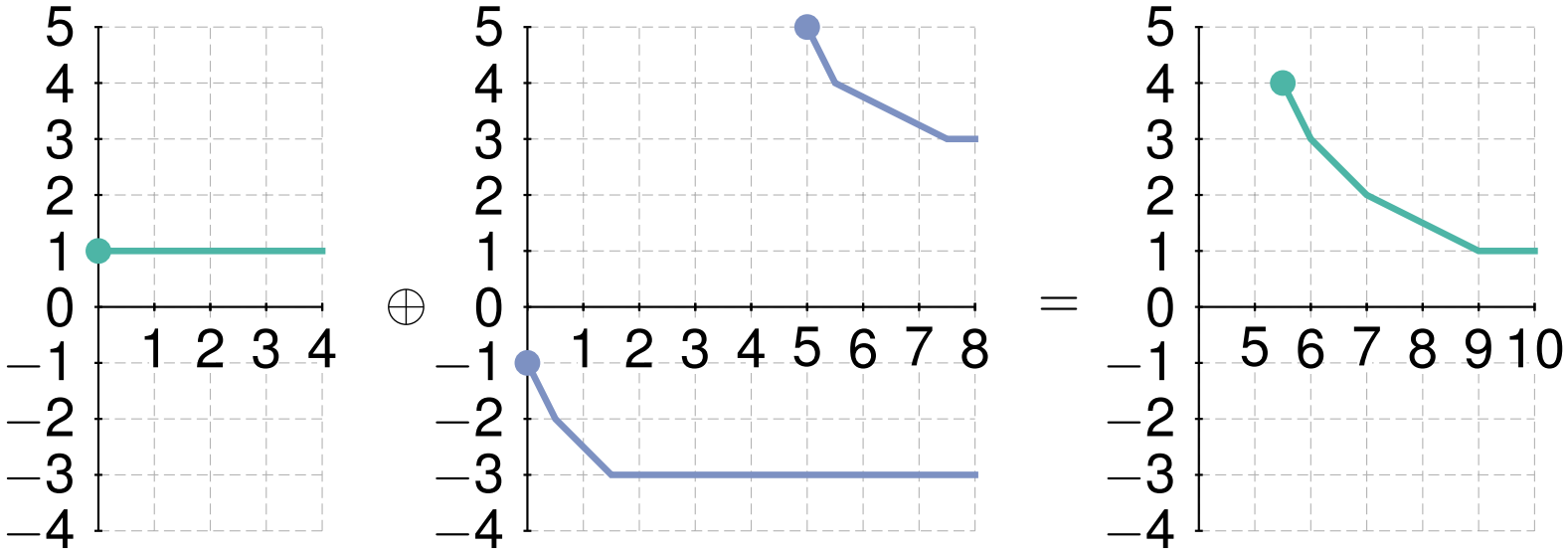


Entladende Pfade

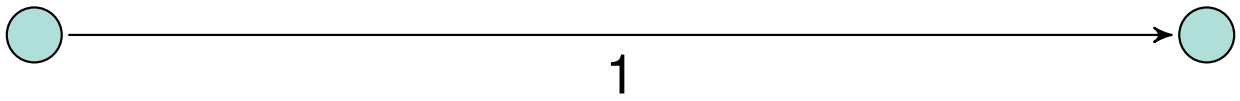
Kontrahiere mehr Knoten?

