Karlsruher Institut für Technologie

Proseminar: Schwere Probleme und die Kunst der Reduktion

Thomas Bläsius

How to Presentation: Beispielreduktion

MULTICOLORED INDEPENDENT SET

LIST COLORING

How to Presentation: Beispielreduktion

MULTICOLORED INDEPENDENT SET

- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - Partition $V = V_1 \mathbin{\dot\cup} V_2 \mathbin{\dot\cup} \cdots \mathbin{\dot\cup} V_k$

LIST COLORING

How to Presentation: Beispielreduktion

MULTICOLORED INDEPENDENT SET

- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - Partition $V = V_1 \,\dot\cup\, V_2 \,\dot\cup \cdots \dot\cup\, V_k$
- gesucht: $S \subseteq V$ sodass
  - $\forall e \in E\colon |e \cap S| \leq 1$
  - $\forall i \in [k]\colon |V_i \cap S| = 1$

LIST COLORING

How to Presentation: Beispielreduktion

MULTICOLORED INDEPENDENT SET

- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - Partition $V = V_1 \mathbin{\dot\cup} V_2 \mathbin{\dot\cup} \cdots \mathbin{\dot\cup} V_k$
- gesucht: $S \subseteq V$ sodass
  - $\forall e \in E\colon |e \cap S| \leq 1$
  - $\forall i \in [k]\colon |V_i \cap S| = 1$

LIST COLORING

- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - $\forall v \in V\colon C_v \subseteq [\ell]$

How to Presentation: Beispielreduktion

MULTICOLORED INDEPENDENT SET

- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - Partition $V = V_1 \dot\cup V_2 \dot\cup \cdots \dot\cup V_k$
- gesucht: $S \subseteq V$ sodass
  - $\forall e \in E \colon |e \cap S| \leq 1$
  - $\forall i \in [k] \colon |V_i \cap S| = 1$

LIST COLORING

- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - $\forall v \in V \colon C_v \subseteq [\ell]$
- gesucht: $c \colon V \to [\ell]$ sodass
  - $\forall v \in V \colon c(v) \in C_v$
  - $\forall \{u, v\} \in E \colon c(u) \neq c(v)$

How to Presentation: Beispielreduktion

Multicolored Independent Set

- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - Partition $V = V_1 \dot\cup V_2 \dot\cup \cdots \dot\cup V_k$
- gesucht: $S \subseteq V$ sodass
  - $\forall e \in E\colon |e \cap S| \leq 1$
  - $\forall i \in [k]\colon |V_i \cap S| = 1$

List Coloring

- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - $\forall v \in V\colon C_v \subseteq [\ell]$
- gesucht: $c\colon V \to [\ell]$ sodass
  - $\forall v \in V\colon c(v) \in C_v$
  - $\forall \{u, v\} \in E\colon c(u) \neq c(v)$

Reduktion MIS $\to$ LC

How to Presentation: Beispielreduktion

MULTICOLORED INDEPENDENT SET

- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - Partition $V = V_1 \dot\cup V_2 \dot\cup \cdots \dot\cup V_k$
- gesucht: $S \subseteq V$ sodass
  - $\forall e \in E\colon |e \cap S| \leq 1$
  - $\forall i \in [k]\colon |V_i \cap S| = 1$

LIST COLORING

- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - $\forall v \in V\colon C_v \subseteq [\ell]$
- gesucht: $c\colon V \to [\ell]$ sodass
  - $\forall v \in V\colon c(v) \in C_v$
  - $\forall \{u, v\} \in E\colon c(u) \neq c(v)$

Reduktion MIS $\to$ LC

- gegeben: Instanz $G = (V_1 \dot\cup \cdots \dot\cup V_k, E)$ von MIS
- konstruiere LC-Instanz: (Graph $G' = (V', E')$ und $C_v \subseteq [\ell]$ $(\forall v \in V')$) wie folgt

How to Presentation: Beispielreduktion

Multicolored Independent Set

- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - Partition $V = V_1 \dot\cup V_2 \dot\cup \cdots \dot\cup V_k$
- gesucht: $S \subseteq V$ sodass
  - $\forall e \in E\colon |e \cap S| \leq 1$
  - $\forall i \in [k]\colon |V_i \cap S| = 1$

List Coloring

- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - $\forall v \in V\colon C_v \subseteq [\ell]$
- gesucht: $c\colon V \to [\ell]$ sodass
  - $\forall v \in V\colon c(v) \in C_v$
  - $\forall \{u, v\} \in E\colon c(u) \neq c(v)$

Reduktion MIS → LC

- gegeben: Instanz $G = (V_1 \dot\cup \cdots \dot\cup V_k, E)$ von MIS
- konstruiere LC-Instanz: (Graph $G' = (V', E')$ und $C_v \subseteq [\ell]$ $(\forall v \in V')$) wie folgt
  - $V' = [k] \cup E$

How to Presentation: Beispielreduktion

Multicolored Independent Set
- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - Partition $V = V_1 \mathbin{\dot\cup} V_2 \mathbin{\dot\cup} \cdots \mathbin{\dot\cup} V_k$
- gesucht: $S \subseteq V$ sodass
  - $\forall e \in E \colon |e \cap S| \leq 1$
  - $\forall i \in [k] \colon |V_i \cap S| = 1$

List Coloring
- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - $\forall v \in V \colon C_v \subseteq [\ell]$
- gesucht: $c \colon V \to [\ell]$ sodass
  - $\forall v \in V \colon c(v) \in C_v$
  - $\forall \{u, v\} \in E \colon c(u) \neq c(v)$

Reduktion MIS $\to$ LC
- gegeben: Instanz $G = (V_1 \mathbin{\dot\cup} \cdots \mathbin{\dot\cup} V_k, E)$ von MIS
- konstruiere LC-Instanz: (Graph $G' = (V', E')$ und $C_v \subseteq [\ell]$ $(\forall v \in V')$) wie folgt
  - $V' = [k] \cup E$
  - $\forall i \in [k] \colon C_i = V_i$
  - $\forall e \in E \colon C_e = e$

How to Presentation: Beispielreduktion

Multicolored Independent Set

- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - Partition $V = V_1 \mathbin{\dot\cup} V_2 \mathbin{\dot\cup} \cdots \mathbin{\dot\cup} V_k$
- gesucht: $S \subseteq V$ sodass
  - $\forall e \in E \colon |e \cap S| \leq 1$
  - $\forall i \in [k] \colon |V_i \cap S| = 1$

List Coloring

- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - $\forall v \in V \colon C_v \subseteq [\ell]$
- gesucht: $c \colon V \to [\ell]$ sodass
  - $\forall v \in V \colon c(v) \in C_v$
  - $\forall \{u, v\} \in E \colon c(u) \neq c(v)$

Reduktion MIS → LC

- gegeben: Instanz $G = (V_1 \mathbin{\dot\cup} \cdots \mathbin{\dot\cup} V_k, E)$ von MIS
- konstruiere LC-Instanz: (Graph $G' = (V', E')$ und $C_v \subseteq [\ell]$ $(\forall v \in V')$) wie folgt
  - $V' = [k] \cup E$
  - $\forall i \in [k] \colon C_i = V_i$
  - $\forall e \in E \colon C_e = e$
  - $E' = \{\{i, e\} \mid i \in [k] \wedge e \in E \wedge e \cap V_i \neq \emptyset\}$

How to Presentation: Beispielreduktion

Karlsruher Institut für Technologie

MULTICOLORED INDEPENDENT SET

- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - Partition $V = V_1 \mathbin{\dot\cup} V_2 \mathbin{\dot\cup} \cdots \mathbin{\dot\cup} V_k$
- gesucht: $S \subseteq V$ sodass
  - $\forall e \in E \colon |e \cap S| \leq 1$
  - $\forall i \in [k] \colon |V_i \cap S| = 1$

LIST COLORING

- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - $\forall v \in V \colon C_v \subseteq [\ell]$
- gesucht: $c \colon V \to [\ell]$ sodass
  - $\forall v \in V \colon c(v) \in C_v$
  - $\forall \{u, v\} \in E \colon c(u) \neq c(v)$

Reduktion MIS → LC

- gegeben: Instanz $G = (V_1 \mathbin{\dot\cup} \cdots \mathbin{\dot\cup} V_k, E)$ von MIS
- konstruiere LC-Instanz: (Graph $G' = (V', E')$ und $C_v \subseteq [\ell]$ $(\forall v \in V')$) wie folgt
  - $V' = [k] \cup E$
  - $\forall i \in [k] \colon C_i = V_i$
  - $\forall e \in E \colon C_e = e$
  - $E' = \{\{i, e\} \mid i \in [k] \wedge e \in E \wedge e \cap V_i \neq \emptyset\}$

War das verständlich?

$\underbrace{\text{How}}_{}^{\text{not}}$ to Presentation: Beispielreduktion

Karlsruher Institut für Technologie

MULTICOLORED INDEPENDENT SET

- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - Partition $V = V_1 \mathbin{\dot\cup} V_2 \mathbin{\dot\cup} \cdots \mathbin{\dot\cup} V_k$
- gesucht: $S \subseteq V$ sodass
  - $\forall e \in E\colon |e \cap S| \leq 1$
  - $\forall i \in [k]\colon |V_i \cap S| = 1$

LIST COLORING

- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - $\forall v \in V\colon C_v \subseteq [\ell]$
- gesucht: $c\colon V \to [\ell]$ sodass
  - $\forall v \in V\colon c(v) \in C_v$
  - $\forall \{u, v\} \in E\colon c(u) \neq c(v)$

Reduktion MIS → LC

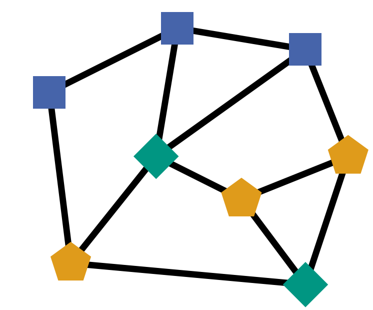
- gegeben: Instanz $G = (V_1 \mathbin{\dot\cup} \cdots \mathbin{\dot\cup} V_k, E)$ von MIS
- konstruiere LC-Instanz: (Graph $G' = (V', E')$ und $C_v \subseteq [\ell]$ $(\forall v \in V')$) wie folgt
  - $V' = [k] \cup E$
  - $\forall i \in [k]\colon C_i = V_i$
  - $\forall e \in E\colon C_e = e$
  - $E' = \{\{i, e\} \mid i \in [k] \wedge e \in E \wedge e \cap V_i \neq \emptyset\}$

War das verständlich?

