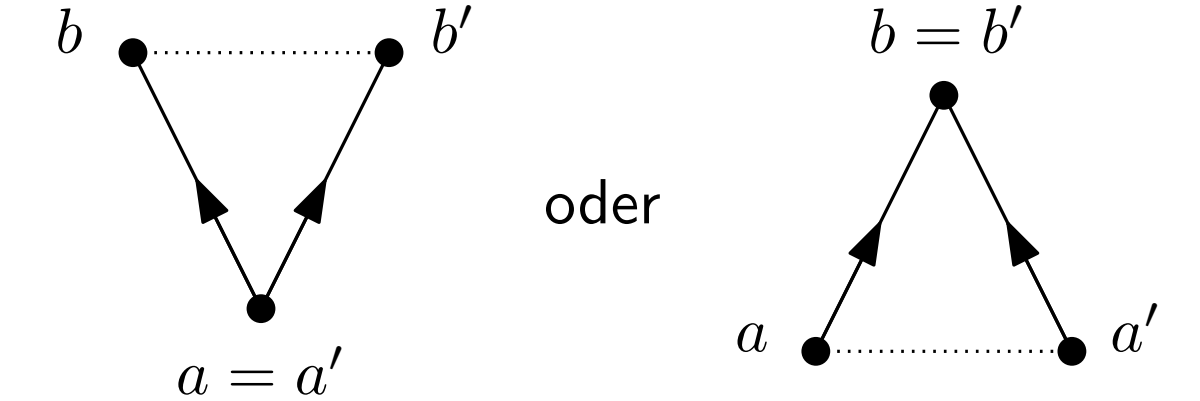


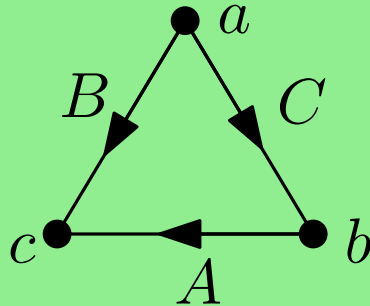
$F$ Orientierung:	$ab \in F \iff ba \notin F$
$F$ transitiv:	$ab \in F \text{ und } bc \in F \implies ac \in F$
$ab \Gamma a'b'$ :	 <p>oder</p> <p><math>a = a'</math> und <math>bb' \notin E</math>      <math>b = b'</math> und <math>aa' \notin E</math></p>
$A$ Implikationsklasse:	$\forall ab \in A \text{ gilt } a'b' \in A \iff ab \Gamma^* a'b'$
$\mathcal{I}(G)$ :	Menge aller Implikationsklassen
$\hat{A}$ Farbklasse:	$\{ab, ba \in E \mid ab \in A\}$
$\hat{\mathcal{I}}(G)$ :	Menge aller Farbklassen

### Lemma 4.3 (Dreieckslemma)

$A, B, C \in \mathcal{I}(G), A \neq B, C^{-1}$

(i)  $b'c' \in A \Rightarrow ab' \in C, ac' \in B$

(ii)  $b'c' \in A, a'b' \in C \Rightarrow a'c' \in B$



### G-Zerlegung $[B_1, \dots, B_k]$

- $E = \hat{B}_1 + \dots + \hat{B}_k$
- $B_i \in \mathcal{I}(\hat{B}_i + \dots + \hat{B}_k), i \in [k]$

### Regenbogendreieck $\{a, b, c\}$

- $\hat{bc} \in \hat{A}, \hat{ac} \in \hat{B}, \hat{ab} \in \hat{C}$
- $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C} \in \hat{\mathcal{I}}(G)$  verschieden

**Satz 4.1**  $A \in \mathcal{I}(G), F$  transitive Orientierung von  $G$   
 $\Rightarrow F \cap \hat{A} = A$  oder  $F \cap \hat{A} = A^{-1}$

### Satz 4.7

- (i)  $G$  Vergleichbarkeitsgraph  
 $\Leftrightarrow$  (ii)  $A \cap A^{-1} = \emptyset, A \in \mathcal{I}(G)$   
 $\Leftrightarrow$  (iii)  $\forall$  G-Zerlegung  $[B_1, \dots, B_k]$   
gilt  $B_i \cap B_i^{-1} = \emptyset, i \in [k]$