Entladende Pfade: Verbrauch zu jedem Zeitpunkt nichtnegativ

- Es muss nur getestet werden, ob Akku leer
- Effizientere Operationen



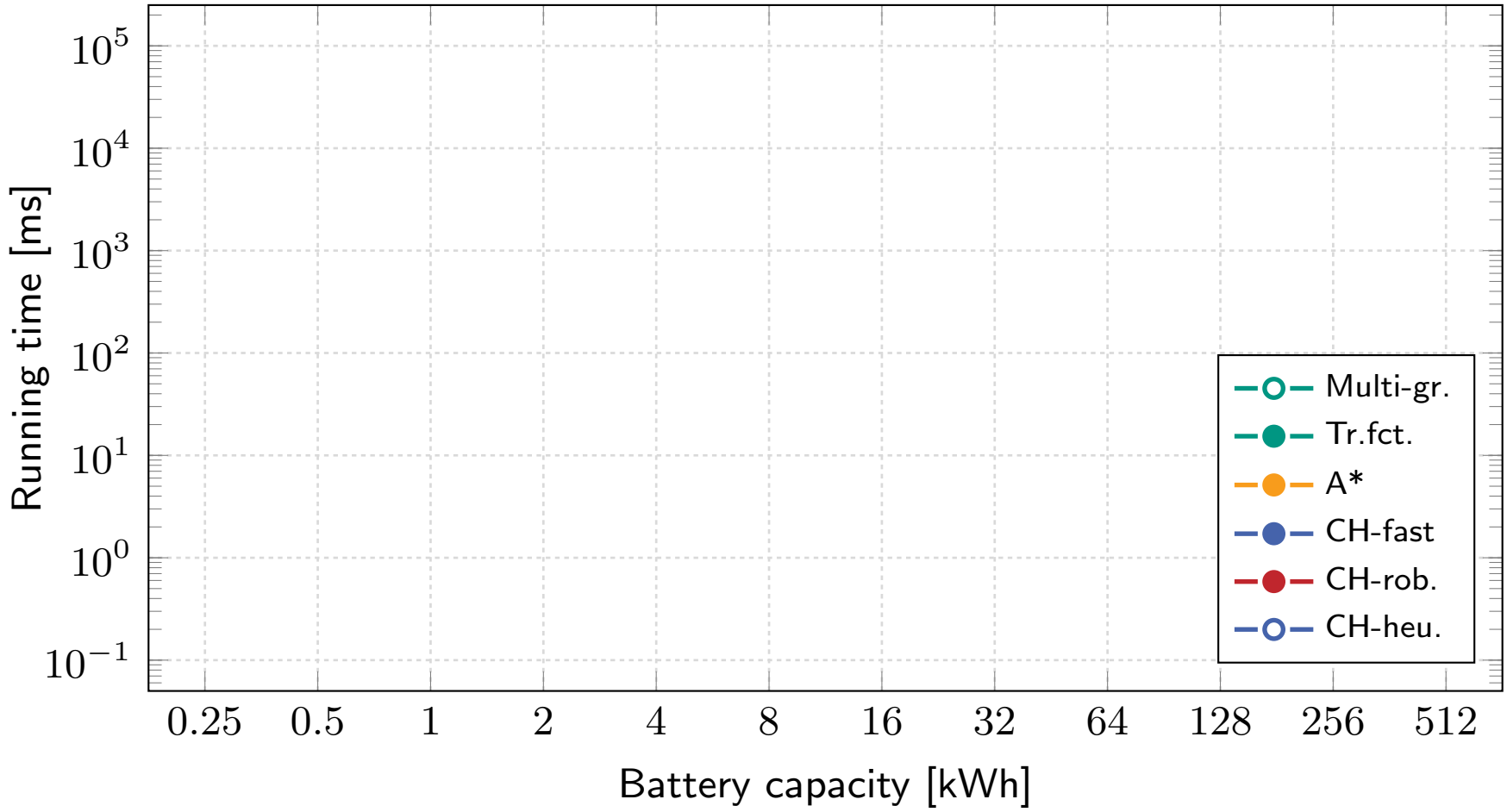
$\Rightarrow$ Kontrahiere Knoten inzident zu entladenden Shortcuts



Experimente

- Road network of Europe; max. running time: 60 min.