How to Presentation: zweiter Versuch

MULTICOLORED INDEPENDENT SET (MIS)

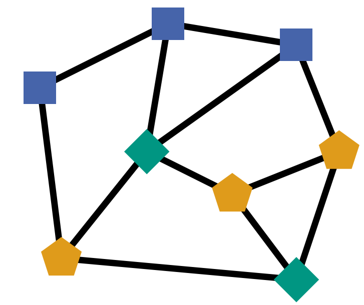
- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass



How to Presentation: zweiter Versuch

Multicolored Independent Set (MIS)

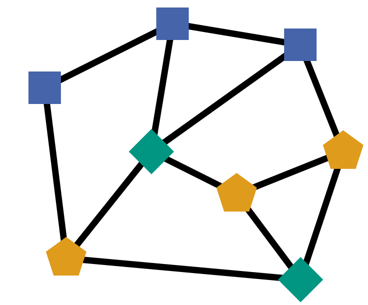
- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass
  - independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S



How to Presentation: zweiter Versuch

MULTICOLORED INDEPENDENT SET (MIS)

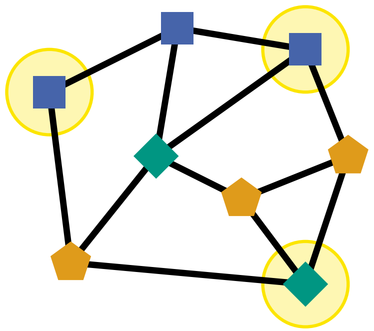
- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass
  - independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S
  - bunt: S enthält jede Farbe genau einmal



How to Presentation: zweiter Versuch

MULTICOLORED INDEPENDENT SET (MIS)

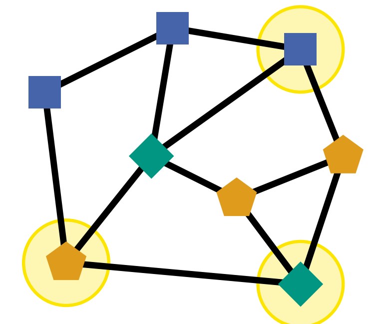
- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass
  - independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S
  - bunt: S enthält jede Farbe genau einmal



How to Presentation: zweiter Versuch

Multicolored Independent Set (MIS)

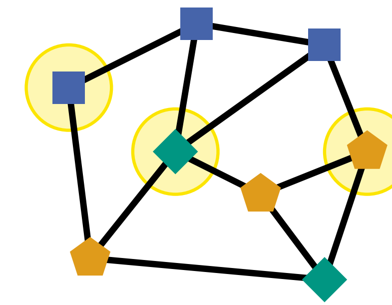
- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass
  - independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S
  - bunt: S enthält jede Farbe genau einmal



How to Presentation: zweiter Versuch

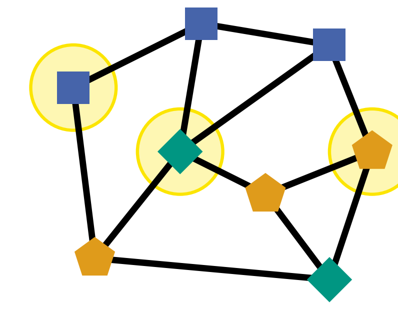
MULTICOLORED INDEPENDENT SET (MIS)

- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass
  - independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S ✓
  - bunt: S enthält jede Farbe genau einmal ✓



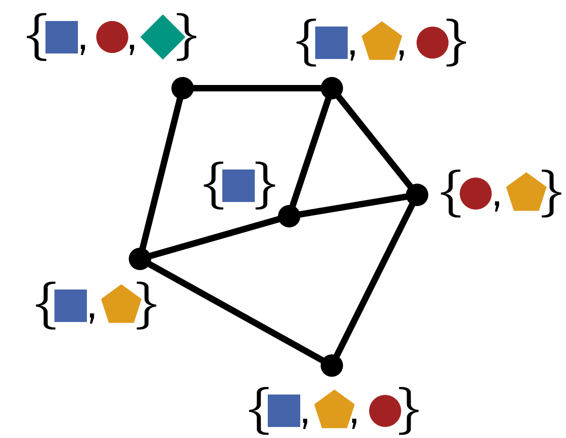
How to Presentation: zweiter Versuch

MULTICOLORED INDEPENDENT SET (MIS)



- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass
  - independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S ✓
  - bunt: S enthält jede Farbe genau einmal ✓

LIST COLORING (LC)

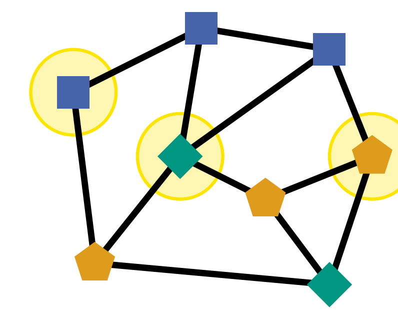


- gegeben: Graph $G = (V, E)$ und $\forall v \in V$: Farbmenge C_v

How to Presentation: zweiter Versuch

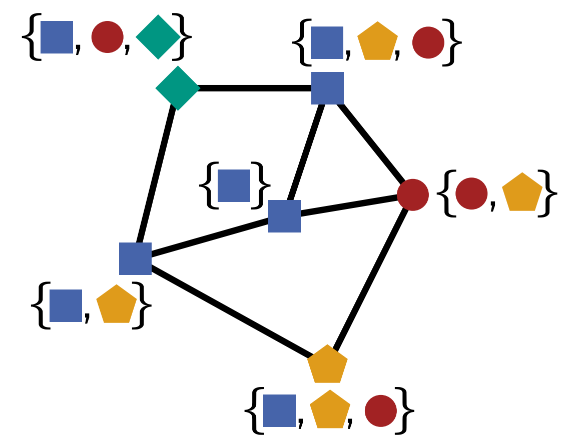
Multicolored Independent Set (MIS)

- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass
  - independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S
  - bunt: S enthält jede Farbe genau einmal



List Coloring (LC)

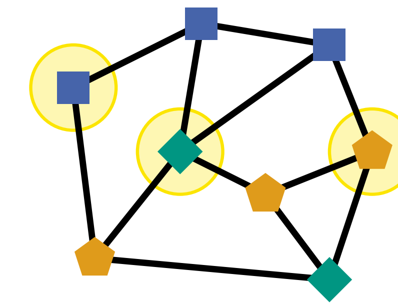
- gegeben: Graph $G = (V, E)$ und $\forall v \in V$: Farbmenge C_v
- gesucht: Farbe für jeden Knoten, sodass
  - erlaubte Farben: v hat Farbe aus C_v



How to Presentation: zweiter Versuch

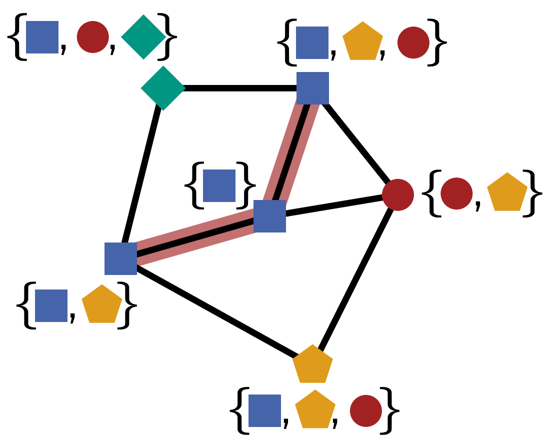
Multicolored Independent Set (MIS)

- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass
  - independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S
  - bunt: S enthält jede Farbe genau einmal



List Coloring (LC)

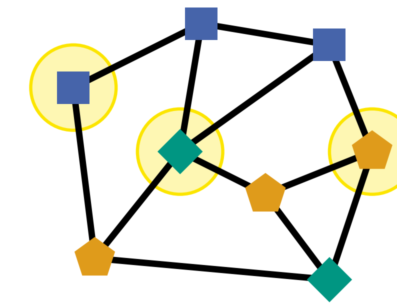
- gegeben: Graph $G = (V, E)$ und $\forall v \in V$: Farbmenge C_v
- gesucht: Farbe für jeden Knoten, sodass
  - erlaubte Farben: v hat Farbe aus C_v
  - gültige Färbung: Nachbarn unterschiedlich gefärbt



How to Presentation: zweiter Versuch

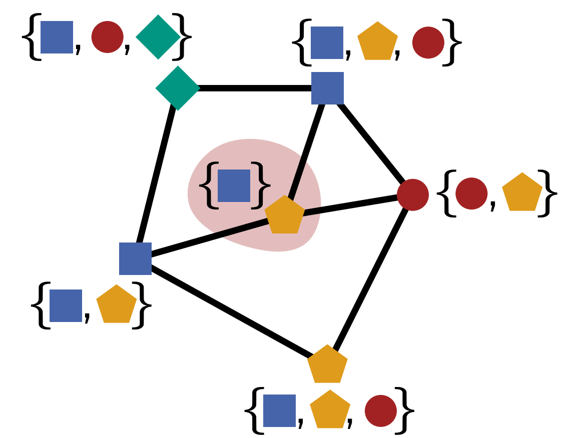
Multicolored Independent Set (MIS)

- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass
  - independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S
  - bunt: S enthält jede Farbe genau einmal



List Coloring (LC)

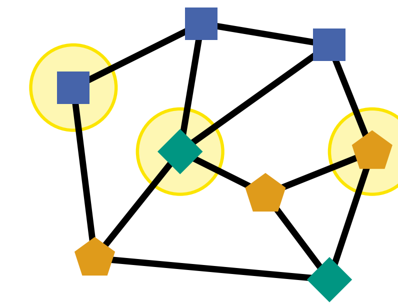
- gegeben: Graph $G = (V, E)$ und $\forall v \in V$: Farbmenge C_v
- gesucht: Farbe für jeden Knoten, sodass
  - erlaubte Farben: v hat Farbe aus C_v
  - gültige Färbung: Nachbarn unterschiedlich gefärbt



How to Presentation: zweiter Versuch

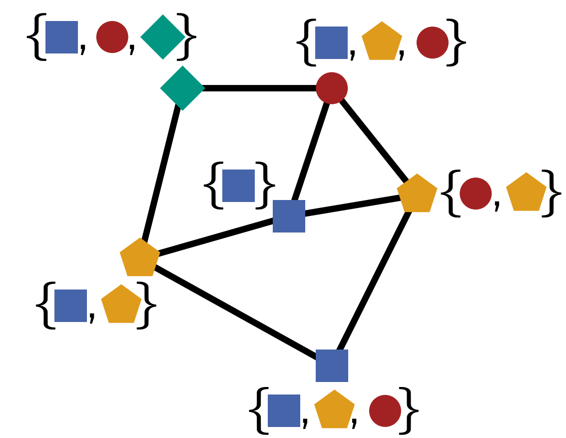
Multicolored Independent Set (MIS)

- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass
  - independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S
  - bunt: S enthält jede Farbe genau einmal



List Coloring (LC)

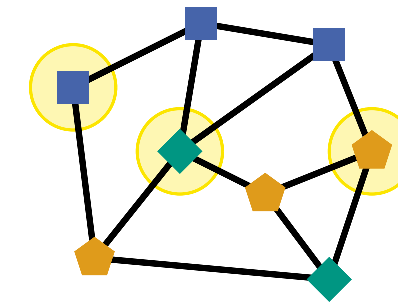
- gegeben: Graph $G = (V, E)$ und $\forall v \in V$: Farbmenge C_v
- gesucht: Farbe für jeden Knoten, sodass
  - erlaubte Farben: v hat Farbe aus C_v
  - gültige Färbung: Nachbarn unterschiedlich gefärbt



How to Presentation: zweiter Versuch

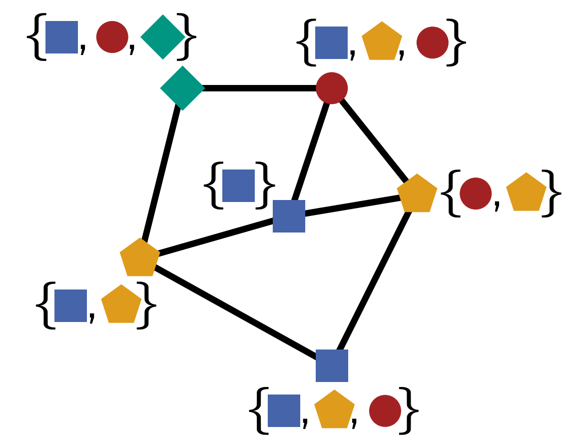
Multicolored Independent Set (MIS)

- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass
  - independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S
  - bunt: S enthält jede Farbe genau einmal



List Coloring (LC)

- gegeben: Graph $G = (V, E)$ und $\forall v \in V$: Farbmenge C_v
- gesucht: Farbe für jeden Knoten, sodass
  - erlaubte Farben: v hat Farbe aus C_v
  - gültige Färbung: Nachbarn unterschiedlich gefärbt



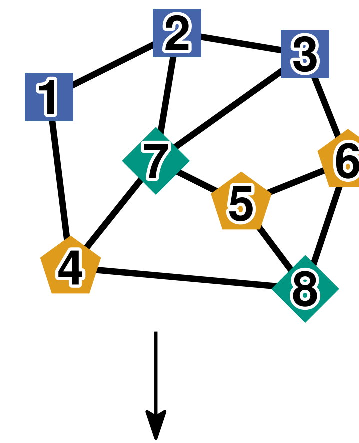
Beobachtung

- MIS: wähle einen Knoten pro Farbe
- LC: wähle eine Farbe pro Knoten

Multicolored Independent Set → List Coloring

Übersetzung der Entscheidungen

- LC-Knoten: einer pro MIS-Farbe
- mögliche LC-Farben: MIS-Knoten



$\{1, 2, 3\}$

$\{4, 5, 6\}$

$\{7, 8\}$

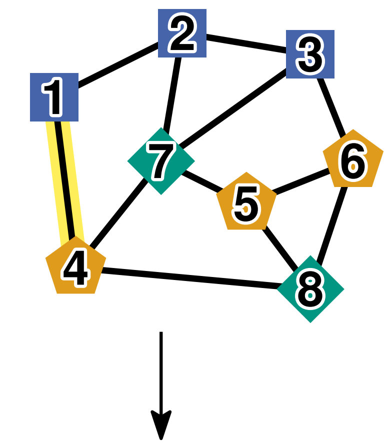
Multicolored Independent Set → List Coloring

Übersetzung der Entscheidungen

- LC-Knoten: einer pro MIS-Farbe
- mögliche LC-Farben: MIS-Knoten

Modellierung der Bedingungen

- Kante {1, 4} in MIS ⇒ nicht (1 und 4)



$\{1, 2, 3\}$

$\{4, 5, 6\}$

$\{7, 8\}$

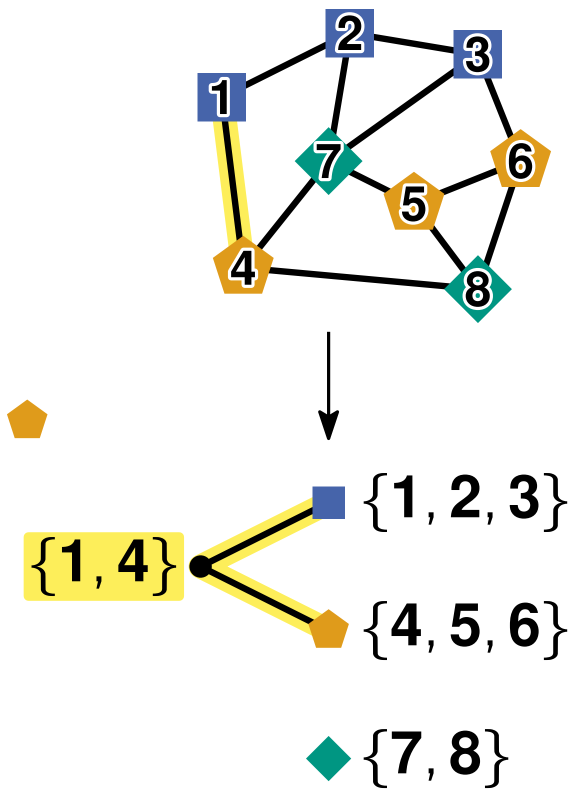
Multicolored Independent Set → List Coloring

Übersetzung der Entscheidungen

- LC-Knoten: einer pro MIS-Farbe
- mögliche LC-Farben: MIS-Knoten

Modellierung der Bedingungen

- Kante {1, 4} in MIS ⇒ nicht (1 und 4)
- LC: LC-Knoten mit LC-Farben $\{\mathbf{1}, \mathbf{4}\}$ und Nachbarn ■ und ⬟



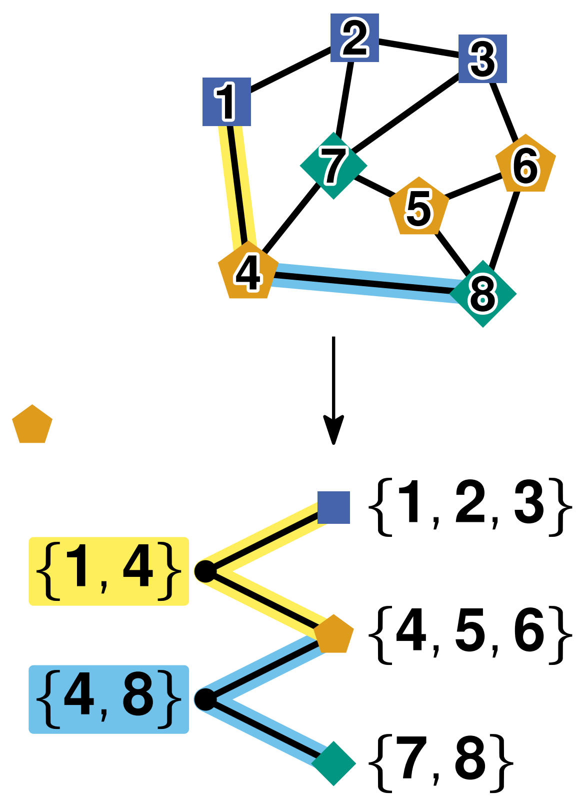
Multicolored Independent Set → List Coloring

Übersetzung der Entscheidungen

- LC-Knoten: einer pro MIS-Farbe
- mögliche LC-Farben: MIS-Knoten

Modellierung der Bedingungen

- Kante {1, 4} in MIS ⇒ nicht (1 und 4)
- LC: LC-Knoten mit LC-Farben {**1**, **4**} und Nachbarn ■ und ⬟



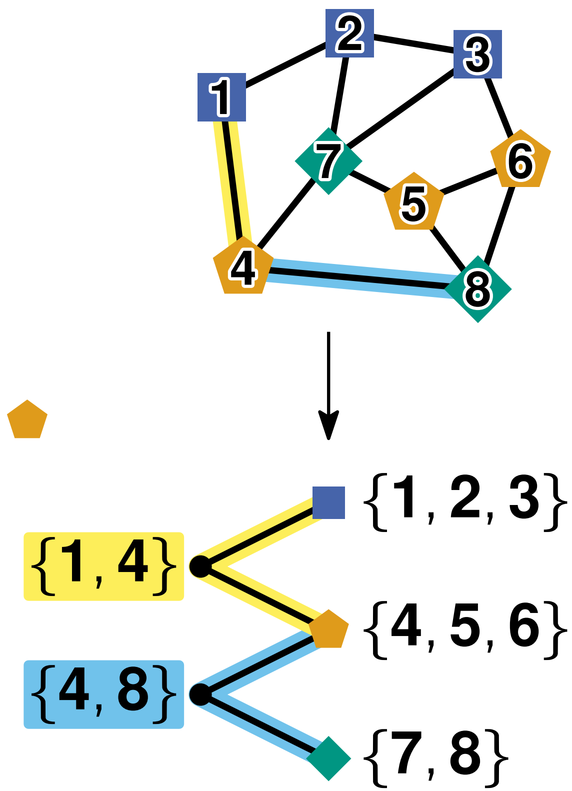
MULTICOLORED INDEPENDENT SET → LIST COLORING

Übersetzung der Entscheidungen

- LC-Knoten: einer pro MIS-Farbe
- mögliche LC-Farben: MIS-Knoten

Modellierung der Bedingungen

- Kante {1, 4} in MIS ⇒ nicht (1 und 4)
- LC: LC-Knoten mit LC-Farben $\{\mathbf{1}, \mathbf{4}\}$ und Nachbarn ■ und ⬟

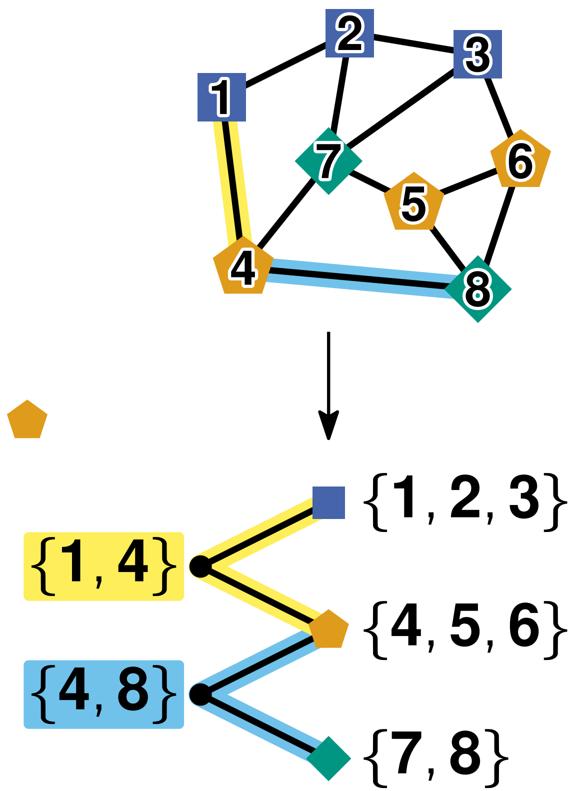


> **Theorem**
> LIST COLORING ist NP-schwer (mittels Reduktion von MULTICOLORED INDEPENDENT SET).