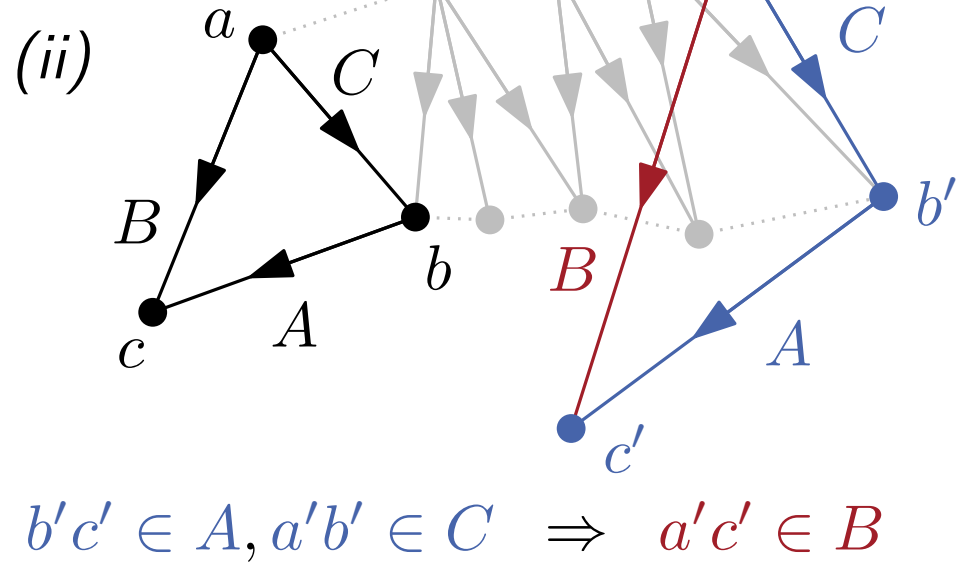
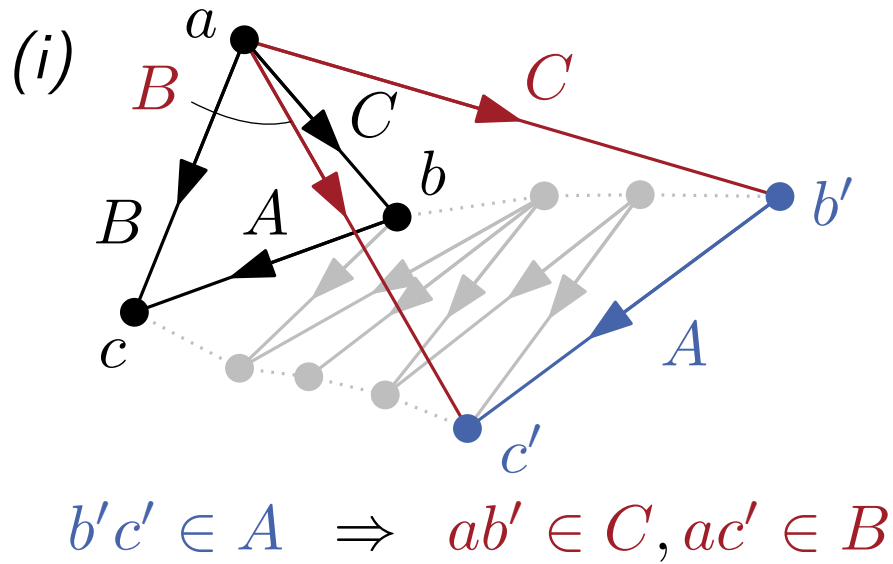
### Satz 4.4 $A \in \mathcal{I}(G)$

$\Rightarrow A = A^{-1}$  oder  $A \cap A^{-1} = \emptyset$   
und  $A, A^{-1}$  transitiv