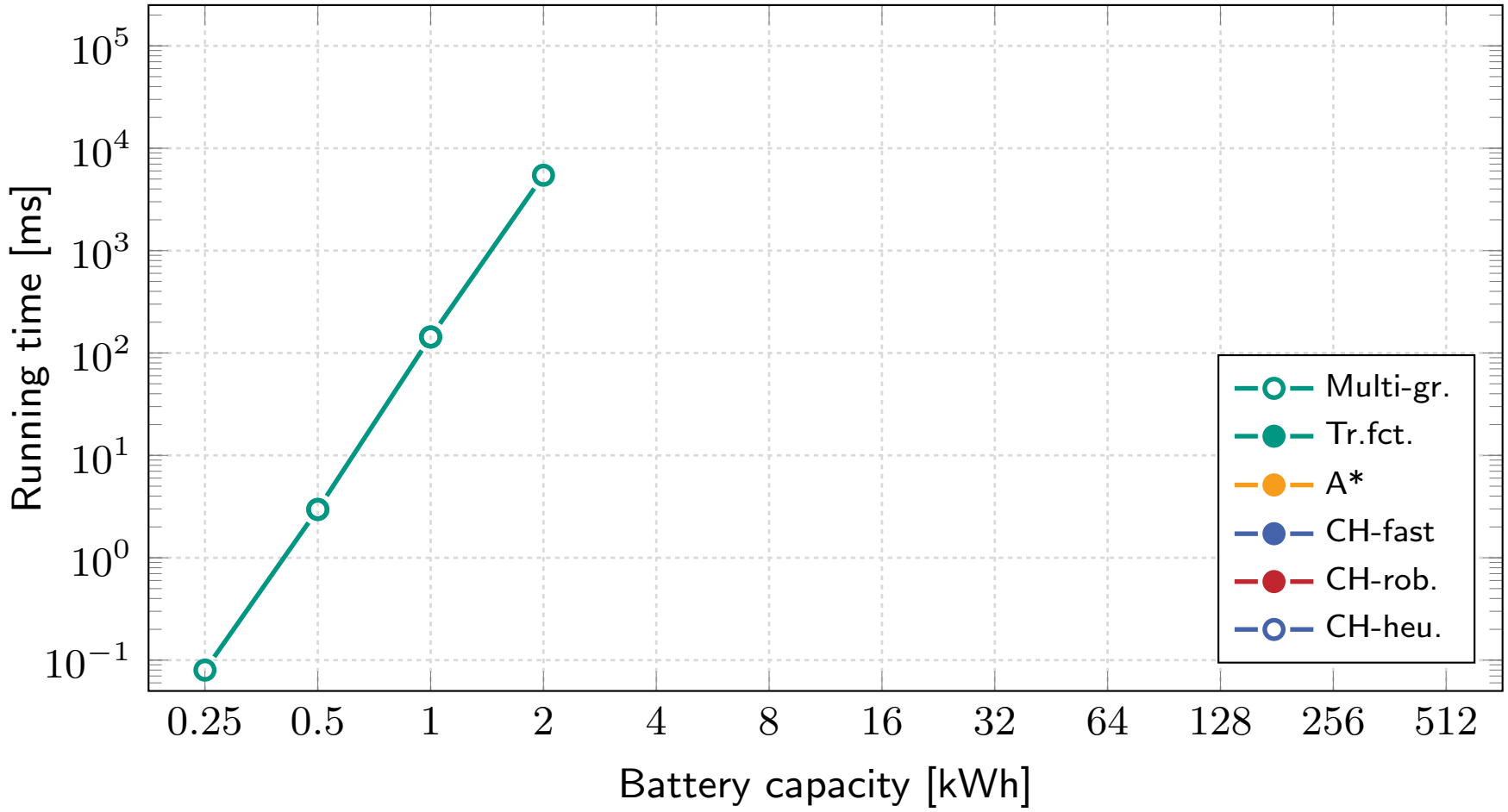
Hardware: Intel Xeon E5-1630v3, 3.7 GHz, 128 GiB RAM



Experimente

- Road network of Europe; max. running time: 60 min.