Multicolored Independent Set → List Coloring

Übersetzung der Entscheidungen
- LC-Knoten: einer pro MIS-Farbe
- mögliche LC-Farben: MIS-Knoten

Modellierung der Bedingungen
- Kante {1, 4} in MIS ⇒ nicht (1 und 4)
- LC: LC-Knoten mit LC-Farben $\{1, 4\}$ und Nachbarn ■ und ⬟



> **Theorem**
> List Coloring ist NP-schwer (mittels Reduktion von Multicolored Independent Set).

Beweis
- Reduktion ist polynomiell
- Lösung für LC → Lösung für MIS
- Lösung für MIS → Lösung für LC

How to Presentation

How $\overbrace{\text{to}}^{\text{not}}$ Presentation: Beispielreduktion

MULTICOLORED INDEPENDENT SET
- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - Partition $V = V_1 \cup V_2 \cup \cdots \cup V_k$
- gesucht: $S \subseteq V$ sodass
  - $\forall e \in E \colon |e \cap S| \leq 1$
  - $\forall i \in [k] \colon |V_i \cap S| = 1$

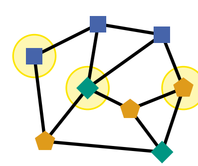
LIST COLORING
- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - $\forall v \in V \colon C_v \subseteq [\ell]$
- gesucht: $c \colon V \to [\ell]$ sodass
  - $\forall v \in V \colon c(v) \in C_v$
  - $\forall \{u, v\} \in E \colon c(u) \neq c(v)$

Reduktion MIS $\to$ LC
- gegeben: Instanz $G = (V_1 \cup \cdots \cup V_k, E)$ von MIS
- konstruiere LC-Instanz: (Graph $G' = (V', E')$ und $C_v \subseteq [\ell]$ $(\forall v \in V')$) wie folgt
  - $V' = [k] \cup E$
  - $\forall i \in [k] \colon C_i = V_i$
  - $\forall e \in E \colon C_e = e$
  - $E' = \{\{i, e\} \mid i \in [k] \wedge e \in E \wedge e \cap V_i \neq \emptyset\}$

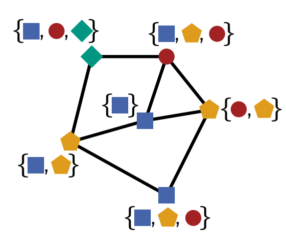
War das verständlich?

How to Presentation: zweiter Versuch

MULTICOLORED INDEPENDENT SET (MIS)
- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass
  - independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S
  - bunt: S enthält jede Farbe genau einmal



LIST COLORING (LC)
- gegeben: Graph $G = (V, E)$ und $\forall v \in V$: Farbmenge C_v
- gesucht: Farbe für jeden Knoten, sodass
  - erlaubte Farben: v hat Farbe aus C_v
  - gültige Färbung: Nachbarn unterschiedlich gefärbt



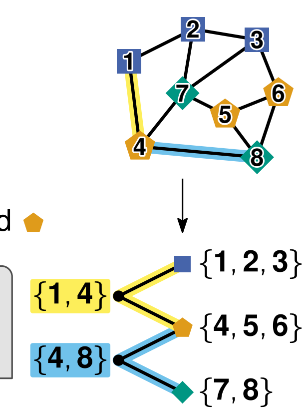
Beobachtung
- MIS: wähle einen Knoten pro Farbe
- LC: wähle eine Farbe pro Knoten

Proseminar Schwere Probleme und die Kunst der Reduktion

MULTICOLORED INDEPENDENT SET $\to$ LIST COLORING

Übersetzung der Entscheidungen
- LC-Knoten: einer pro MIS-Farbe
- mögliche LC-Farben: MIS-Knoten

Modellierung der Bedingungen
- Kante $\{1, 4\}$ in MIS $\Rightarrow$ nicht (1 und 4)
- LC: LC-Knoten mit LC-Farben $\{1, 4\}$ und Nachbarn ■ und ⬟



Theorem
LIST COLORING ist NP-schwer (mittels Reduktion von MULTICOLORED INDEPENDENT SET).

Beweis
- Reduktion ist polynomiell
- Lösung für LC $\to$ Lösung für MIS
- Lösung für MIS $\to$ Lösung für LC

Proseminar Schwere Probleme und die Kunst der Reduktion

How to Presentation

Disclaimer

- keine einfache Anleitung für gute Präsentation
- das ist immer problemspezifisch
- hier: grundsätzliche Denkanstöße am Beispiel

How not to Presentation: Beispielreduktion

Multicolored Independent Set

- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - Partition $V = V_1 \cupdot V_2 \cupdot \cdots \cupdot V_k$
- gesucht: $S \subseteq V$ sodass
  - $\forall e \in E\colon |e \cap S| \leq 1$
  - $\forall i \in [k]\colon |V_i \cap S| = 1$

List Coloring

- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - $\forall v \in V\colon C_v \subseteq [\ell]$
- gesucht: $c\colon V \to [\ell]$ sodass
  - $\forall v \in V\colon c(v) \in C_v$
  - $\forall \{u, v\} \in E\colon c(u) \neq c(v)$

Reduktion MIS $\to$ LC

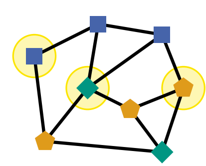
- gegeben: Instanz $G = (V_1 \cupdot \cdots \cupdot V_k, E)$ von MIS
- konstruiere LC-Instanz: (Graph $G' = (V', E')$ und $C_v \subseteq [\ell]$ $(\forall v \in V')$) wie folgt
  - $V' = [k] \cup E$
  - $\forall i \in [k]\colon C_i = V_i$
  - $\forall e \in E\colon C_e = e$
  - $E' = \{\{i, e\} \mid i \in [k] \land e \in E \land e \cap V_i \neq \emptyset\}$

War das verständlich?

How to Presentation: zweiter Versuch

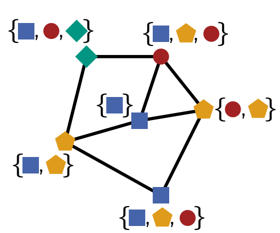
Multicolored Independent Set (MIS)

- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass
  - independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S
  - bunt: S enthält jede Farbe genau einmal



List Coloring (LC)

- gegeben: Graph $G = (V, E)$ und $\forall v \in V$: Farbmenge C_v
- gesucht: Farbe für jeden Knoten, sodass
  - erlaubte Farben: v hat Farbe aus C_v
  - gültige Färbung: Nachbarn unterschiedlich gefärbt



Beobachtung

- MIS: wähle einen Knoten pro Farbe
- LC: wähle eine Farbe pro Knoten

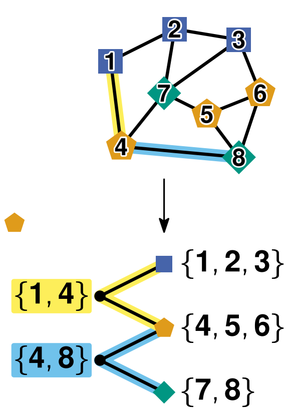
Multicolored Independent Set $\to$ List Coloring

Übersetzung der Entscheidungen

- LC-Knoten: einer pro MIS-Farbe
- mögliche LC-Farben: MIS-Knoten

Modellierung der Bedingungen

- Kante $\{1, 4\}$ in MIS $\Rightarrow$ nicht (1 und 4)
- LC: LC-Knoten mit LC-Farben $\{\mathbf{1}, \mathbf{4}\}$ und Nachbarn ■ und ⬟



> **Theorem**
> List Coloring ist NP-schwer (mittels Reduktion von Multicolored Independent Set).

Beweis

- Reduktion ist polynomiell
- Lösung für LC $\to$ Lösung für MIS
- Lösung für MIS $\to$ Lösung für LC

How to Presentation

Anschaulich oder formal?

- Bilder + Interpretation im Vergleich zu Formeln:
  - leichter zu verstehen
  - leichter zu merken
  - weniger zu merkende Notation
  - aber: Ist das nicht zu informell?

---

not

How to Presentation: Beispielreduktion

Multicolored Independent Set
- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - Partition $V = V_1 \mathbin{\dot\cup} V_2 \mathbin{\dot\cup} \cdots \mathbin{\dot\cup} V_k$
- gesucht: $S \subseteq V$ sodass
  - $\forall e \in E\colon |e \cap S| \leq 1$
  - $\forall i \in [k]\colon |V_i \cap S| = 1$

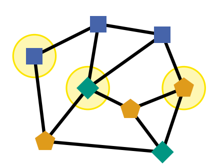
List Coloring
- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - $\forall v \in V\colon C_v \subseteq [\ell]$
- gesucht: $c\colon V \to [\ell]$ sodass
  - $\forall v \in V\colon c(v) \in C_v$
  - $\forall \{u, v\} \in E\colon c(u) \neq c(v)$

Reduktion MIS → LC
- gegeben: Instanz $G = (V_1 \mathbin{\dot\cup} \cdots \mathbin{\dot\cup} V_k, E)$ von MIS
- konstruiere LC-Instanz: (Graph $G' = (V', E')$ und $C_v \subseteq [\ell]$ $(\forall v \in V')$) wie folgt
  - $V' = [k] \cup E$
  - $\forall i \in [k]\colon C_i = V_i$
  - $\forall e \in E\colon C_e = e$
  - $E' = \{\{i, e\} \mid i \in [k] \wedge e \in E \wedge e \cap V_i \neq \emptyset\}$

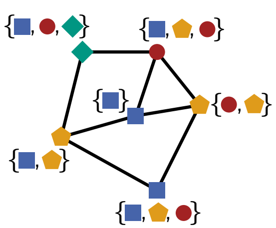
War das verständlich?

