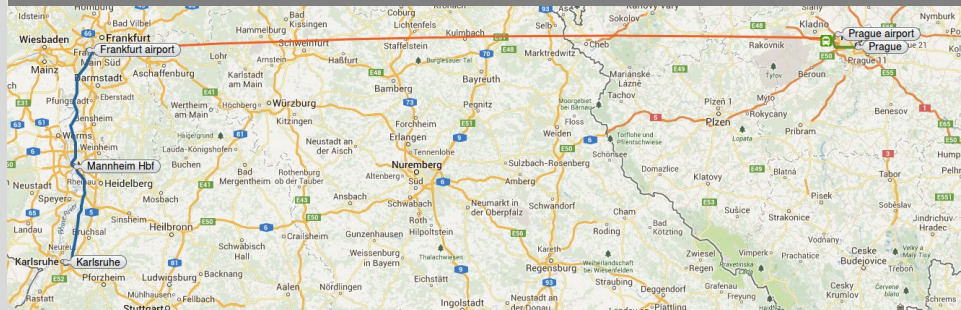


# Algorithmen für Routenplanung

20. Vorlesung, Sommersemester 2018

Tobias Zündorf | 16. Juli 2018

INSTITUT FÜR THEORETISCHE INFORMATIK · ALGORITHMIK · PROF. DR. DOROTHEA WAGNER



## Routenplanung in Transportnetzwerken:

- Dijkstras Algorithmus zu langsam in Praxis
- ⇒ Unmengen *Beschleunigungstechniken* [BDG<sup>+</sup>16, Som12].
- Sehr hohe Beschl. auf Straßennetzwerken [ADGW11, ALS13].
- Moderate Beschl. auf Public Transit [BDGM09, BDW11, DDPW15].

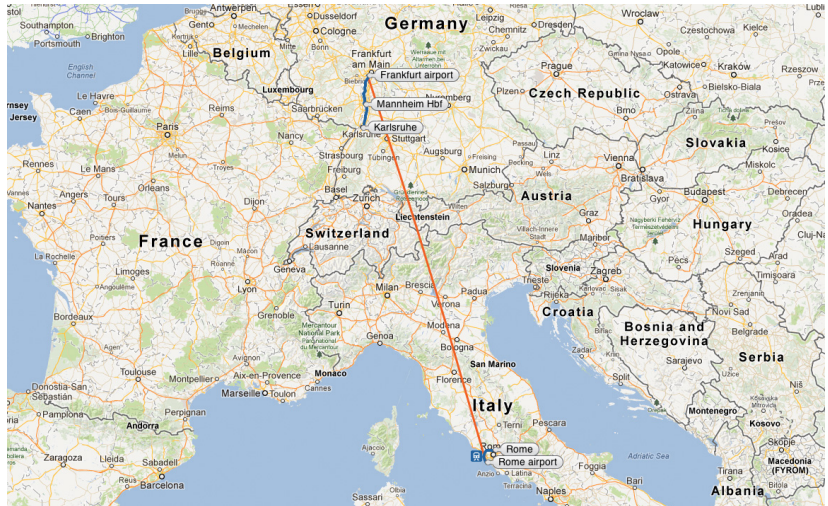
## Aber hauptsächlich uni-modale Routenplanung:

- Beschränkt auf ein Transportnetzwerk.
- Mit einer einzigen Art Zeitabhängigkeit, wenn überhaupt.

## Realistische Szenarien sind multi-modal:

- Zwischen beliebigen Orten. . .
- in einem *gemischten Netzwerk* verschiedener Transportmodi.

# Multimodale Routenplanung

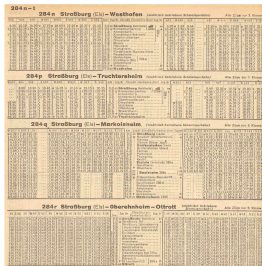


<http://some2rio.com>

# *Modellierung*

**Geg.:** Transportnetzwerke, bestehend aus

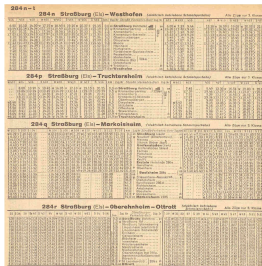
- Privatauto/Taxi,
- Laufen,
- Fahrplanbasiertem Öffentlichen Verkehr,
- Flügen,
- Fahrradleihstationen;
- verknüpft, um zwischen Modalitäten zu wechseln.



The image displays four historical train timetables from the 19th century, arranged vertically. Each timetable is a dense grid of text, likely representing departure and arrival times for various train services. The titles of the timetables are: 204 n-1 Strößberg (S) - Westhofen, 204 p Strößberg (S) - Truchlarsheim, 204 q Strößberg (S) - Merksheim, and 204 r Strößberg (S) - Orlauf. The text is small and difficult to read, but the layout is consistent across all four, with columns for different train services and rows for specific times or stations.

**Geg.:** Transportnetzwerke, bestehend aus

- Privatauto/Taxi,
- Laufen,
- Fahrplanbasiertem Öffentlichen Verkehr,
- Flügen,
- Fahrradleihstationen;
- verknüpft, um zwischen Modalitäten zu wechseln.



The image shows four pages of a German railway timetable (Fahrplan) for the region around Strößburg. The pages are titled as follows:

- 284 n-1 Strößburg (Stb) - Westhofen
- 284 p Strößburg (Stb) - Truchlarsheim
- 284 q Strößburg (Stb) - Merksheim
- 284 r Strößburg (Stb) - Oberrösch

Each page contains a detailed table of train services, including departure and arrival times, and the names of the stations served.

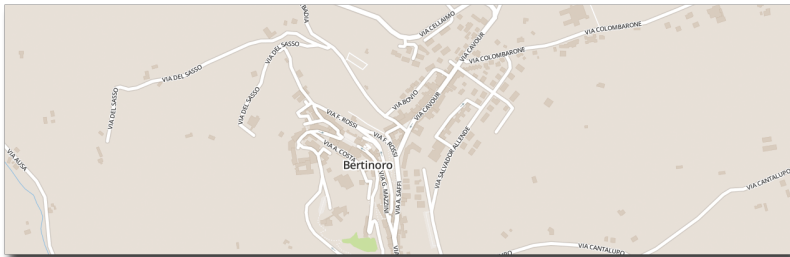
**Klassisches Ziel:** Für Positionen  $s$ ,  $t$ , und Abfahrtszeit  $\tau$ , berechne

- Reiseroute(n) nach  $t$ , die bei  $s$  nicht vor  $\tau$  abfahren,
- und bei  $t$  zu früh wie möglich ankommen.

Earliest Arrival Query

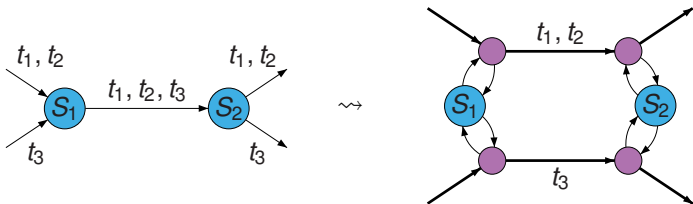
## Einfaches Graphmodell:

- Knoten  $\hat{=}$  Kreuzungen,
- (Gerichtete) Kanten  $\hat{=}$  Straßensegmente.
- Für Auto, Laufen und Fahrradfahren (mit verschiedenen Kantengewichtsfunktionen)



Auch: Modelle mit Abbiegekosten [DGPW11], Zeitabhängigkeit [DW09].

## Realistic time-dependent model [BJ04, PSWZ08]:



- Öffentlicher Verkehr.
- Trips werden in *Routes* eingeteilt.
- Für jede Route an einem Stopp: Ein *Routenknoten*.