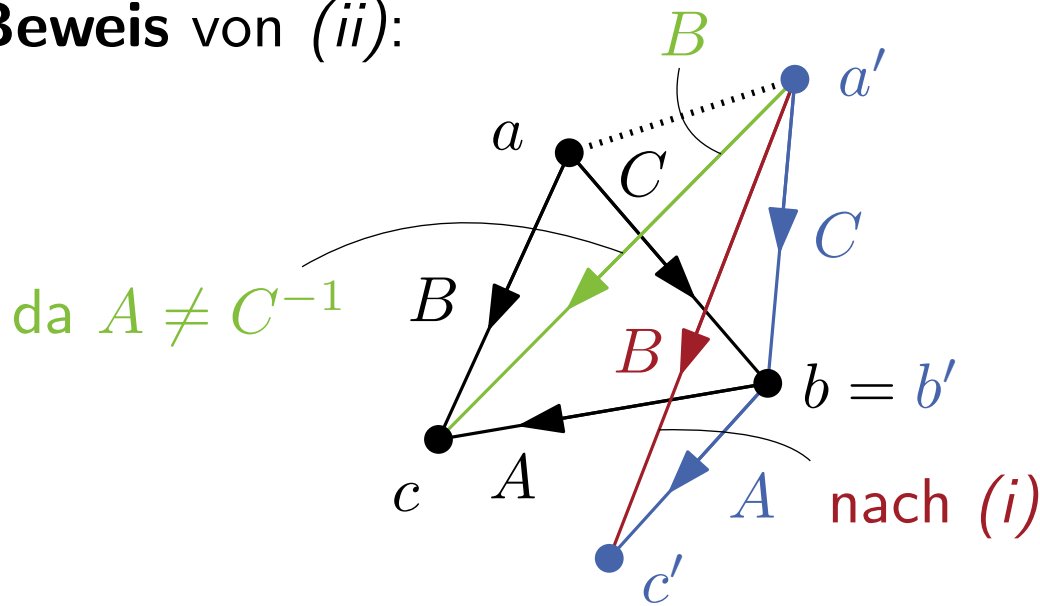
### Satz 4.6 $A \in \mathcal{I}(G), D \in \mathcal{I}(E - \hat{A})$

(i)  $D \in \mathcal{I}(G)$  und  $A \in \mathcal{I}(E - \hat{D})$   
oder (ii)  $D = B + C, \hat{A}, \hat{B}, \hat{C}$  in Regenbogendreieck

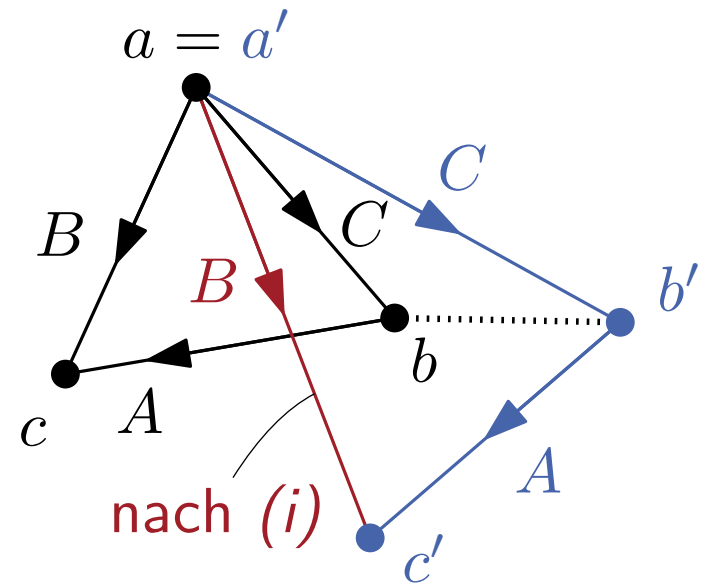
**Lemma 4.3 (Dreieckslemma)**  $A \neq B, A \neq C^{-1}$



**Beweis von (ii):**



Fall 1



Fall 2

---

**Eingabe** : ungerichteter Graph  $G = (V, E)$ .

**Ausgabe** : Transitiv Orientierung  $T$ , falls möglich.

---

```
1   $T \leftarrow \emptyset$ ;  
2   $i \leftarrow 1$ ;  $E_i \leftarrow E$ ;  
3  Solange  $E_i \neq \emptyset$  tue  
4      Wähle  $x_i y_i \in E_i$  beliebig;  
5      Bestimme Implikationsklasse  $B_i$  von  $E_i$  mit  $x_i y_i$ ;  
6      Wenn  $B_i \cap B_i^{-1} \neq \emptyset$ , dann  
7          | Gebe aus " $G$  ist kein Vergleichbarkeitsgraph";  
8      Ende  
9      Füge  $B_i$  zu  $T$  hinzu;  
10      $E_{i+1} \leftarrow E_i - \hat{B}_i$ ;  
11      $i \leftarrow i + 1$ ;  
12 Ende  
13 Gebe  $T$  aus;
```

---

**Algorithmus 7** : Erkennung von Vergleichbarkeitsgraphen

---