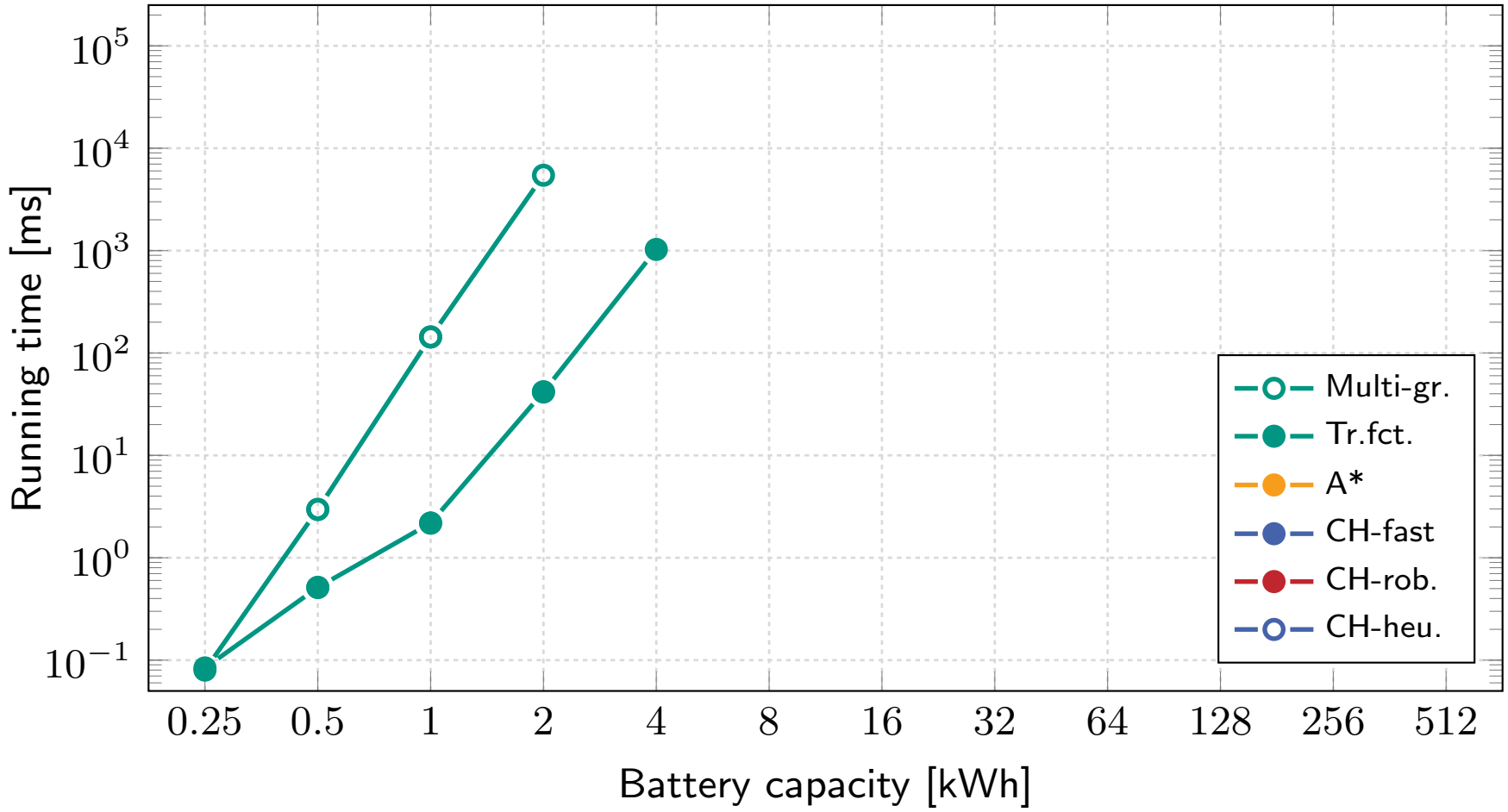
Hardware: Intel Xeon E5-1630v3, 3.7 GHz, 128 GiB RAM



Experimente

- Road network of Europe; max. running time: 60 min.

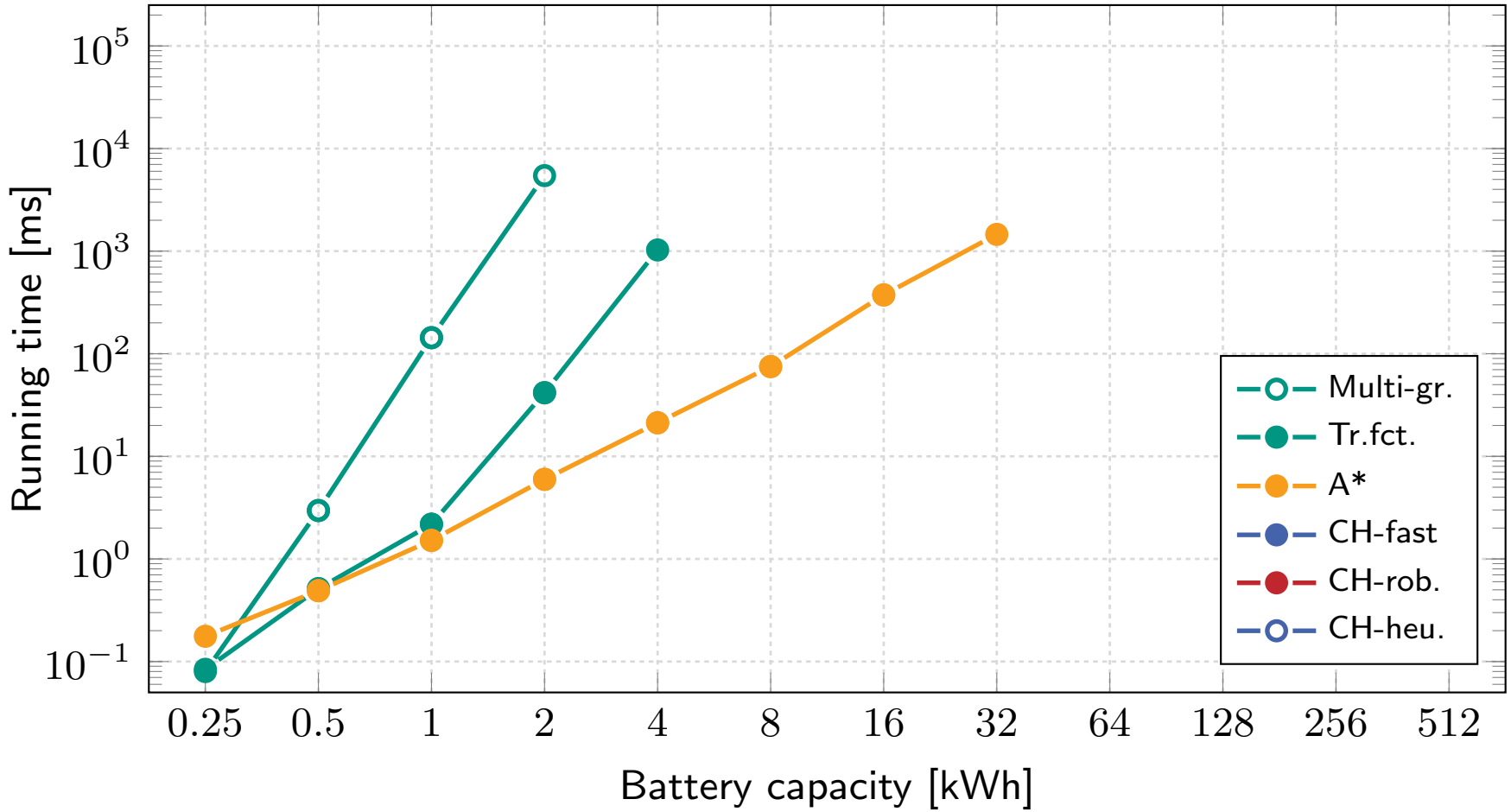
Hardware: Intel Xeon E5-1630v3, 3.7 GHz, 128 GiB RAM