Auch: Time-Expanded model [PSWZ08],  
nicht-graphbasierte Ansätze [DPW12a, DPSW13]

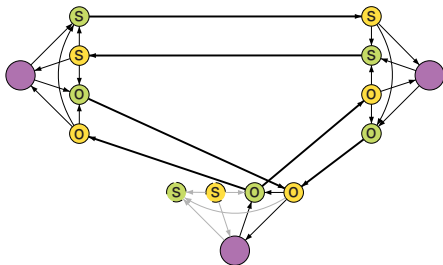


**Problem:** Die vorgenannten, für Zugverkehr erdachten Modelle führen zu viel zu großen Graphen.

Darum Extramodell für Flugnetzwerke [\[DPWZ09\]](#):

## Modelliert Prozeduren am Flughafen:

- Check-in-Dauer,
- Check-out-Dauer,
- Transfer-Dauer innerhalb
- Und zwischen Flugallianzen.



## Straßennetzwerke:

- Hierarchisch gut-strukturiert (für Reisezeit)
- ↪ (lange) Kürzeste Wege konvergieren zur Autobahn,
- Kleine Highway Dimension [AFGW10, ADF<sup>+</sup>11],
- Ausgenutzt bei Vielzahl von Beschl.techniken [ADGW11, ALS13]
- ↪ point-to-point queries in Mikrosekunden oder weniger.

## Straßennetzwerke:

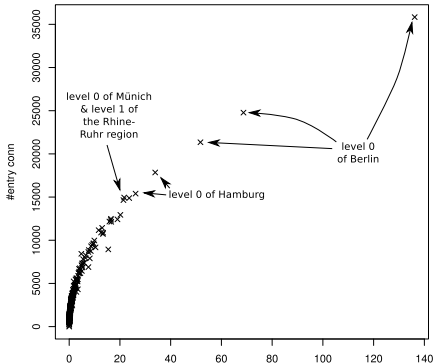
- Hierarchisch gut-strukturiert (für Reisezeit)
- ↪ (lange) Kürzeste Wege konvergieren zur Autobahn,
- Kleine Highway Dimension [AFGW10, ADF<sup>+</sup>11],
- Ausgenutzt bei Vielzahl von Beschl.techniken [ADGW11, ALS13]
- ↪ point-to-point queries in Mikrosekunden oder weniger.
- Kleine Separatoren ↪ ausgenutzt in CRP [DGRW11].

## Öffentliche Verkehrsnetze:

- Inherent zeitabhängig, (Abfahrten und Ankünfte)
- Eingeschränkte Fußwege für Transfers, (vom Betreiber)
- Inherent multikriteriell, (Reisezeit vs # Transfers)
- Weniger hierarchisch gut-strukturiert
- Weniger gut separierbar [SW14]

## Öffentliche Verkehrsnetze:

- Inherent zeitabhängig, (Abfahrten und Ankünfte)
- Eingeschränkte Fußwege für Transfers, (vom Betreiber)
- Inherent multikriteriell, (Reisezeit vs # Transfers)
- Weniger hierarchisch gut-strukturiert
- Weniger gut separierbar [SW14]



Viele Produkativesystem für “multi-modale” Routenplanung benutzen  
Heuristiken: Google Transit, bahn.de, ...

- Öffentlicher Verkehr (erinnere: vordefinierte Transferkanten!)
- + Eingeschränktes Laufen am Anfang und Ende (15 min radii).  
(Oft mit Dijkstra berechnet)

Viele Produkativesystem für “multi-modale” Routenplanung benutzen  
Heuristiken: Google Transit, bahn.de, ...

- Öffentlicher Verkehr (erinnere: vordefinierte Transferkanten!)
- + Eingeschränktes Laufen am Anfang und Ende (15 min radii).  
(Oft mit Dijkstra berechnet)
  
- Was ist mit 15 min und 1 sec Laufen?

Viele Produkativesystem für “multi-modale” Routenplanung benutzen  
Heuristiken: Google Transit, bahn.de, ...

- Öffentlicher Verkehr (erinnere: vordefinierte Transferkanten!)
- + Eingeschränktes Laufen am Anfang und Ende (15 min radii).  
(Oft mit Dijkstra berechnet)
  
- Was ist mit 15 min und 1 sec Laufen?
- Auto und Flüge: 350 km? 351 km? 500 km?



Viele Produkativesystem für “multi-modale” Routenplanung benutzen  
Heuristiken: Google Transit, bahn.de, ...

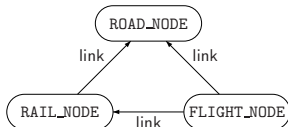
- Öffentlicher Verkehr (erinnere: vordefinierte Transferkanten!)
- + Eingeschränktes Laufen am Anfang und Ende (15 min radii).  
(Oft mit Dijkstra berechnet)
  
- Was ist mit 15 min und 1 sec Laufen?
- Auto und Flüge: 350 km? 351 km? 500 km?

Wir wollen **beweisbar optimale** Pfade  
mit uneingeschränktem Fuß- und Autovorlauf.

# Kombination der Netzwerke

## Zwei Schritte:

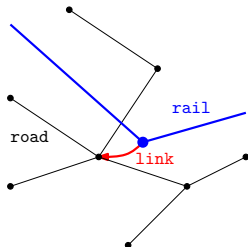
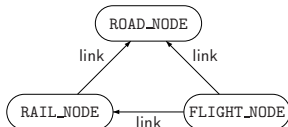
- Füge alle Graphen zusammen.
- Verbinde sie durch Link-Kanten.



# Kombination der Netzwerke

## Zwei Schritte:

- Füge alle Graphen zusammen.
- Verbinde sie durch Link-Kanten.

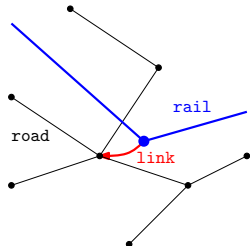
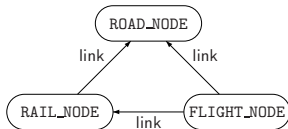


- Verbinde mit (geometrisch) nächstem Nachbarn.  
(oder besser: Indoor-Routing beachten)
- Label Kanten bzgl. ihres Transportmodus.
- Resultierender Graph: groß, weniger deutliche Hierarchie

# Kombination der Netzwerke

## Zwei Schritte:

- Füge alle Graphen zusammen.
- Verbinde sie durch Link-Kanten.

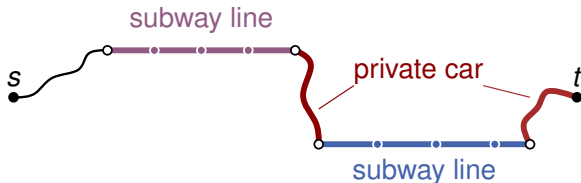


- Verbinde mit (geometrisch) nächstem Nachbarn.  
(oder besser: Indoor-Routing beachten)
- Label Kanten bzgl. ihres Transportmodus.
- Resultierender Graph: groß, weniger deutliche Hierarchie

Dijkstras Algorithmus berechnet (schnellste) Reiserouten auf multimodalem Graphen.