How to Presentation: zweiter Versuch

Multicolored Independent Set (MIS)
- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass
  - independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S
  - bunt: S enthält jede Farbe genau einmal



List Coloring (LC)
- gegeben: Graph $G = (V, E)$ und $\forall v \in V$: Farbmenge C_v
- gesucht: Farbe für jeden Knoten, sodass
  - erlaubte Farben: v hat Farbe aus C_v
  - gültige Färbung: Nachbarn unterschiedlich gefärbt

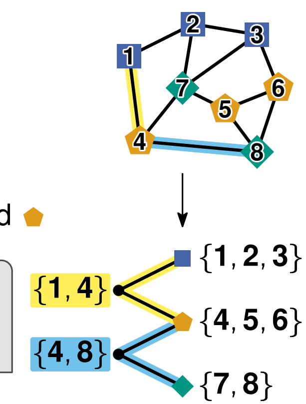


Beobachtung
- MIS: wähle einen Knoten pro Farbe
- LC: wähle eine Farbe pro Knoten

Multicolored Independent Set → List Coloring

Übersetzung der Entscheidungen
- LC-Knoten: einer pro MIS-Farbe
- mögliche LC-Farben: MIS-Knoten

Modellierung der Bedingungen
- Kante $\{1, 4\}$ in MIS $\Rightarrow$ nicht (1 und 4)
- LC: LC-Knoten mit LC-Farben $\{1, 4\}$ und Nachbarn ■ und ⬟



Theorem
List Coloring ist NP-schwer (mittels Reduktion von Multicolored Independent Set).

Beweis
- Reduktion ist polynomiell
- Lösung für LC → Lösung für MIS
- Lösung für MIS → Lösung für LC

How to Presentation

Anschaulich oder formal?

- Bilder + Interpretation im Vergleich zu Formeln:
  - leichter zu verstehen
  - leichter zu merken
  - weniger zu merkende Notation
  - aber: Ist das nicht zu informell?

not

How to Presentation: Beispie

unnötige Info

Multicolored Independent Set
- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - Partition $V = V_1 \mathbin{\dot\cup} V_2 \mathbin{\dot\cup} \cdots \mathbin{\dot\cup} V_k$
- gesucht: $S \subseteq V$ sodass
  - $\forall e \in E\colon |e \cap S| \leq 1$
  - $\forall i \in [k]\colon |V_i \cap S| = 1$

List Coloring
- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - $\forall v \in V\colon C_v \subseteq [\ell]$
- gesucht: $c\colon V \to [\ell]$ sodass
  - $\forall v \in V\colon c(v) \in C_v$
  - $\forall \{u, v\} \in E\colon c(u) \neq c(v)$

Reduktion MIS $\to$ LC
- gegeben: Instanz $G = (V_1 \mathbin{\dot\cup} \cdots \mathbin{\dot\cup} V_k, E)$ von MIS
- konstruiere LC-Instanz: (Graph $G' = (V', E')$ und $C_v \subseteq [\ell]$ ($\forall v \in V'$)) wie folgt
  - $V' = [k] \cup E$
  - $\forall i \in [k]\colon C_i = V_i$
  - $\forall e \in E\colon C_e = e$
  - $E' = \{\{i, e\} \mid i \in [k] \wedge e \in E \wedge e \cap V_i \neq \emptyset\}$

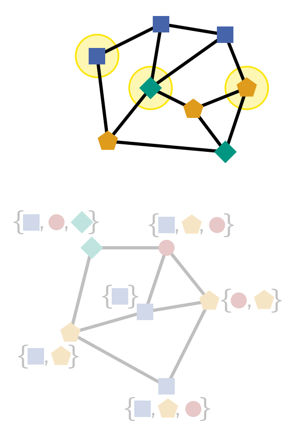
War das verständlich?

How to Presentation: zweiter Versuch

Multicolored Independent Set (MIS)
- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass
  - independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S
  - bunt: ... al

passt zum Namen

List Co...
- gegeben: Graph $G = (V, E)$ und $\forall v \in V$: Farbmenge C_v
- gesucht: Farbe für jeden Knoten, sodass
  - erlaubte Farben: v hat Farbe aus C_v
  - gültige Färbung: Nachbarn unterschiedlich gefärbt

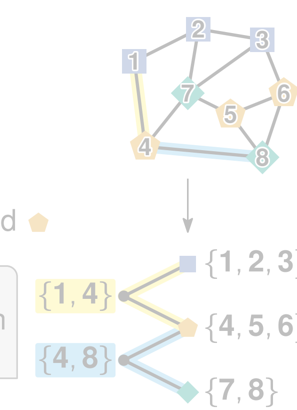


Beobachtung
- MIS: wähle einen Knoten pro Farbe
- LC: wähle eine Farbe pro Knoten

Multicolored Independent Set $\to$ List Coloring

Übersetzung der Entscheidungen
- LC-Knoten: einer pro MIS-Farbe
- mögliche LC-Farben: MIS-Knoten

Modellierung der Bedingungen
- Kante $\{1, 4\}$ in MIS $\Rightarrow$ nicht (1 und 4)
- LC: LC-Knoten mit LC-Farben $\{1, 4\}$ und Nachbarn ■ und ⬟



Theorem
List Coloring ist NP-schwer (mittels Reduktion von Multicolored Independent Set).

Beweis
- Reduktion ist polynomiell
- Lösung für LC $\to$ Lösung für MIS
- Lösung für MIS $\to$ Lösung für LC

How to Presentation

Anschaulich oder formal?

- Bilder + Interpretation im Vergleich zu Formeln:
  - leichter zu verstehen
  - leichter zu merken
  - weniger zu merkende Notation
  - aber: Ist das nicht zu informell?

How to Presentation: Beispiel

not

unnötige Info

Multicolored Independent Set

- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - Partition $V = V_1 \cup V_2 \cup \cdots \cup V_k$
- gesucht: $S \subseteq V$ sodass
  - $\forall e \in E \colon |e \cap S| \leq 1$
  - $\forall i \in [k] \colon |V_i \cap S| = 1$

List Coloring

- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - $\forall v \in V \colon C_v \subseteq [\ell]$
- gesucht: $c \colon V \to [\ell]$ sodass
  - $\forall v \in V \colon c(v) \in C_v$
  - $\forall \{u, v\} \in E \colon c(u) \neq c(v)$

Reduktion MIS → LC

- gegeben: Instanz $G = (V_1 \cup \cdots \cup V_k, E)$ von MIS
- konstruiere LC-Instanz: (Graph $G' = (V', E')$ und $C_v \subseteq [\ell]$ $(\forall v \in V')$) wie folgt
  - $V' = [k] \cup E$
  - $\forall i \in [k] \colon C_i = V_i$
  - $\forall e \in E \colon C_e = e$
  - $E' = \{\{i, e\} \mid i \in [k] \wedge e \in E \wedge e \cap V_i \neq \emptyset\}$

War das verständlich?

How to Presentation: zweiter Versuch

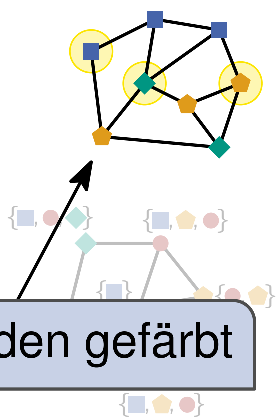
Multicolored Independent Set (MIS)

- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass
  - independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S
  - bunt: S enthält jede Farbe genau einmal

passt zum Namen

List Coloring

- gegeben: Graph $G = (V, E)$ und $\forall v \in V$: Farbmenge C_v
- gesucht: Farbe für jeden Knoten, sodass
  - erlaubte Farben: v hat Farbe aus C_v
  - gültige Färbung: Nachbarn unterschiedlich



Knoten werden gefärbt

Beobachtung

- MIS: wähle einen Knoten pro Farbe
- LC: wähle eine Farbe pro Knoten

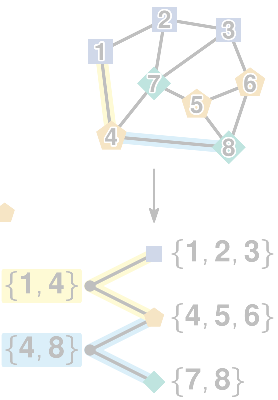
Multicolored Independent Set → List Coloring

Übersetzung der Entscheidungen

- LC-Knoten: einer pro MIS-Farbe
- mögliche LC-Farben: MIS-Knoten

Modellierung der Bedingungen

- Kante {1, 4} in MIS ⇒ nicht (1 und 4)
- LC: LC-Knoten mit LC-Farben $\{1, 4\}$ und Nachbarn ■ und ⬟



> **Theorem**
> List Coloring ist NP-schwer (mittels Reduktion von Multicolored Independent Set).

Beweis

- Reduktion ist polynomiell
- Lösung für LC → Lösung für MIS
- Lösung für MIS → Lösung für LC

How to Presentation

Anschaulich oder formal?

- Bilder + Interpretation im Vergleich zu Formeln:
  - leichter zu verstehen
  - leichter zu merken
  - weniger zu merkende Notation
  - aber: Ist das nicht zu informell?

---

not

How to Presentation: Beispie

unnötige Info

MULTICOLORED INDEPENDENT SET
- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - Partition $V = V_1 \cup V_2 \cup \dots \cup V_k$
- gesucht: $S \subseteq V$ sodass
  - $\forall e \in E\colon |e \cap S| \leq 1$
  - $\forall i \in [k]\colon |V_i \cap S| = 1$

LIST COLORING
- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - $\forall v \in V\colon C_v \subseteq [\ell]$
- gesucht: $c\colon V \to [\ell]$ sodass
  - $\forall v \in V\colon c(v) \in C_v$
  - $\forall \{u, v\} \in E\colon c(u) \neq c(v)$

Reduktion MIS → LC
- gegeben: Instanz $G = (V_1 \cup \dots \cup V_k, E)$ von MIS
- konstruiere LC-Instanz: (Graph $G' = (V', E')$ und $C_v \subseteq [\ell]$ $(\forall v \in V')$) wie folgt
  - $V' = [k] \cup E$
  - $\forall i \in [k]\colon C_i = V_i$
  - $\forall e \in E\colon C_e = e$
  - $E' = \{\{i, e\} \mid i \in [k] \wedge e \in E \wedge e \cap V_i \neq \emptyset\}$

War das verständlich?