Experimente

- Road network of Europe; max. running time: 60 min.

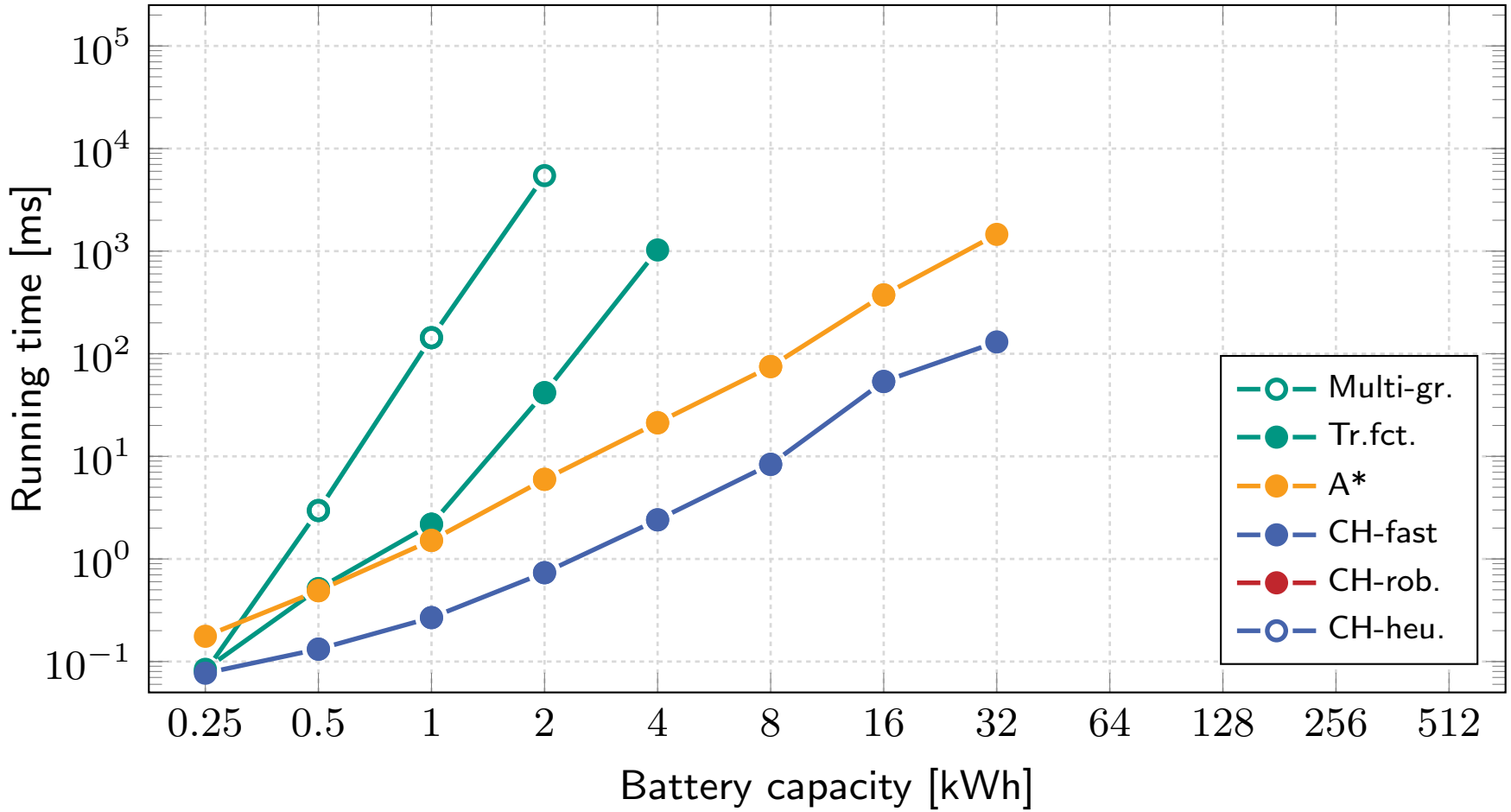
Hardware: Intel Xeon E5-1630v3, 3.7 GHz, 128 GiB RAM