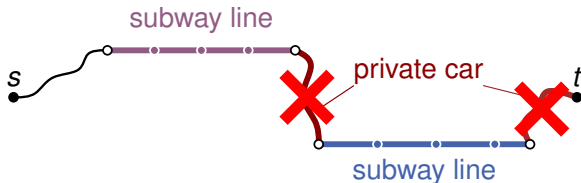
# Unerwünschte Modalitätswechsel

**Problem:** Kürzeste Wege haben merkwürdige Modalitätsfolgen:



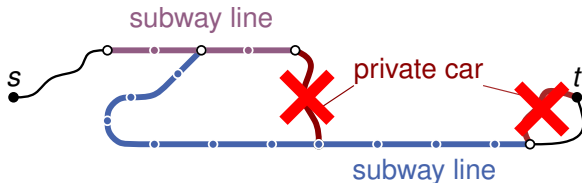
# Unerwünschte Modalitätswechsel

**Problem:** Kürzeste Wege haben merkwürdige Modalitätsfolgen:



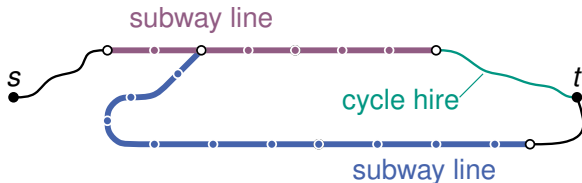
# Unerwünschte Modalitätswechsel

**Problem:** Kürzeste Wege haben merkwürdige Modalitätsfolgen:



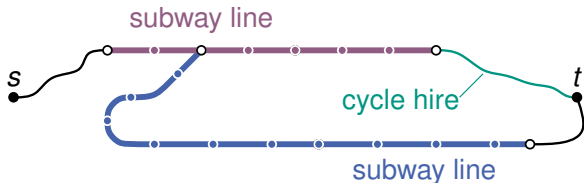
# Unerwünschte Modalitätswechsel

**Problem:** Kürzeste Wege haben merkwürdige Modalitätsfolgen:





**Problem:** Kürzeste Wege haben merkwürdige Modalitätsfolgen:

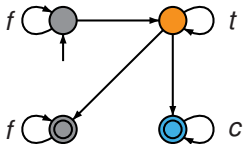


- Nicht alle modalen Folgen sind zulässig und
- verfügbare/gewünschte Modi hängen vom Nutzer ab.

# Bekannte Lösung: LCSPP

## Label Constrained Shortest Path Problem (LCSPP)

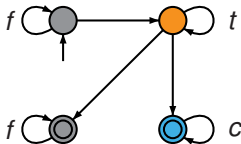
- Definiere Alphabet  $\Sigma$  der Modi.
- Kanten sind bzgl Modus gelabelt.
- Finde KW, so dass Konkatenation der Kantenlabels des Pfades Wort einer Sprache  $L \subset \Sigma^*$  bildet.
- Lösbar in Polynomialzeit, wenn  $L$  reguläre Sprache [BJM00].



# Bekannte Lösung: LCSPP

## Label Constrained Shortest Path Problem (LCSPP)

- Definiere Alphabet  $\Sigma$  der Modi.
- Kanten sind bzgl. Modus gelabelt.
- Finde KW, so dass Konkatenation der Kantenlabels des Pfades Wort einer Sprache  $L \subset \Sigma^*$  bildet.
- Lösbar in Polynomialzeit, wenn  $L$  reguläre Sprache [BJM00].



## Dijkstras Algorithmus für LCSPP [BJM00]

- Benutze Produktgraph  $G \times \mathcal{A}$  mit endlichem Automaten  $\mathcal{A}$ , oder
- Erlaube mehrere Distanzlabel pro Knoten, max. einen je Zustand.
- Eher langsam ( $\approx 15$  sec auf Europa-Instanz).

- **Bidirektionale Suche?**
- **Zielgerichtete Suche**  
ALT?  
Arc-Flags?
- **Kontraktion?**
- **Table-Lookups?**

## Beobachtung:

- Knoten mit niedrigem Grad unwichtig

## kontrahiere Graphen:

- Entferne Knoten
- Füge Shortcuts hinzu

## Beobachtung:

- Knoten mit niedrigem Grad unwichtig

## kontrahiere Graphen:

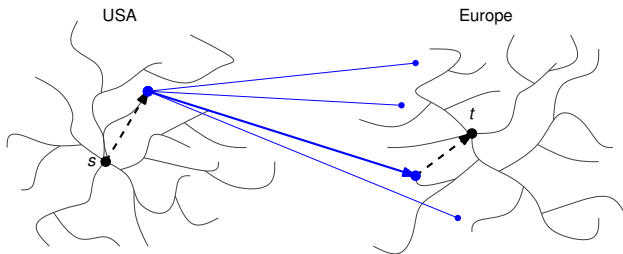
- Entferne Knoten
- Füge Shortcuts hinzu

## Adaption:

- Kontrahiere keine Knoten mit inzidenten Link-Kanten
- Dadurch keine Transfers auf Shortcuts  
(für viele LC-Automaten reicht das)

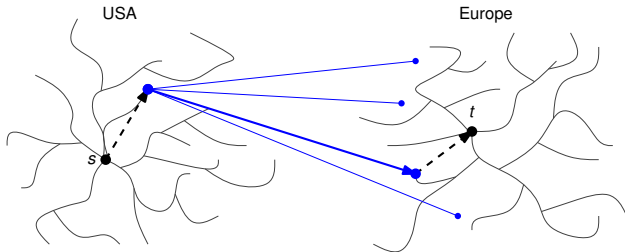
**Annahme:** Straßennetzwerk nur am Anfang und Ende

**Beobachtung:** Anzahl der “relevanten” Einstiegspunkte klein



**Annahme:** Straßennetzwerk nur am Anfang und Ende

**Beobachtung:** Anzahl der “relevanten” Einstiegspunkte klein



**Idee:** Berechne für alle Straßenknoten seine Access-Nodes  
Berechne auch Distanzen



# Access-Node Routing: Anfragen

**Gegeben:** Knoten  $s$  und  $t$  im Straßennetz

**Gegeben:** Knoten  $s$  und  $t$  im Straßennetz

Zwei Phasen Anfrage

- Springe ins PTN durch **access-nodes** zu  $s$  bzw.  $t$
- Berechne Distanzen zwischen Access-Knoten  
(Durch geeignete Public Transit Query)
- Gib besten kombinierten Pfad aus.

**Gegeben:** Knoten  $s$  und  $t$  im Straßennetz

Zwei Phasen Anfrage

- Springe ins PTN durch **access-nodes** zu  $s$  bzw.  $t$
- Berechne Distanzen zwischen Access-Knoten  
(Durch geeignete Public Transit Query)
- Gib besten kombinierten Pfad aus.

**Problem:**

- Nicht alle Wege durch das PTN
- Keine effiziente Locality-Filter wie bei TNR
- Immer lokale Anfrage auf Straßennetzwerk  
(In [DPW09] mit CHASE)

# Core-Based Access-Node Routing

**Problem:** Distanzen und Access-nodes verbrauchen viel Platz.

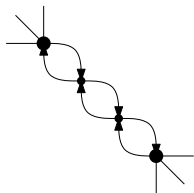
**Idee:** Kombiniere Access-Node Routing und Kontraktion.

**Problem:** Distanzen und Access-nodes verbrauchen viel Platz.

**Idee:** Kombiniere Access-Node Routing und Kontraktion.

## Preprocessing:

- Kontraktion auf Straßengraph, füge Shortcuts ein.
- Berechne Access-nodes nur auf kleinerem Core.

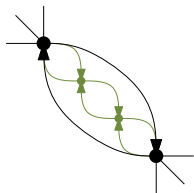


**Problem:** Distanzen und Access-nodes verbrauchen viel Platz.

**Idee:** Kombiniere Access-Node Routing und Kontraktion.

**Preprocessing:**

- Kontraktion auf Straßengraph, füge Shortcuts ein.
- Berechne Access-nodes nur auf kleinerem Core.



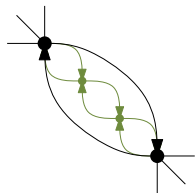
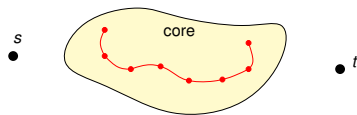
# Core-Based Access-Node Routing

**Problem:** Distanzen und Access-nodes verbrauchen viel Platz.

**Idee:** Kombiniere Access-Node Routing und Kontraktion.

## Preprocessing:

- Kontraktion auf Straßengraph, füge Shortcuts ein.
- Berechne Access-nodes nur auf kleinerem Core.



## Query (three phases):

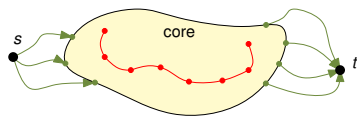
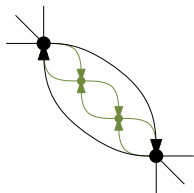
- Bidirektionaler Dijkstra bis zum Core.
- Dann ANR-Anfrage.
- Berechne beste Verbindung auf PTN.