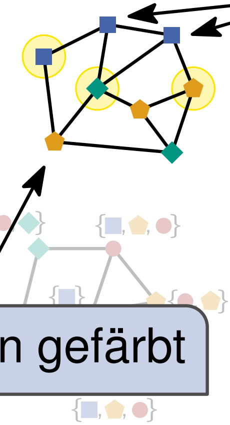
How to Presentation: zweiter Versuch

MULTICOLORED INDEPENDENT SET (MIS)
- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass
  - independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S ✓
  - bunt: … mal ✓

passt zum Namen

LIST CO…
- gegeben: Graph $G = (V, E)$ und $\forall v \in V$: Farbmenge C_v
- gesucht: Farbe für jeden Knoten, sodass
  - erlaubte Farben: v hat Farbe aus C_v
  - gültige Färbung: Nachbarn unterschi…

Knoten werden gefärbt



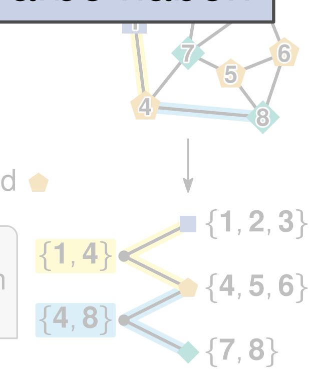
Beobachtung
- MIS: wähle einen Knoten pro Farbe
- LC: wähle eine Farbe pro Knoten

benachbarte Knoten dürfen die selbe Farbe haben

MULTICOLORED INDEPENDENT SET → LIST COLORING

- mögliche LC-Farben: MIS-Knoten

Modellierung der Bedingungen
- Kante $\{1, 4\}$ in MIS ⇒ nicht (1 und 4)
- LC: LC-Knoten mit LC-Farben $\{1, 4\}$ und Nachbarn ■ und ⬟



Theorem
LIST COLORING ist NP-schwer (mittels Reduktion von MULTICOLORED INDEPENDENT SET).

Beweis
- Reduktion ist polynomiell
- Lösung für LC → Lösung für MIS
- Lösung für MIS → Lösung für LC

How to Presentation

Anschaulich oder formal?

- Bilder + Interpretation im Vergleich zu Formeln:
  - leichter zu verstehen
  - leichter zu merken
  - weniger zu merkende Notation
  - aber: Ist das nicht zu informell?

---

not

How to Presentation: Beispie

unnötige Info

MULTICOLORED INDEPENDENT SET
- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - Partition $V = V_1 \cup V_2 \cup \cdots \cup V_k$
- gesucht: $S \subseteq V$ sodass

mehr Notation, wann brauchen wir die?

LIST COLORING
- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - $\forall v \in V\colon C_v \subseteq [\ell]$
- gesucht: $c\colon V \to [\ell]$ sodass
  - $\forall v \in V\colon c(v) \in C_v$
  - $\forall \{u, v\} \in E\colon c(u) \neq c(v)$

Reduktion MIS → LC
- gegeben: Instanz $G = (V_1 \cup \cdots \cup V_k, E)$ von MIS
- konstruiere LC-Instanz: (Graph $G' = (V', E')$ und $C_v \subseteq [\ell]$ $(\forall v \in V')$) wie folgt
  - $V' = [k] \cup E$
  - $\forall i \in [k]\colon C_i = V_i$
  - $\forall e \in E\colon C_e = e$
  - $E' = \{\{i, e\} \mid i \in [k] \wedge e \in E \wedge e \cap V_i \neq \emptyset\}$

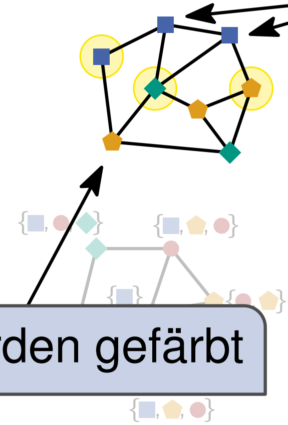
War das verständlich?

How to Presentation: zweiter Versuch

MULTICOLORED INDEPENDENT SET (MIS)
- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass
  - independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S
  - bunt: ... al

passt zum Namen

LIST CO...
- gegeben: Graph $G = (V, E)$ und $\forall v \in V$: Farbmenge C_v
- gesucht: Farbe für jeden Knoten, sodass
  - erlaubte Farben: v hat Farbe aus C_v
  - gültige Färbung: Nachbarn unterschi...



Knoten werden gefärbt

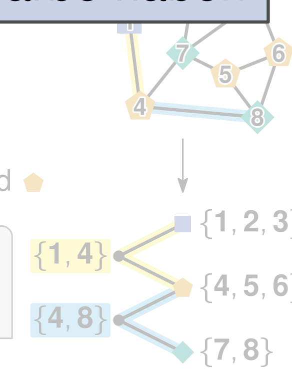
Beobachtung
- MIS: wähle einen Knoten pro Farbe
- LC: wähle eine Farbe pro Knoten

MULTICOLORED INDEPENDENT SET → LIST COLORING

benachbarte Knoten dürfen die selbe Farbe haben

- mögliche LC-Farben: MIS-Knoten

Modellierung der Bedingungen
- Kante $\{1, 4\}$ in MIS ⇒ nicht (1 und 4)
- LC: LC-Knoten mit LC-Farben $\{1, 4\}$ und Nachbarn ■ und ⬟



Theorem
LIST COLORING ist NP-schwer (mittels Reduktion von MULTICOLORED INDEPENDENT SET).

Beweis
- Reduktion ist polynomiell
- Lösung für LC → Lösung für MIS
- Lösung für MIS → Lösung für LC

How to Presentation

Anschaulich oder formal?

- Bilder + Interpretation im Vergleich zu Formeln:
  - leichter zu verstehen
  - leichter zu merken
  - weniger zu merkende Notation
  - aber: Ist das nicht zu informell?

---

not

How to Presentation: Beispie

unnötige Info

Multicolored Independent Set

- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - Partition $V = V_1 \uplus V_2 \uplus \cdots \uplus V_k$
- gesucht: $S \subseteq V$, sodass

mehr Notation, wann brauchen wir die?

List Coloring

- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - $\forall v \in V\colon C_v \subseteq [\ell]$
- gesucht: $c\colon V \to [\ell]$ sodass
  - $\forall v \in V\colon c(v) \in C_v$
  - $\forall \{u, v\} \in E\colon c(u) \neq c(v)$

Reduktion MIS → LC

- gegeben: Insta
- konstruiere LC
  - $V' = [k] \cup E$
  - $\forall i \in [k]\colon C_i = V_i$
  - $\forall e \in E\colon C_e = e$
  - $E' = \{\{i, e\} \mid i \in [k] \wedge e \in E \wedge e \cap V_i \neq \emptyset\}$

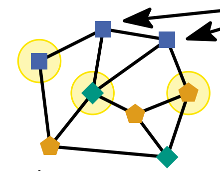
alternative Formalisierung: $c\colon V \to [k]$

War das verständlich?

How to Presentation: zweiter Versuch

Multicolored Independent Set (MIS)

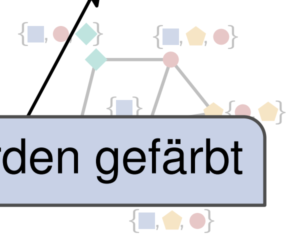
- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass
  - independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S ✓
  - bunt: … mal ✓



passt zum Namen

List Co

- gegeben: Graph $G = (V, E)$ und $\forall v \in V$: Farbmenge C_v
- gesucht: Farbe für jeden Knoten, sodass
  - erlaubte Farben: v hat Farbe aus C_v
  - gültige Färbung: Nachbarn unterschi



Knoten werden gefärbt

Beobachtung

- MIS: wähle einen Knoten pro Farbe
- LC: wähle eine Farbe pro Knoten

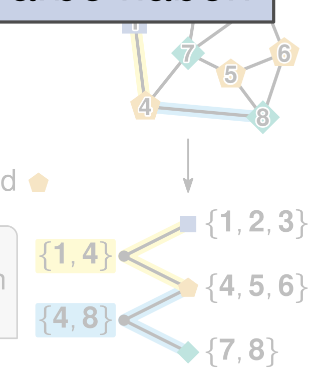
Multicolored Independent Set → List Coloring

benachbarte Knoten dürfen die selbe Farbe haben

- mögliche LC-Farben: MIS-Knoten

Modellierung der Bedingungen

- Kante $\{1, 4\}$ in MIS ⇒ nicht (1 und 4)
- LC: LC-Knoten mit LC-Farben $\{1, 4\}$ und Nachbarn ■ und ⬟



Theorem
List Coloring ist NP-schwer (mittels Reduktion von Multicolored Independent Set).

Beweis

- Reduktion ist polynomiell
- Lösung für LC → Lösung für MIS
- Lösung für MIS → Lösung für LC

How to Presentation

Anschaulich oder formal?

- Bilder + Interpretation im Vergleich zu Formeln:
  - leichter zu verstehen
  - leichter zu merken
  - weniger zu merkende Notation
  - aber: Ist das nicht zu informell?

How to Presentation: Beispiel

not

unnötige Info

MULTICOLORED INDEPENDENT SET
- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - Partition $V = V_1 \cup V_2 \cup \cdots \cup V_k$
- gesucht: $S \subseteq V$ sodass

mehr Notation, wann brauchen wir die?

LIST COLORING
- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - $\forall v \in V\colon C_v \subseteq [\ell]$
- gesucht: $c\colon V \to [\ell]$ sodass
  - $\forall v \in V\colon c(v) \in C_v$
  - $\forall \{u, v\} \in E\colon c(u) \neq c(v)$

Reduktion MIS → LC
- gegeben: Insta
- konstruiere LC
  - $V' = [k] \cup E$
  - $\forall i \in [k]\colon C_i = V_i$
  - $\forall e$
  - $E' =$

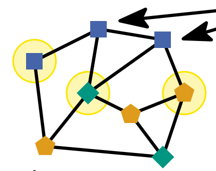
alternative Formalisierung: $c\colon V \to [k]$

Wahl der genauen Formalisierung relevant?

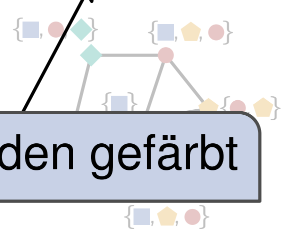
How to Presentation: zweiter Versuch

MULTICOLORED INDEPENDENT SET (MIS)
- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass
  - independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S ✓
  - bunt: S enthält jede Farbe genau einmal ✓

passt zum Namen



LIST COLORING (LC)
- gegeben: Graph $G = (V, E)$ und $\forall v \in V$: Farbmenge C_v
- gesucht: Farbe für jeden Knoten, sodass
  - erlaubte Farben: v hat Farbe aus C_v
  - gültige Färbung: Nachbarn unterschiedlich



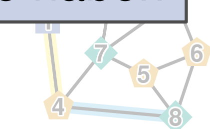
Knoten werden gefärbt

Beobachtung
- MIS: wähle einen Knoten pro Farbe
- LC: wähle eine Farbe pro Knoten

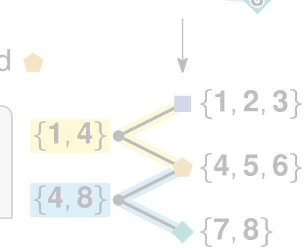
MULTICOLORED INDEPENDENT SET → LIST COLORING

benachbarte Knoten dürfen die selbe Farbe haben

- mögliche LC-Farben: MIS-Knoten



Modellierung der Bedingungen
- Kante $\{1, 4\}$ in MIS ⇒ nicht (1 und 4)
- LC: LC-Knoten mit LC-Farben $\{1, 4\}$ und Nachbarn ■ und ⬟



Theorem
LIST COLORING ist NP-schwer (mittels Reduktion von MULTICOLORED INDEPENDENT SET).