Experimente

- Road network of Europe; max. running time: 60 min.

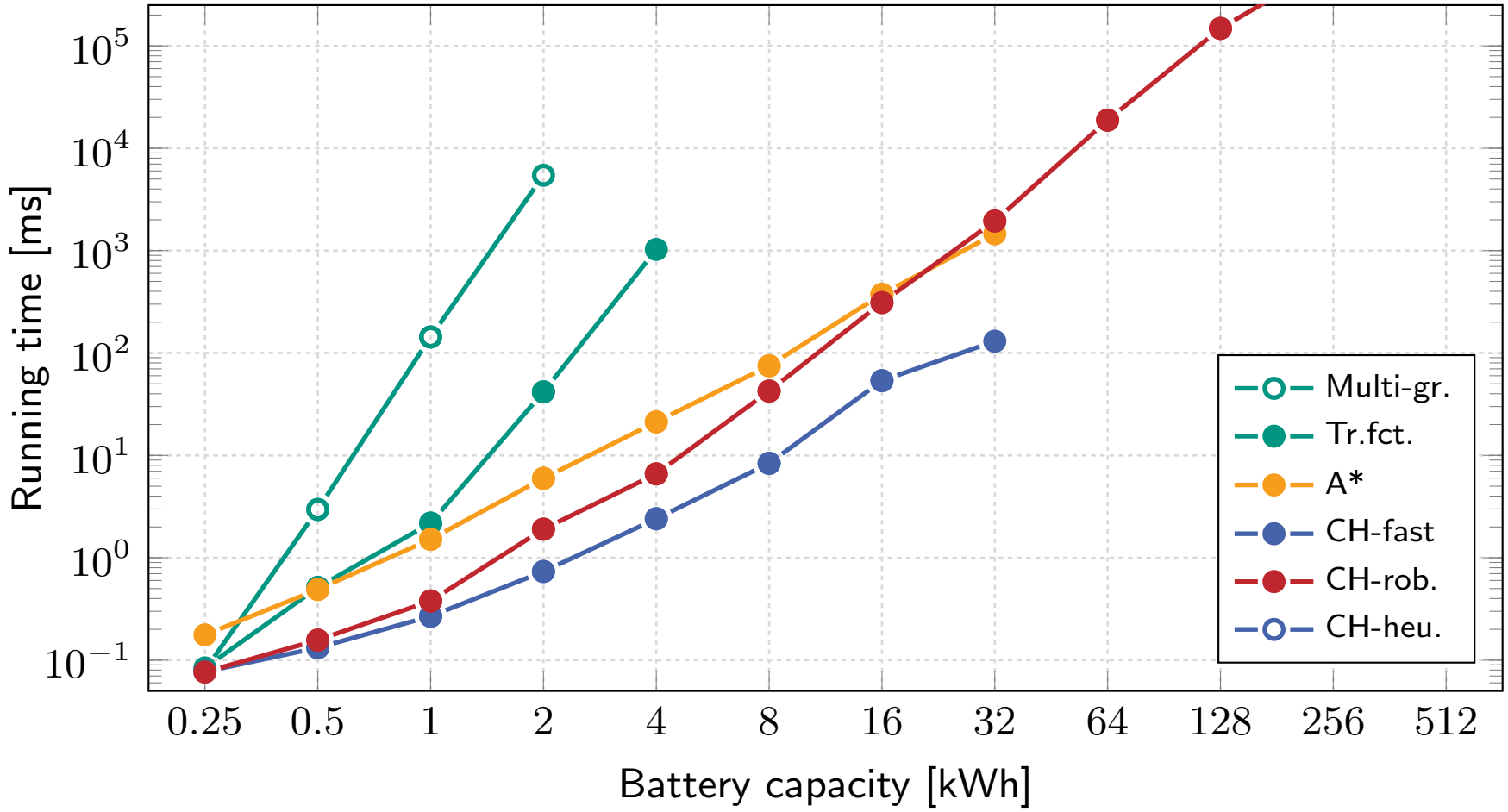
Hardware: Intel Xeon E5-1630v3, 3.7 GHz, 128 GiB RAM