**Problem:** Distanzen und Access-nodes verbrauchen viel Platz.

**Idee:** Kombiniere Access-Node Routing und Kontraktion.

**Preprocessing:**

- Kontraktion auf Straßengraph, füge Shortcuts ein.
- Berechne Access-nodes nur auf kleinerem Core.



**Query** (three phases):

- Bidirektionaler Dijkstra bis zum Core.
- Dann ANR-Anfrage.
- Berechne beste Verbindung auf PTN.



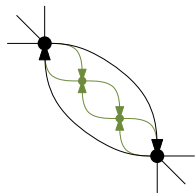
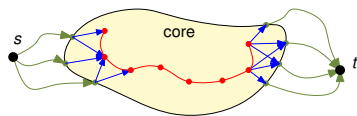
# Core-Based Access-Node Routing

**Problem:** Distanzen und Access-nodes verbrauchen viel Platz.

**Idee:** Kombiniere Access-Node Routing und Kontraktion.

## Preprocessing:

- Kontraktion auf Straßengraph, füge Shortcuts ein.
- Berechne Access-nodes nur auf kleinerem Core.



## Query (three phases):

- Bidirektionaler Dijkstra bis zum Core.
- Dann ANR-Anfrage.
- Berechne beste Verbindung auf PTN.

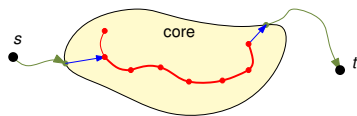
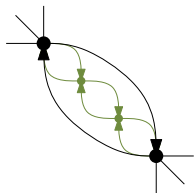
# Core-Based Access-Node Routing

**Problem:** Distanzen und Access-nodes verbrauchen viel Platz.

**Idee:** Kombiniere Access-Node Routing und Kontraktion.

## Preprocessing:

- Kontraktion auf Straßengraph, füge Shortcuts ein.
- Berechne Access-nodes nur auf kleinerem Core.

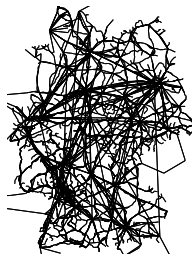


## Query (three phases):

- Bidirektionaler Dijkstra bis zum Core.
- Dann ANR-Anfrage.
- Berechne beste Verbindung auf PTN.

## Zwei Eingaben: **Deutschland** und **Nord Amerika & Europa**

#	germany	na-eur
road crossings	4 692 524	50 181 903
road segments	11 279 784	124 458 952
railway stations	498	—
railway connections	18 096	—
airports	—	359
flight connections	—	32 621

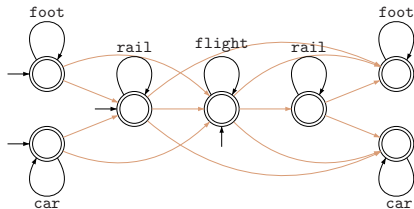


Dijkstra auf `na-eur` + Bahn:

Automaton	Relaxed Edges	Settled Nodes	time [s]
<code>car</code>	67 741 290	14 156 302	16.74
<code>everything</code>	108 677 456	22 672 284	39.50
<code>car-and-flight</code>	169 075 629	35 155 882	45.43
<code>everything-reas.</code>	213 882 663	44 599 766	87.32

## Beobachtung:

- Anfrage massiv abhängig vom Automaten



Network	Core-Based	AN-Cand.	Forw. ANs	Backw. ANs	Time [min]	Space [B/n]
germany		473	32.4	20.9	143	435.2
germany	✓	473	31.0	19.7	26	55.6
na-eur	✓	359	118.7	119.1	161	223.5

## Beobachtung:

- Speicherverbrauch sinkt durch Kontraktion

Network	Dijkstra		Access-Node Routing			
	Settled Nodes	Time [ms]	Core-Based	Settled Nodes	Time [ms]	Speed-up
germany	2 483 030	3 491.7		13 779	4.7	742.9
germany	2 483 030	3 491.7	✓	14 017	6.1	572.4
na-eur	46 244 703	72 566.3	✓	4 337	2.3	31 550.5

## Beobachtung:

- große Beschleunigung für ANR
- Kontraktion kaum Einfluß auf Performance

Network	initialization phase		access-node lookup		public transport		total [ms]	local queries
germany	0.15	(2.4%)	0.08	(1.4%)	5.87	(96.2%)	5.8	2.3%
na-eur	0.42	(18.2%)	0.18	(7.9%)	1.70	(73.9%)	2.3	24.0%

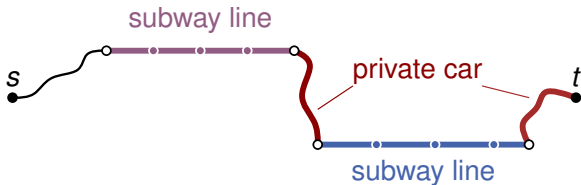
## Beobachtung:

- meiste Zeit in PTN
- viel Zeit in Initialisierung

## Ausblick:

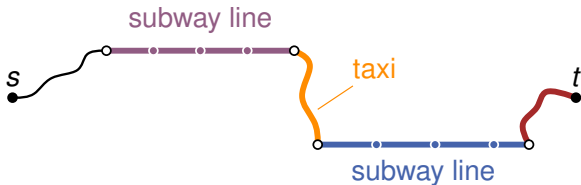
- Vollständige Hierarchie in Component?
- Ersetze Suchen in PTN durch table-lookups?
- Schnellere Berechnung der Access-nodes?  
(Neue Techniken der letzten 5 Jahre)
- Multikriterielle Wege?

# LCSP: User-Constraints

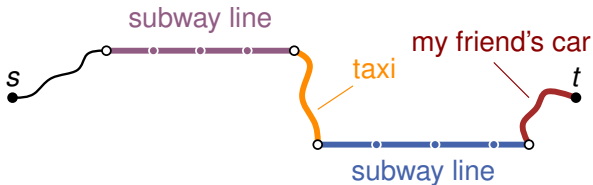


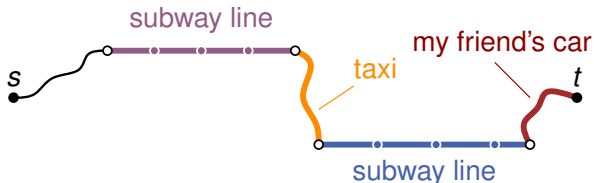


# LCSP: User-Constraints



# LCSP: User-Constraints





- Modale Restriktionen hängen vom *Benutzer* ab.
- Automat als Eingabe zur *Anfrage*.
- Benötigt *flexible Vorbereitung*.

# User-Constrained Shortest Paths

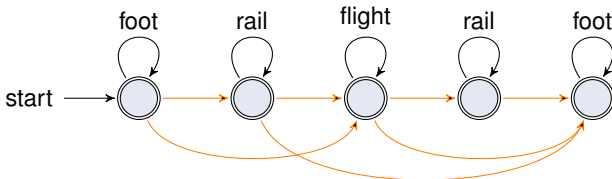
## Beobachtung:

Vernünftige Restriktionen bedingen keine Einschränkungen innerhalb eines Teilnetzwerkes (nicht: “Benutze nur drei Straßenkanten”)

# User-Constrained Shortest Paths

## Beobachtung:

Vernünftige Restriktionen bedingen keine Einschränkungen innerhalb eines Teilnetzwerkes (nicht: "Benutze nur drei Straßenkanten")

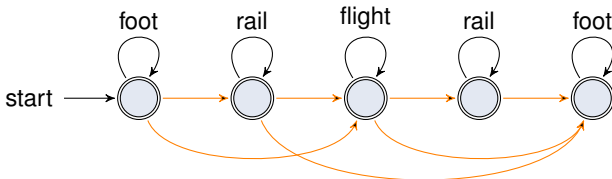


Idee: Betrachte Mode *Sequence* Constraints (MS).