Beweis
- Reduktion ist polynomiell
- Lösung für LC → Lösung für MIS
- Lösung für MIS → Lösung für LC

How to Presentation

Anschaulich oder formal?

- Bilder + Interpretation im Vergleich zu Formeln:
  - leichter zu verstehen
  - leichter zu merken
  - weniger zu merkende Notation
  - aber: Ist das nicht zu informell?

independent set hat man ggf. schon mal gehört und passt zum Problemnamen

not
How to Presentation: Beispielreduktion

Multicolored Independent Set
- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - Partition $V = V_1 \cup V_2 \cup \cdots \cup V_k$
- gesucht: $S \subseteq V$ sodass
  - $\forall e \in E \colon |e \cap S| \leq 1$
  - $\forall i \in [k] \colon |V_i \cap S| = 1$

List Coloring
- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - $\forall v \in V \colon C_v \subseteq [\ell]$
  - ... $\to [\ell]$ sodass
  - ... $) \in C_v$
  - $\forall \{u, v\} \in E \colon c(u) \neq c(v)$

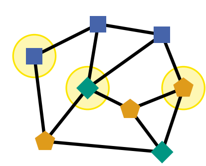
eher indirekt

Reduktion MIS → LC
- gegeben: Instanz $G = (V_1 \cup \cdots \cup V_k, E)$ von MIS
- konstruiere LC-Instanz: (Graph $G' = (V', E')$ und $C_v \subseteq [\ell]$ $(\forall v \in V')$) wie folgt
  - $V' = [k] \cup E$
  - $\forall i \in [k] \colon C_i = V_i$
  - $\forall e \in E \colon C_e = e$
  - $E' = \{\{i, e\} \mid i \in [k] \wedge e \in E \wedge e \cap V_i \neq \emptyset\}$

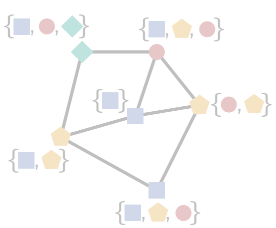
War das verständlich?

How to Presentation: zweiter Versuch

Multicolored Independent Set (MIS)
- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass
  - independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S ✓
  - bunt: S enthält jede Farbe genau einmal ✓



List Coloring (LC)
- gegeben: Graph $G = (V, E)$ und $\forall v \in V$: Farbmenge C_v
- gesucht: Farbe für jeden Knoten, sodass
  - erlaubte Farben: v hat Farbe aus C_v ✓
  - gültige Färbung: Nachbarn unterschiedlich gefärbt ✓

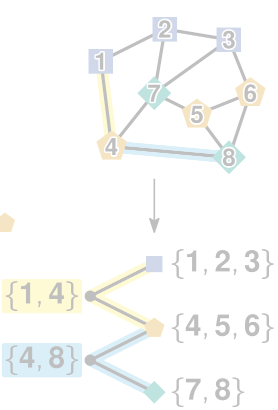


Beobachtung
- MIS: wähle einen Knoten pro Farbe
- LC: wähle eine Farbe pro Knoten

Multicolored Independent Set → List Coloring

Übersetzung der Entscheidungen
- LC-Knoten: einer pro MIS-Farbe
- mögliche LC-Farben: MIS-Knoten

Modellierung der Bedingungen
- Kante $\{1, 4\}$ in MIS ⇒ nicht (1 und 4)
- LC: LC-Knoten mit LC-Farben $\{1, 4\}$ und Nachbarn ■ und ⬟



Theorem
List Coloring ist NP-schwer (mittels Reduktion von Multicolored Independent Set).

Beweis
- Reduktion ist polynomiell
- Lösung für LC → Lösung für MIS
- Lösung für MIS → Lösung für LC

How to Presentation

Anschaulich oder formal?

- Bilder + Interpretation im Vergleich zu Formeln:
  - leichter zu verstehen
  - leichter zu merken
  - weniger zu merkende Notation
  - aber: Ist das nicht zu informell?

independent set hat man ggf. schon mal gehört und passt zum Problemnamen

redundant, aber nützlich

eher indirekt

implizit: $|S| = k$

War das verständlich?

How to Presentation: Beispielreduktion

not

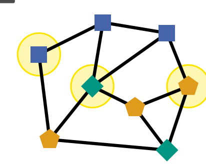
Multicolored Independent Set
- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - Partition $V = V_1 \cup V_2 \cup \dots \cup V_k$
- gesucht: $S \subseteq V$ sodass
  - $\forall e \in E \colon |e \cap S| \leq 1$
  - $\forall i \in [k] \colon |V_i \cap S| = 1$

List Coloring
- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - $\forall v \in V \colon C_v \subseteq [\ell]$
- ... $\to [\ell]$ sodass
  - ... $) \in C_v$
  - $\forall \{u, v\} \in E \colon c(u) \neq c(v)$

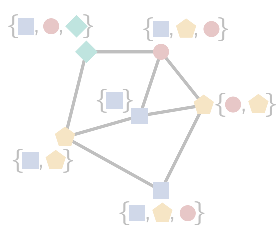
Reduktion MIS $\to$ LC
- gegeben: Instanz $G = (V_1 \cup \dots \cup V_k, E)$ von MIS
- ... h $G' = (V', E')$ und $C_v \subseteq [\ell]$ $(\forall v \in V')$ wie folgt
  - $\forall i \in [k] \colon C_i = V_i$
  - $\forall e \in E \colon C_e = e$
  - $E' = \{\{i, e\} \mid i \in [k] \land e \in E \land e \cap V_i \neq \emptyset\}$

How to Presentation

Multicolored Independent Set (MIS)
- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass
  - independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S ✓
  - bunt: S enthält jede Farbe genau einmal ✓



List Coloring (LC)
- gegeben: Graph $G = (V, E)$ und $\forall v \in V$: Farbmenge C_v
- gesucht: Farbe für jeden Knoten, sodass
  - erlaubte Farben: v hat Farbe aus C_v ✓
  - gültige Färbung: Nachbarn unterschiedlich gefärbt ✓



Beobachtung
- MIS: wähle einen Knoten pro Farbe
- LC: wähle eine Farbe pro Knoten

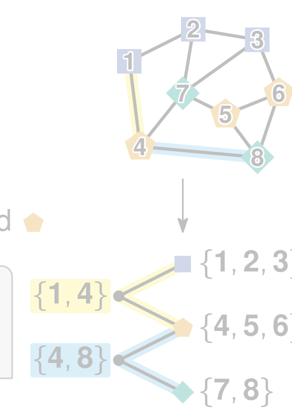
Multicolored Independent Set $\to$ List Coloring

Übersetzung der Entscheidungen
- LC-Knoten: einer pro MIS-Farbe
- mögliche LC-Farben: MIS-Knoten

Modellierung der Bedingungen
- Kante $\{1, 4\}$ in MIS $\Rightarrow$ nicht (1 und 4)
- LC: LC-Knoten mit LC-Farben $\{1, 4\}$ und Nachbarn ■ und ⬟

Theorem
List Coloring ist NP-schwer (mittels Reduktion von Multicolored Independent Set).

Beweis
- Reduktion ist polynomiell
- Lösung für LC $\to$ Lösung für MIS
- Lösung für MIS $\to$ Lösung für LC



How to Presentation

Anschaulich oder formal?

- Bilder + Interpretation im Vergleich zu Formeln:
  - leichter zu verstehen
  - leichter zu merken
  - weniger zu merkende Notation
  - aber: Ist das nicht zu informell?

independent set hat man ggf. schon mal gehört und passt zum Problemnamen

redundant, aber nützlich

sprechender Begriff hilft beim merken

---

not How to Presentation: Beispielreduktion

Multicolored Independent Set
- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - Partition $V = V_1 \cup V_2 \cup \dots \cup V_k$
- gesucht: $S \subseteq V$ sodass
  - $\forall e \in E\colon |e \cap S| \leq 1$
  - $\forall i \in [k]\colon |V_i \cap S| = 1$

List Coloring
- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - $\forall v \in V\colon C_v \subseteq [\ell]$
- $\to [\ell]$ sodass
  - $) \in C_v$
  - $\forall \{u, v\} \in E\colon c(u) \neq c(v)$

eher indirekt

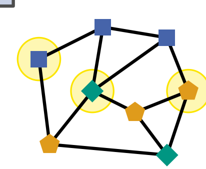
Reduktion MIS $\to$ LC
- gegeben: Instanz $G = (V_1 \cup \dots \cup V_k, E)$ von MIS
- $G' = (V', E')$ und $C_v \subseteq [\ell]$ $(\forall v \in V')$ wie folgt
  - $\forall i \in [k]\colon C_i = V_i$
  - $\forall e \in E\colon C_e = e$
  - $E' = \{\{i, e\} \mid i \in [k] \land e \in E \land e \cap V_i \neq \emptyset\}$

implizit: $|S| = k$

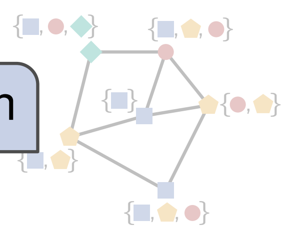
War das verständlich?

How to Presentation

Multicolored Independent Set (MIS)
- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass
  - independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S ✓
  - bunt: S enthält jede Farbe genau einmal ✓



List Coloring (LC)
- gegeben: Graph $G = (V, E)$ und $\forall v \in V$: Farbmenge C_v
  - gültige Färbung: Nachbarn unterschiedlich gefärbt ✓

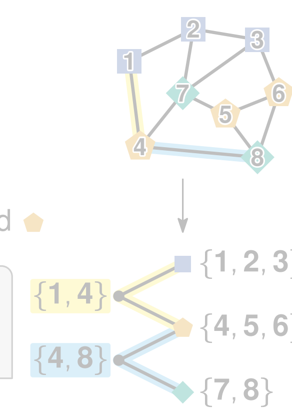


Beobachtung
- MIS: wähle einen Knoten pro Farbe
- LC: wähle eine Farbe pro Knoten

Multicolored Independent Set $\to$ List Coloring

Übersetzung der Entscheidungen
- LC-Knoten: einer pro MIS-Farbe
- mögliche LC-Farben: MIS-Knoten

Modellierung der Bedingungen
- Kante $\{1, 4\}$ in MIS $\Rightarrow$ nicht (1 und 4)
- LC: LC-Knoten mit LC-Farben $\{1, 4\}$ und Nachbarn ■ und ⬟



> **Theorem**
> List Coloring ist NP-schwer (mittels Reduktion von Multicolored Independent Set).