Experimente

- Road network of Europe; max. running time: 60 min.

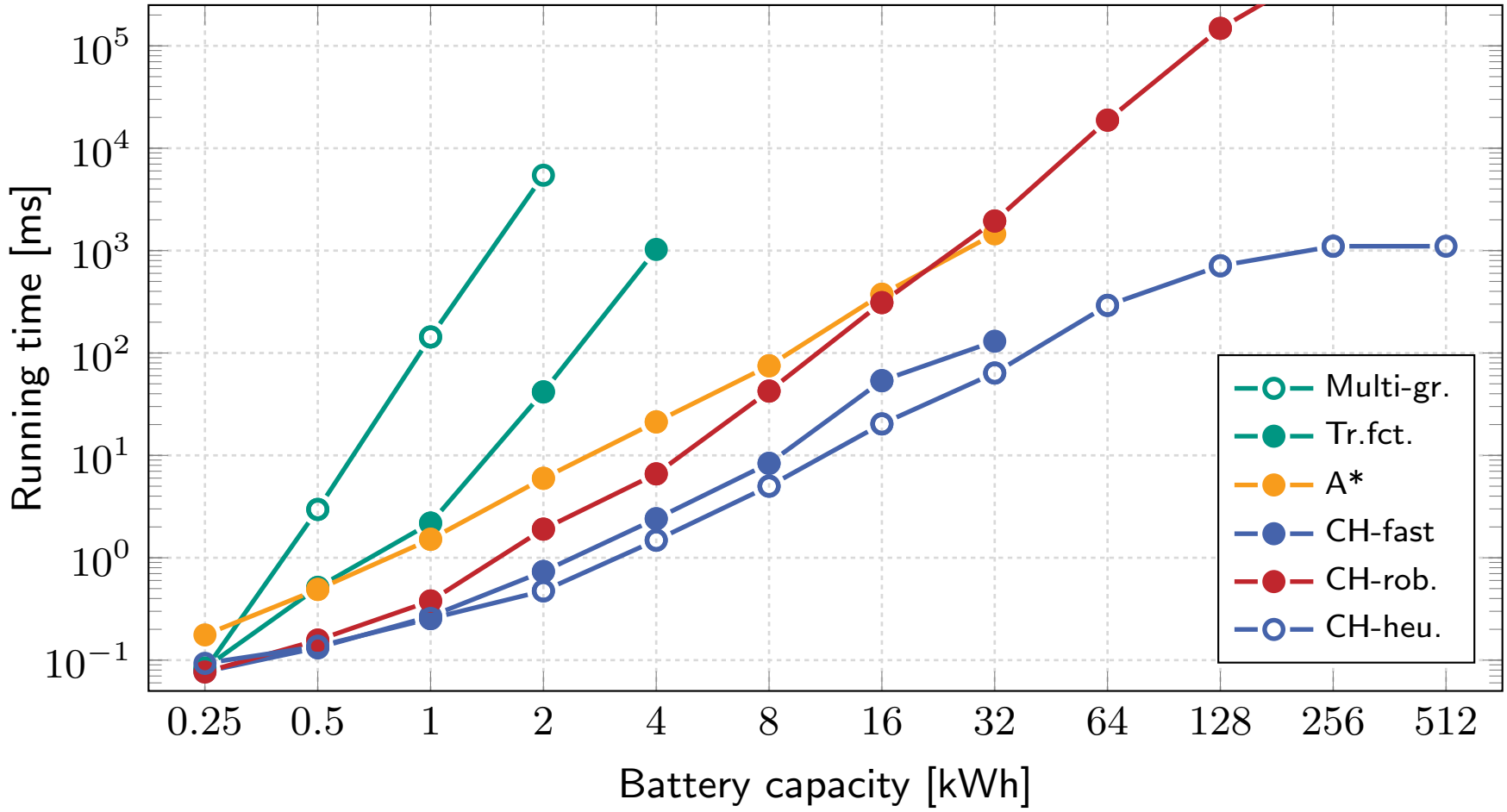
Hardware: Intel Xeon E5-1630v3, 3.7 GHz, 128 GiB RAM