# User-Constrained Shortest Paths

## Beobachtung:

Vernünftige Restriktionen bedingen keine Einschränkungen innerhalb eines Teilnetzwerkes (nicht: "Benutze nur drei Straßenkanten")



Idee: Betrachte Mode *Sequence* Constraints (MS).

## Ziel:

- Eine gemeinsame Vorberechnung für *jegliche* MS;
- mäßiger Platzverbrauch und schnelle Anfragen.

# User-Constrained CH (UCCH) [DPW12b]

## Idee

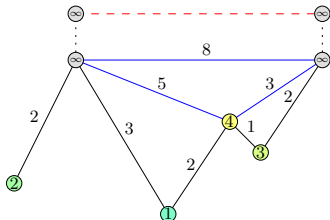
- Basierend auf Contraction Hierarchies [GSSV12].

## Idee

- Basierend auf Contraction Hierarchies [GSSV12].
- Kontrahiere keine Knoten mit inzidenten Link-Kanten [DPW09].

## Vorbereitung

- Setze Rank aller gelinkten Knoten auf  $\infty$ .
  - Shortcuts übergreifen keine Netzwerke.
  - Zeugensuche beschränkt auf Teilnetz.
- ⇒ Ein gemeinsamer Core;  
unabh. Teilkomponenten.



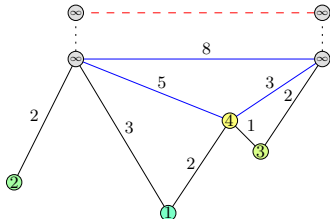


## Idee

- Basierend auf Contraction Hierarchies [GSSV12].
- Kontrahiere keine Knoten mit inzidenten Link-Kanten [DPW09].

## Vorbereitung

- Setze Rank aller gelinkten Knoten auf  $\infty$ .
  - Shortcuts übergreifen keine Netzwerke.
  - Zeugensuche beschränkt auf Teilnetz.
- ⇒ Ein gemeinsamer Core;  
unabh. Teilkomponenten.



Vorbereitung unabhängig von Mode Sequence Constraints.

## Zwei nahtlose Schritte

1. Auf Straßenkomponente: CH-Anfrage [\[GSSV12\]](#).
2. Auf gemeinsamen Core: Multi-Source-Multi-Target LCSPD-Dijkstra [\[BJM00\]](#).

## Zwei nahtlose Schritte

1. Auf Straßenkomponente: CH-Anfrage [GSSV12].
2. Auf gemeinsamen Core: Multi-Source-Multi-Target LCSPD-Dijkstra [BJM00].

Lokale Anfragen automatisch identifiziert in Schritt 1.

## Zwei nahtlose Schritte

1. Auf Straßenkomponente: CH-Anfrage [GSSV12].
2. Auf gemeinsamen Core: Multi-Source-Multi-Target LCSPD-Dijkstra [BJM00].

Lokale Anfragen automatisch identifiziert in Schritt 1.

## Verbesserungen:

- Umsortieren: Core-Knoten nach vorne.
- Knotengrad recht hoch: Nur partielle Kontraktion + Umsortieren der Kanten nach “ausgehend, gemischt, eingehend”.
- Keine Rückwärtssuche im Core.

## Networks:

Germany road (5 M vertices, 12 M arcs)

Germany rail (6.8 k stops, 0.5 M connections)

	Preprocessing				Query			
	avg core-degree	core-nodes	shortcut-edges	time [min]	settled nodes	relaxed edges	touched edges	time [ms]
UCCH	10	30 908	42.3 %	6	15 531	27 506	155 776	5.85
	15	16 003	43.1 %	7	8 090	16 844	121 631	3.11
	20	12 239	43.7 %	9	6 240	14 425	124 201	2.82
	25	10 635	44.2 %	10	5 465	13 687	135 151	2.80
	30	9 742	44.7 %	12	5 049	13 486	148 735	2.96
	35	9 171	45.1 %	14	4 794	13 598	163 376	3.15
	40	8 788	45.4 %	15	4 628	13 787	179 483	3.38
PCH	13	10 635	41.7 %	6	5 567	11 402	71 860	1.93
PCH	15	6 750	41.8 %	7	3 636	7 970	53 655	1.37
CH	—	0	41.8 %	9	677	1 290	11 434	0.25

## Networks:

Europe & North America road (50 M vertices, 125 M arcs)

Europe rail (31 k stops, 1.6 M connections)

Star Alliance flights (1 172 stops, 28 k connections).

		PREPROCESSING		QUERIES	
Algorithm		Time [h:m]	Space [MiB]	Time [ms]	Speedup
flight	Dijkstra	—	—	33 862.00	1
	ANR	3:04	14 050	1.07	31 551
	UCCH	1:18	542	0.67	50 540
rail & flight	Dijkstra	—	—	35 261.00	1
	UCCH	1:27	558	70.52	500

Intel Xeon E5430, 2.66 GHz, 32 GiB RAM, 12 MiB L2 cache

## Fixed Language Constraints

- Adaption of basic ingredients [Paj09].
- Adaption of  $A^*$  and bidirectional search [BBH<sup>+</sup>09].
- Access-Node Routing (ANR) [DPW09].
- State-Dependent ALT (SDALT) [KLPC11].

## Flexible Language Constraints

- User-Constrained Contraction Hierarchies (UCCH) [DPW12b].

## Bisher:

- Schnelle Berechnung **zulässiger** multimodaler KW
- Flexible Vorberechnung – auf statischen Straßennetzwerken
- Public Transit nur im Core – Dynamische Fahrpläne kein Problem

## Aber:

- Es ist nur **ein** kürzester Weg
- Gibt **nicht** die Fülle aller verfügbaren **Optionen** wieder
- Aktueller **Straßenverkehr**? Zeitabhängigkeit?
- Weniger ausgeprägte Hierarchie (im Vergleich zu unimodalen Straßennetzwerken):  
↪ **Graph-Dekomposition**-basierte Techniken besser?



## Bisher:

- Schnelle Berechnung **zulässiger** multimodaler KW
- Flexible Vorberechnung – auf statischen Straßennetzwerken
- Public Transit nur im Core – Dynamische Fahrpläne kein Problem

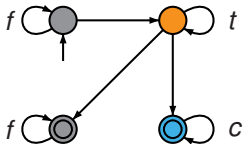
## Aber:

- Es ist nur **ein** kürzester Weg
  - Gibt **nicht** die Fülle aller verfügbaren **Optionen** wieder
  - Aktueller **Straßenverkehr**? Zeitabhängigkeit?
  - Weniger ausgeprägte Hierarchie (im Vergleich zu unimodalen Straßennetzwerken):
- ↪ **Graph-Dekomposition**-basierte Techniken besser?

*Problem gelöst?*

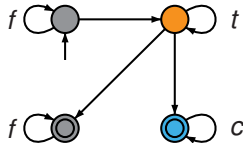
## Label Constrained Shortest Path Problem (LCSP)

- Definiere Alphabet über Transportmodi.
- Graph mit Kantenlabels.
- Gültiger Pfad muss dem Wort einer gegebenen regulären Sprache entsprechen (Input).



## Label Constrained Shortest Path Problem (LCSP)

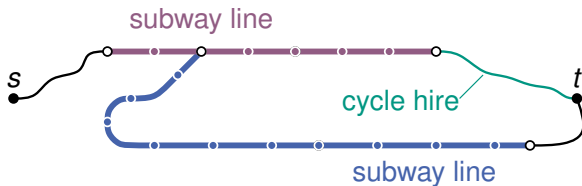
- Definiere Alphabet über Transportmodi.
- Graph mit Kantenlabels.
- Gültiger Pfad muss dem Wort einer gegebenen regulären Sprache entsprechen (Input).



## Algorithmen für LCSP

- Dijkstra auf Produktgraph mit endlichem Automaten.
- Beschleunigungstechniken: Access-Node Routing, SDALT.
- Constraints als Query Input: UCCH.

## Nachteile von LCSPP



## Nachteile von LCSP

$s$   
•

?

