

Viertes Übungsblatt

Ausgabe: 10. Juni 2021
Besprechung: 24. Juni 2021

1 Umfang

Der *Umfang* (engl. girth) eines Graphen G ist die Länge eines kürzesten Kreises in G . Enthält G keinen Kreis, so ist der Umfang ∞ .

- a) Geben Sie einen Algorithmus an, der für einen gegebenen Knoten v von G entweder
 - die Länge des kürzesten Kreises berechnet auf dem v liegt, oder
 - entscheidet, dass v nicht auf einem Kreis in G liegt.
- b) Verwenden Sie das Verfahren aus Aufgabenteil a), um für einen beliebigen Graphen den Umfang zu berechnen. Welche Laufzeit erhalten Sie?
- c) Beschleunigen Sie Ihren Algorithmus für den Fall, dass der Eingabegraph planar ist.

2 Minimale Spann bäume in planaren Graphen

Sei G ein einfacher, zusammenhängender planarer Graph mit positiven Kantengewichten. Geben Sie einen Algorithmus an, der in erwarteter linearer Laufzeit einen Spannbaum minimalen Gewichts berechnet.

Hinweis: Sie dürfen die folgenden beiden Aussagen ohne Beweis verwenden:

- Sei v ein Knoten und e eine Kante minimalen Gewichts inzident zu v . Dann gibt es einen Spannbaum minimalen Gewichts von G , der e enthält.
- Sei e eine Kante, die einem Spannbaum minimalen Gewichts von G vorkommt. Sei T ein Spannbaum minimalen Gewichts auf dem Graphen, den man durch die Kontraktion von e erhält. Dann ist $T \cup \{e\}$ ein Spannbaum minimalen Gewichts auf G .

3 Maximum Independent Set

Sei G ein einfacher planarer Graph. Geben Sie einen Algorithmus mit Laufzeit $2^{O(\sqrt{n})}$ der eine optimale unabhängige Menge in G berechnet.