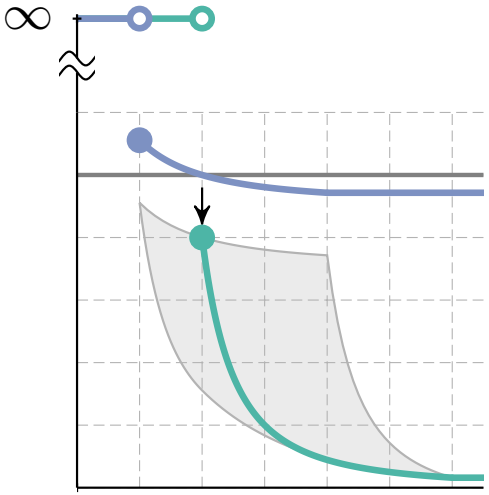
Experimente

- Road network of Europe; max. running time: 60 min.

Hardware: Intel Xeon E5-1630v3, 3.7 GHz, 128 GiB RAM



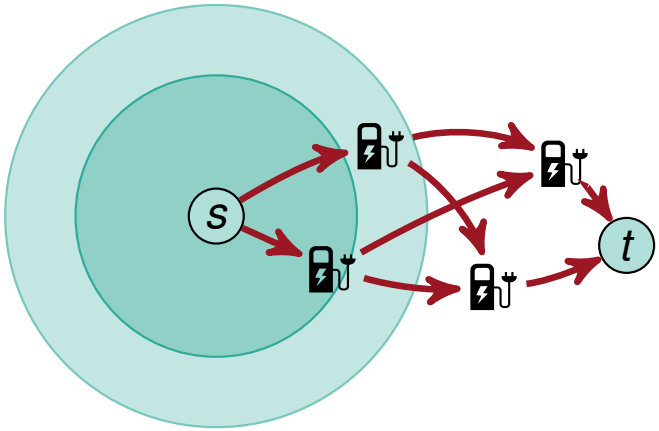
Zusammenfassung



Constrained Shortest Paths für EVs

- $\mathcal{NP}$-schwere Probleme
- Realistische Modelle
- Engineering, Speedup-Techniken

Optimale Resultate in wenigen Sekunden für realistische Anfragen



Offene Punkte

- Laden + Geschwindigkeit
- Turn costs
- Mehr Heuristiken
- Zeitabhängigkeit

Literatur I

Moritz Baum, Julian Dibbelt, Andreas Gemsa, Dorothea Wagner, and Tobias Zündorf.

Shortest feasible paths with charging stops for battery electric vehicles.

In *Proceedings of the 23rd ACM SIGSPATIAL International Conference on Advances in Geographic Information Systems*, pages 44:1–44:10. ACM Press, 2015.

Moritz Baum, Julian Dibbelt, Lorenz Hübschle-Schneider, Thomas Pajor, and Dorothea Wagner.

Speed-consumption tradeoff for electric vehicle route planning.

In *Proceedings of the 14th Workshop on Algorithmic Approaches for Transportation Modeling, Optimization, and Systems (ATMOS'14)*, volume 42 of *OpenAccess Series in Informatics (OASIcs)*, pages 138–151. Schloss Dagstuhl - Leibniz-Zentrum für Informatik, 2014.

Moritz Baum, Julian Dibbelt, Dorothea Wagner, and Tobias Zündorf.

Modeling and engineering constrained shortest path algorithms for battery electric vehicles.

In *Proceedings of the 25th Annual European Symposium on Algorithms (ESA'17)*, volume 87 of *Leibniz International Proceedings in Informatics*, pages 11:1–11:16, 2017.