$t$   
•

## Nachteile von LCSPP

$s$   
•

?

$t$   
•

- Constraints müssen im Voraus spezifiziert werden,
- sind dem Nutzer ggf nicht bewusst.
- Nur eine Route wird berechnet (keine Alternativen).

## Nachteile von LCSPP



- Constraints müssen im Voraus spezifiziert werden,
- sind dem Nutzer ggf nicht bewusst.
- Nur eine Route wird berechnet (keine Alternativen).

**Ziel:** Berechne *sinnvolle Menge* multimodaler Routen.



# Multikriterielle multimodale Routen

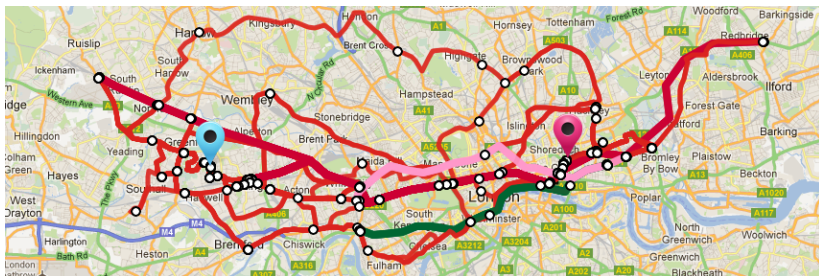
**Idee:** Berechne *multikriterielle* multimodale Paretomengen.

- Optimierte Ankunftszeit
- Vom Modus abhängige “Komfort”-Kriterien.  
z.B. # transfers (public transit), walking duration, taxi cost, etc.

# Multikriterielle multimodale Routen

**Idee:** Berechne *multikriterielle* multimodale Pareto Mengen.

- Optimierte Ankunftszeit
- Vom Modus abhängige “Komfort”-Kriterien.  
z.B. # transfers (public transit), walking duration, taxi cost, etc.



Criteria: Arrival time, # transfers, walking duration. Sixty-nine solutions.

**Bekanntes Problem:** Pareto Menge stark wachsend in # Kriterien.

## Definition (Dominanz, Paretomenge)

Eine Route (journey)  $J_1$  *dominiert* eine Route  $J_2$  gdw  $J_2$  in allen Kriterien schlechter (oder gleich ist).

Eine *Paretomenge* ist eine (inklusionsmaximale) Menge nichtdominierter Routen.

## Definition (Dominanz, Paretomenge)

Eine Route (journey)  $J_1$  *dominiert* eine Route  $J_2$  gdw  $J_2$  in allen Kriterien schlechter (oder gleich ist).

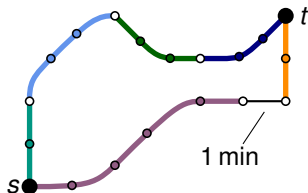
Eine *Paretomenge* ist eine (inklusionsmaximale) Menge nichtdominierter Routen.

## Irrelevante Lösungen

Eine nichtdominierte Route kann

- minimale Verbesserung für Kriterium  $A$  liefern,
- ist aber viel schlechter in Kriterium  $B$ .

Viele Kriterien  $\Rightarrow$  Kombinat. Explosion.



## Definition (Dominanz, Paretomenge)

Eine Route (journey)  $J_1$  *dominiert* eine Route  $J_2$  gdw  $J_2$  in allen Kriterien schlechter (oder gleich ist).

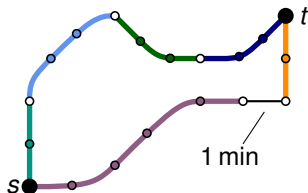
Eine *Paretomenge* ist eine (inklusionsmaximale) Menge nichtdominierter Routen.

## Irrelevante Lösungen

Eine nichtdominierte Route kann

- minimale Verbesserung für Kriterium  $A$  liefern,
- ist aber viel schlechter in Kriterium  $B$ .

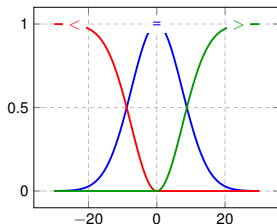
Viele Kriterien  $\Rightarrow$  Kombinat. Explosion.



Wie identifiziert man *signifikante* Lösungen einer Paretomenge?

**Beobachtung:** Benutzer haben *unscharfe Vorstellung* bzgl einiger Kriterien.

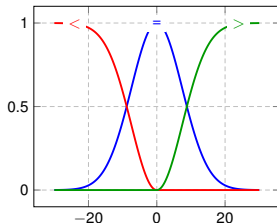
- $\pm 1$  Minute Laufen ist “ungefähr gleichwertig”,
- aber  $\pm 30$  Minuten machen einen Unterschied aus.



**Beobachtung:** Benutzer haben *unscharfe Vorstellung* bzgl einiger Kriterien.

- $\pm 1$  Minute Laufen ist “ungefähr gleichwertig”,
- aber  $\pm 30$  Minuten machen einen Unterschied aus.

**Idee:** Relaxiere Dominanzbegriff mit unscharfer Mengenlehre (Fuzzy set theory).

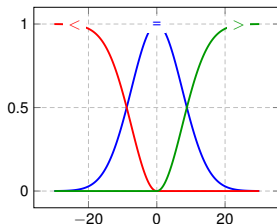


**Beobachtung:** Benutzer haben *unscharfe Vorstellung* bzgl einiger Kriterien.

- $\pm 1$  Minute Laufen ist “ungefähr gleichwertig”,
- aber  $\pm 30$  Minuten machen einen Unterschied aus.

**Idee:** Relaxiere Dominanzbegriff mit unscharfer Mengenlehre (Fuzzy set theory).

- Fuzzy Operatoren  $<$ ,  $>$  and  $=$ .
  - Verschiedene Parametrisierung pro Kriterium.
- ⇒ *Grad* der Dominationz  $d(J_1, J_2) \in [0, 1]$ .  
“Wie stark wird  $J_2$  von  $J_1$  dominiert.”



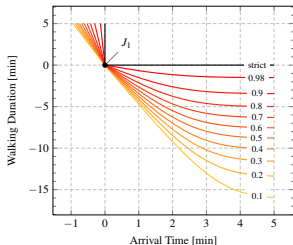


**Beobachtung:** Benutzer haben *unscharfe Vorstellung* bzgl einiger Kriterien.

- $\pm 1$  Minute Laufen ist “ungefähr gleichwertig”,
- aber  $\pm 30$  Minuten machen einen Unterschied aus.

**Idee:** Relaxiere Dominanzbegriff mit unscharfer Mengenlehre (Fuzzy set theory).

- Fuzzy Operatoren  $<$ ,  $>$  and  $=$ .
  - Verschiedene Parametrisierung pro Kriterium.
- $\Rightarrow$  *Grad* der Domination  $d(J_1, J_2) \in [0, 1]$ .  
“Wie stark wird  $J_2$  von  $J_1$  dominiert.”



Route  $J_1$  kann  $J_2$  z.B. 90 %-dominieren, auch wenn  $J_2$  1 min weniger Laufen bedeutet.

# Signifikante Routen identifizieren

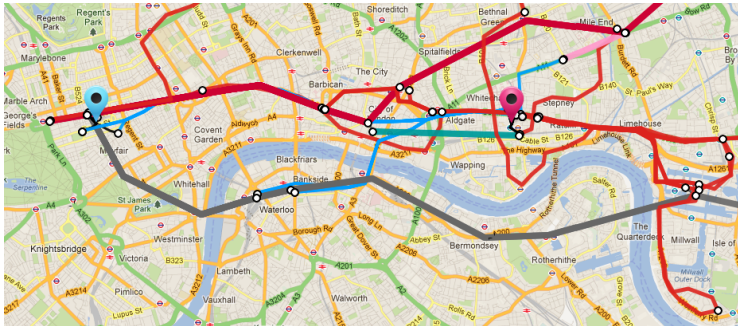
## Ansatz:

- Berechne volle (exakte) Paretomenge mit multikriteriellem Algorithmus.
- Bewerte jede Route  $J$  mit  $1 - \max(d(J_1, J), \dots, d(J_n, J))$ .
- Dann gilt: Routen mit höherer Bewertung sind wichtiger.

# Signifikante Routen identifizieren

## Ansatz:

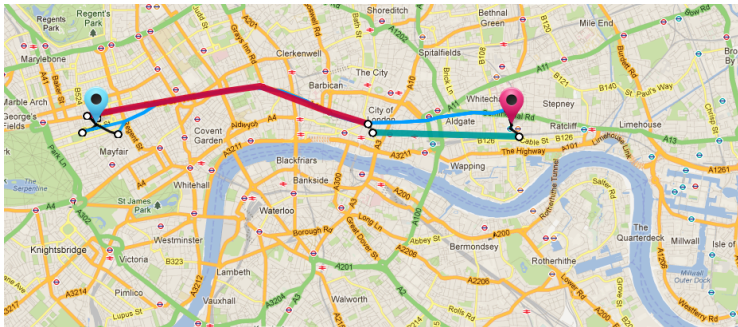
- Berechne volle (exakte) Paretomenge mit multikriteriellem Algorithmus.
- Bewerte jede Route  $J$  mit  $1 - \max(d(J_1, J), \dots, d(J_n, J))$ .
- Dann gilt: Routen mit höherer Bewertung sind wichtiger.



# Signifikante Routen identifizieren

## Ansatz:

- Berechne volle (exakte) Paretomenge mit multikriteriellem Algorithmus.
- Bewerte jede Route  $J$  mit  $1 - \max(d(J_1, J), \dots, d(J_n, J))$ .
- Dann gilt: Routen mit höherer Bewertung sind wichtiger.



Three highest-scored journeys.

## Beobachtungen

- Modale Transfers nur an bestimmten Orten möglich.
- Eine Fahrt (trip) immer mit einem Transportmodus.

## Beobachtungen

- Modale Transfers nur an bestimmten Orten möglich.
- Eine Fahrt (trip) immer mit einem Transportmodus.

## Runden-basiertes Framework

- Eine Runde pro trip.
- Verwalte Paretomengen mit Labels an:
  - jeder Position (Knoten)
  - und für jede Runde (Modus, Umstieg)
- In jeder Runde: Führe Subalgorithmus für jeden *Transportmodus* aus.
  - Public Transit: RAPTOR.
  - Walking, Taxi, Cycle: MC-Dijkstra & UCCH.
- ...lies Labels aus Runde  $i - 1$  ein, schreibe nach Runde  $i$ .

# Heuristische Ansätze

**Problem:** Queries zu langsam (mehrere Sekunden).

# Heuristische Ansätze

**Problem:** Queries zu langsam (mehrere Sekunden).

Viele unwichtige Routen  $\Rightarrow$  am besten gar nicht erst berechnen.



**Problem:** Queries zu langsam (mehrere Sekunden).

Viele unwichtige Routen  $\Rightarrow$  am besten gar nicht erst berechnen.

## Relaxiere Dominanz

- **MCR-hf:** Fuzzy Domination zwischen Labels während Algorithmus.
- **MCR-hb:** Strikte Dominanz mit diskretisierten Kriterien (“Buckets”).

**Problem:** Queries zu langsam (mehrere Sekunden).

Viele unwichtige Routen  $\Rightarrow$  am besten gar nicht erst berechnen.

## Relaxiere Dominanz

- **MCR-hf:** Fuzzy Domination zwischen Labels während Algorithmus.
- **MCR-hb:** Strikte Dominanz mit diskretisierten Kriterien (“Buckets”).

## Laufen einschränken

- **MCR-tx-ry:** Max  $x$  Laufen zwischen Trips und  $y$  an Start/Ziel.

**Problem:** Queries zu langsam (mehrere Sekunden).

Viele unwichtige Routen  $\Rightarrow$  am besten gar nicht erst berechnen.

## Relaxiere Dominanz

- **MCR-hf:** Fuzzy Domination zwischen Labels während Algorithmus.
- **MCR-hb:** Strikte Dominanz mit diskretisierten Kriterien (“Buckets”).

## Laufen einschränken

- **MCR-tx-ry:** Max  $x$  Laufen zwischen Trips und  $y$  an Start/Ziel.

## Reduziere Anzahl Kriterien

- **MR-x:** Jeweils  $x$  Minutes Laufen zählen als Trip.

# Qualität der Heuristiken

**Motivation:** Service benutzt Alg.  $\mathcal{A}$ , präsentiert dem Nutzer Top- $k$  Routen aus  $P_{\mathcal{A}}$ .

**Motivation:** Service benutzt Alg.  $\mathcal{A}$ , präsentiert dem Nutzer Top- $k$  Routen aus  $P_{\mathcal{A}}$ .

## Ähnlichkeit von Routen

- Benutze Fuzzy =-Operator für jedes Kriterium.
- (Gesamt-) Ähnlichkeit: minimale Ähnlichkeit aller Kriterien.

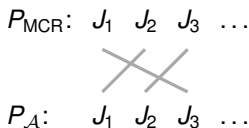
**Motivation:** Service benutzt Alg.  $\mathcal{A}$ , präsentiert dem Nutzer Top- $k$  Routen aus  $P_{\mathcal{A}}$ .

## Ähnlichkeit von Routen

- Benutze Fuzzy =-Operator für jedes Kriterium.
- (Gesamt-) Ähnlichkeit: minimale Ähnlichkeit aller Kriterien.

## Qualität der Lösungen

- Betrachte  $P_{\text{MCR}}$  als “Ground Truth”.
- Behalte nur Top- $k$  Routen in  $P_{\mathcal{A}}, P_{\text{MCR}}$ .
- Berechne maximales Matching zwischen  $P_{\mathcal{A}}$  und  $P_{\text{MCR}}$  bzgl. Ähnlichkeit.



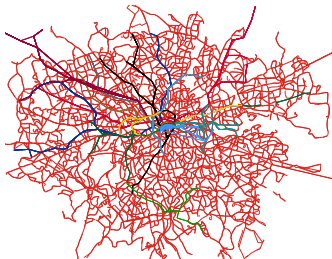
Ausgabe: durchschnittliche Ähnlichkeit der gematchten Routen.

## Komplettes öffentliches Nahverkehrsnetz

- inkl. Tube, Bus, DLR, Tram. . .
- 20 k Stops (Haltestellen),  
2.2 k Routen (gefahrere Stecken),
- über 5 M tägliche Abfahrten,
- 564 Fahrradleihstationen.

## Straßen- und Fußgängernetzwerk

- jeweils  $\approx 260$  k  
Knoten (27 k unkontrahiert)
- und 1.4 M Kanten.



**Criteria:** Arrival time, # transfers, walking duration.

Algorithm	# Rnd.	# Jn.	Time [ms]	Quality-6	
				Avg.	Sd.
MCR	13.8	29.1	1 438.7	100 %	0 %
MCR-hf	15.6	10.9	699.4	89 %	11 %
MCR-hb	10.2	9.0	456.7	91 %	10 %
MCR-t10-r15	10.7	13.2	885.0	30 %	31 %
MR-10	20.0	4.3	39.4	45 %	29 %

One core of Intel Xeon E5-2670, 2.6 GHz, 64 GiB DDR3-1600 RAM



**Criteria:** Arrival time, # transfers, walking duration, cost.

Algorithm	Wik.	# Rnd.	# Jn.	Time [ms]	Quality-6 Avg.	Sd.
MCR	●	16.3	1 666.0	1 960 234.0	100 %	0 %
MCR-hf	●	17.1	35.2	6 451.6	92 %	6 %
MCR-hb	●	9.9	27.6	2 807.7	92 %	6 %
MCR-hb	○	9.0	11.6	996.4	74 %	12 %

One core of Intel Xeon E5-2670, 2.6 GHz, 64 GiB DDR3-1600 RAM

Wik. ○: Combines walking duration into cost.

- Ansatz zu multikriterieller multimodaler Routenplanung.
- Optimierte Ankunftszeit sowie Komfortkriterien.
- Unschärfe Mengenlehre hilft, wichtige Lösungen zu identifizieren.
- Heuristiken finden schnell Lösungen mit guter Qualität,
- sofern Komfortkriterien nicht verworfen werden.

# Ende





Ittai Abraham, Daniel Delling, Amos Fiat, Andrew V. Goldberg, and Renato F. Werneck.

VC-Dimension and Shortest Path Algorithms.

In *Proceedings of the 38th International Colloquium on Automata, Languages, and Programming (ICALP'11)*, volume 6755 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 690–699. Springer, 2011.



Ittai Abraham, Daniel Delling, Andrew V. Goldberg, and Renato F. Werneck.

A Hub-Based Labeling Algorithm for Shortest Paths on Road Networks.

In Pardalos and Rebennack [PR11], pages 230–241.



Ittai Abraham, Amos Fiat, Andrew V. Goldberg, and Renato F. Werneck.

Highway Dimension, Shortest Paths, and Provably Efficient Algorithms.

In Moses Charikar, editor, *Proceedings of the 21st Annual ACM–SIAM Symposium on Discrete Algorithms (SODA'10)*, pages 782–793. SIAM, 2010.



*Proceedings of the 14th Meeting on Algorithm Engineering and Experiments (ALENEX'12)*. SIAM, 2012.



Julian Arz, Dennis Luxen, and Peter Sanders.  
Transit Node Routing Reconsidered.  
In SEA'13 [SEA13], pages 55–66.



*Proceedings of the 9th Workshop on Algorithmic Approaches for Transportation Modeling, Optimization, and Systems (ATMOS'09)*, OpenAccess Series in Informatics (OASIs), 2009.



Chris Barrett, Keith Bisset, Martin Holzer, Goran Konjevod, Madhav V. Marathe, and Dorothea Wagner.  
Engineering Label-Constrained Shortest-Path Algorithms.  
In Camil Demetrescu, Andrew V. Goldberg, and David S. Johnson, editors, *The Shortest Path Problem: Ninth DIMACS Implementation Challenge*, volume 74 of *DIMACS Book*, pages 309–319. American Mathematical Society, 2009.



Hannah Bast, Daniel Delling, Andrew V. Goldberg, Matthias Müller–Hannemann, Thomas Pajor, Peter Sanders, Dorothea Wagner, and Renato F. Werneck.  
Route Planning in Transportation Networks.  
Technical Report abs/1504.05140, ArXiv e-prints, 2016.



Annabell Berger, Daniel Delling, Andreas Gebhardt, and Matthias Müller–Hannemann.

Accelerating Time-Dependent Multi-Criteria Timetable Information is Harder Than Expected.

In ATMOS'09 [ATM09].



Reinhard Bauer, Daniel Delling, and Dorothea Wagner.

Experimental Study on Speed-Up Techniques for Timetable Information Systems.

*Networks*, 57(1):38–52, January 2011.



Gerth Brodal and Riko Jacob.

Time-dependent Networks as Models to Achieve Fast Exact Time-table Queries.

In *Proceedings of the 3rd Workshop on Algorithmic Methods and Models for Optimization of Railways (ATMOS'03)*, volume 92 of *Electronic Notes in Theoretical Computer Science*, pages 3–15, 2004.



Chris Barrett, Riko Jacob, and Madhav V. Marathe.

Formal-Language-Constrained Path Problems.

*SIAM Journal on Computing*, 30(3):809–837, 2000.



Daniel Delling, Julian Dibbelt, Thomas Pajor, Dorothea Wagner, and Renato F. Werneck.

Computing Multimodal Journeys in Practice.

In SEA'13 [SEA13], pages 260–271.



Daniel Delling, Julian Dibbelt, Thomas Pajor, and Renato F. Werneck.

Public Transit Labeling.

In *Proceedings of the 14th International Symposium on Experimental Algorithms (SEA'15)*, Lecture Notes in Computer Science, pages 273–285. Springer, 2015.



Daniel Delling, Andrew V. Goldberg, Thomas Pajor, and Renato F. Werneck.

Customizable Route Planning.

In Pardalos and Rebennack [PR11], pages 376–387.



Daniel Delling, Andrew V. Goldberg, Ilya Razenshteyn, and Renato F. Werneck.

Graph Partitioning with Natural Cuts.

In *25th International Parallel and Distributed Processing Symposium (IPDPS'11)*, pages 1135–1146. IEEE Computer Society, 2011.



Julian Dibbelt, Thomas Pajor, Ben Strasser, and Dorothea Wagner.  
Intriguingly Simple and Fast Transit Routing.  
In SEA'13 [SEA13], pages 43–54.



Daniel Delling, Thomas Pajor, and Dorothea Wagner.  
Accelerating Multi-Modal Route Planning by Access-Nodes.  
In Amos Fiat and Peter Sanders, editors, *Proceedings of the 17th Annual European Symposium on Algorithms (ESA'09)*, volume 5757 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 587–598. Springer, September 2009.



Daniel Delling, Thomas Pajor, and Renato F. Werneck.  
Round-Based Public Transit Routing.  
In ALENEX'12 [ALE12], pages 130–140.



Julian Dibbelt, Thomas Pajor, and Dorothea Wagner.  
User-Constrained Multi-Modal Route Planning.  
In ALENEX'12 [ALE12], pages 118–129.





Daniel Delling, Thomas Pajor, Dorothea Wagner, and Christos Zaroliagis.  
Efficient Route Planning in Flight Networks.  
In ATMOS'09 [ATM09].



Daniel Delling and Dorothea Wagner.  
Time-Dependent Route Planning.  
In Ravindra K. Ahuja, Rolf H. Möhring, and Christos Zaroliagis, editors, *Robust and Online Large-Scale Optimization*, volume 5868 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 207–230. Springer, 2009.



Marco Farina and Paolo Amato.  
A Fuzzy Definition of “Optimality” for Many-Criteria Optimization Problems.  
*IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part A*, 34(3):315–326,  
2004.



Robert Geisberger, Peter Sanders, Dominik Schultes, and Christian Vetter.  
Exact Routing in Large Road Networks Using Contraction Hierarchies.  
*Transportation Science*, 46(3):388–404, August 2012.



Dominik Kirchler, Leo Liberti, Thomas Pajor, and Roberto Wolfler Calvo.  
UniALT for Regular Language Constraint Shortest Paths on a Multi-Modal  
Transportation Network.

*In Proceedings of the 11th Workshop on Algorithmic Approaches for  
Transportation Modeling, Optimization, and Systems (ATMOS'11)*, volume 20 of  
*OpenAccess Series in Informatics (OASISs)*, pages 64–75, 2011.



Thomas Pajor.  
Multi-Modal Route Planning.

Master's thesis, Universität Karlsruhe (TH), March 2009.



Panos M. Pardalos and Steffen Rebennack, editors.

*Proceedings of the 10th International Symposium on Experimental Algorithms  
(SEA'11)*, volume 6630 of *Lecture Notes in Computer Science*. Springer, 2011.



Evangelia Pyrga, Frank Schulz, Dorothea Wagner, and Christos Zaroliagis.  
Efficient Models for Timetable Information in Public Transportation Systems.  
*ACM Journal of Experimental Algorithmics*, 12(2.4):1–39, 2008.



*Proceedings of the 12th International Symposium on Experimental Algorithms (SEA'13)*, volume 7933 of *Lecture Notes in Computer Science*. Springer, 2013.



Christian Sommer.

Shortest-Path Queries in Static Networks, 2012.

Submitted. Preprint available at <http://www.sommer.jp/spq-survey.htm>.



Ben Strasser and Dorothea Wagner.

Connection Scan Accelerated.

In Catherine C. McGeoch and Ulrich Meyer, editors, *Proceedings of the 16th Meeting on Algorithm Engineering and Experiments (ALENEX'14)*, pages 125–137. SIAM, 2014.