Beweis
- Reduktion ist polynomiell
- Lösung für LC $\to$ Lösung für MIS
- Lösung für MIS $\to$ Lösung für LC

How to Presentation

Anschaulich oder formal?

- Bilder + Interpretation im Vergleich zu Formeln:
  - leichter zu verstehen
  - leichter zu merken
  - weniger zu merkende Notation
  - aber: Ist das nicht zu informell?

independent set hat man ggf. schon mal gehört und passt zum Problemnamen

redundant, aber nützlich

sprechender Begriff hilft beim merken

redundante Info / andere Perspektive: Beispiele (positiv + negativ) → keine Missverständnisse

eher indirekt

implizit: $|S| = k$

not

How to Presentation: Beispielreduktion

Multicolored Independent Set

- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - Partition $V = V_1 \cup V_2 \cup \cdots \cup V_k$
- gesucht: $S \subseteq V$ sodass
  - $\forall e \in E\colon |e \cap S| \leq 1$
  - $\forall i \in [k]\colon |V_i \cap S| = 1$

List Coloring

- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - $\forall v \in V\colon C_v \subseteq [\ell]$
- … $\to [\ell]$ sodass
  - … $) \in C_v$
  - $\forall \{u, v\} \in E\colon c(u) \neq c(v)$

Reduktion MIS → LC

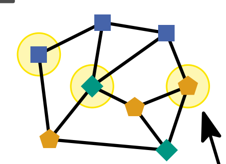
- gegeben: Instanz $G = (V_1 \cup \cdots \cup V_k, E)$ von MIS
- … $G' = (V', E')$ und $C_v \subseteq [\ell]$ $(\forall v \in V')$ wie folgt
  - $\forall i \in [k]\colon C_i = V_i$
  - $\forall e \in E\colon C_e = e$
  - $E' = \{\{i, e\} \mid i \in [k] \wedge e \in E \wedge e \cap V_i \neq \emptyset\}$

War das verständlich?

How to Presentatio…

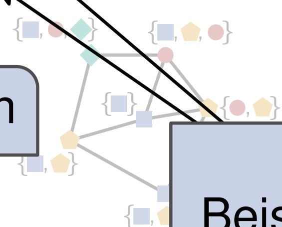
Multicolored Independent Set (MIS)

- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass
  - independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S
  - bunt: S enthält jede Farbe genau einmal



List Coloring (LC)

- gegeben: Graph $G = (V, E)$ und $\forall v \in V$: Farbmenge C_v
  - gültige Färbung: Nachbarn unterschiedlich gefärbt



Beobachtung

- MIS: wähle einen Knoten pro Farbe
- LC: wähle eine Farbe pro Knoten

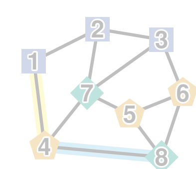
Multicolored Independent Set → List Coloring

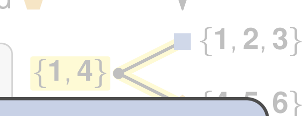
Übersetzung der Entscheidungen

- LC-Knoten: einer pro MIS-Farbe
- mögliche LC-Farben: MIS-Knoten

Modellierung der Bedingungen

- Kante $\{1, 4\}$ in MIS ⇒ nicht (1 und 4)
- LC: LC-Knoten mit LC-Farben $\{1, 4\}$ und Nachbarn ■ und ⬟





Theorem

List Coloring ist NP-schwer (mittels Reduktion von …

- Lösung für LC → Lösung für MIS
- Lösung für MIS → Lösung für LC

How to Presentation

Anschaulich oder formal?

- Bilder + Interpretation im Vergleich zu Formeln:
  - leichter zu verstehen
  - leichter zu merken
  - weniger zu merkende Notation
  - aber: Ist das nicht zu informell?

---

not

How to Presentation: Beispielreduktion

ok, aber $[\ell]$ ist unnötige Information

List Coloring
- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - $\forall v \in V\colon C_v \subseteq [\ell]$
- gesucht: $c\colon V \to [\ell]$ sodass
  - $\forall v \in V\colon c(v) \in C_v$
  - $\forall \{u, v\} \in E\colon c(u) \neq c(v)$

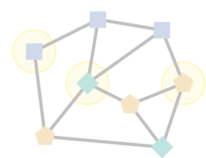
- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - Partition $V = V_1 \cup V_2 \cup \cdots \cup V_k$
- gesucht: $S \subseteq V$ sodass
  - $\forall e \in E\colon |e \cap S| \leq 1$
  - $\forall i \in [k]\colon |V_i \cap S| = 1$

Reduktion MIS $\to$ LC
- gegeben: Instanz $G = (V_1 \cup \cdots \cup V_k, E)$ von MIS
- konstruiere LC-Instanz: (Graph $G' = (V', E')$ und $C_v \subseteq [\ell]$ $(\forall v \in V')$) wie folgt
  - $V' = [k] \cup E$
  - $\forall i \in [k]\colon C_i = V_i$
  - $\forall e \in E\colon C_e = e$
  - $E' = \{\{i, e\} \mid i \in [k] \wedge e \in E \wedge e \cap V_i \neq \emptyset\}$

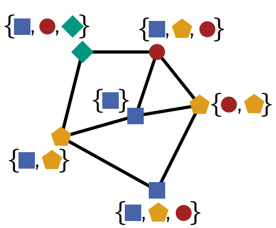
War das verständlich?

How to Presentation: zweiter Versuch

Multicolored Independent Set (MIS)
- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass
  - independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S ✓
  - bunt: S enthält jede Farbe genau einmal ✓



List Coloring (LC)
- gegeben: Graph $G = (V, E)$ und $\forall v \in V$: Farbmenge C_v
- gesucht: Farbe für jeden Knoten, sodass
  - erlaubte Farben: v hat Farbe aus C_v ✓
  - gültige Färbung: Nachbarn unterschiedlich gefärbt ✓

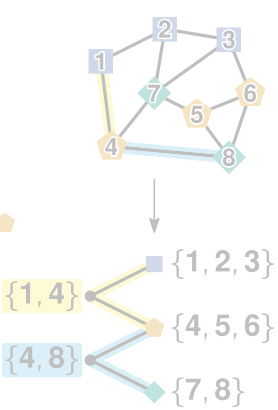


Beobachtung
- MIS: wähle einen Knoten pro Farbe
- LC: wähle eine Farbe pro Knoten

Multicolored Independent Set $\to$ List Coloring

Übersetzung der Entscheidungen
- LC-Knoten: einer pro MIS-Farbe
- mögliche LC-Farben: MIS-Knoten

Modellierung der Bedingungen
- Kante $\{1, 4\}$ in MIS $\Rightarrow$ nicht (1 und 4)
- LC: LC-Knoten mit LC-Farben $\{1, 4\}$ und Nachbarn ■ und ⬟



Theorem
List Coloring ist NP-schwer (mittels Reduktion von Multicolored Independent Set).

Beweis
- Reduktion ist polynomiell
- Lösung für LC $\to$ Lösung für MIS
- Lösung für MIS $\to$ Lösung für LC

How to Presentation

Anschaulich oder formal?

- Bilder + Interpretation im Vergleich zu Formeln:
  - leichter zu verstehen
  - leichter zu merken
  - weniger zu merkende Notation
  - aber: Ist das nicht zu informell?

How to Presentation: $\underbrace{\text{Beispielreduktion}}_{}$ not

ok, aber $[\ell]$ ist unnötige Information

- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - Partition $V = V_1 \cup V_2 \cup \cdots \cup V_k$
- gesucht: $S \subseteq V$ sodass
  - $\forall e \in E \colon |e \cap S| \leq 1$
  - $\forall i \in [k] \colon |V_i \cap S| = 1$

List Coloring

- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - $\forall v \in V \colon C_v \subseteq [\ell]$
- gesucht: $c \colon V \to [\ell]$ sodass
  - $\forall v \in V \colon c(v) \in C_v$
  - $\forall \{u, v\} \in E \colon c(u) \neq c(v)$

Reduktion MIS → LC

- gegeben: Instanz $G = (V_1 \cup \cdots \cup V_k, E)$ von MIS
- konstruiere LC-Instanz: (Graph $G' = (V', E')$ und $C_v \subseteq [\ell]$ $(\forall v \in V')$) wie folgt
  - $V' = [k] \cup E$
  - $\forall i \in [k] \colon C_i = V_i$
  - $\forall e \in E \colon C_e = e$
  - $E' = \{\{i, e\} \mid i \in [k] \wedge e \in E \wedge e \cap V_i \neq \emptyset\}$

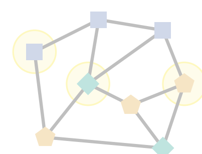
War das verständlich?

How to Presentation: zwe…

passt zum Namen

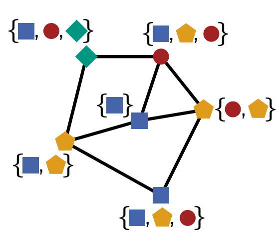
Multicolored Independent Set (MIS)

- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass
  - independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S ✓
  - bunt: S enthält jede Farbe genau einmal ✓



List Coloring (LC)

- gegeben: Graph $G = (V, E)$ und $\forall v \in V$: Farbmenge C_v
- gesucht: Farbe für jeden Knoten, sodass
  - erlaubte Farben: v hat Farbe aus C_v ✓
  - gültige Färbung: Nachbarn unterschiedlich gefärbt ✓



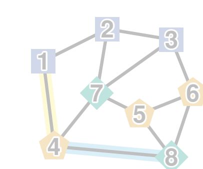
Beobachtung

- MIS: wähle einen Knoten pro Farbe
- LC: wähle eine Farbe pro Knoten

Multicolored Independent Set → List Coloring

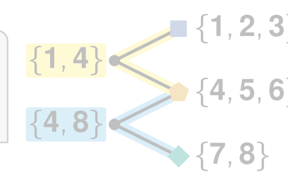
Übersetzung der Entscheidungen

- LC-Knoten: einer pro MIS-Farbe
- mögliche LC-Farben: MIS-Knoten



Modellierung der Bedingungen

- Kante $\{1, 4\}$ in MIS $\Rightarrow$ nicht (1 und 4)
- LC: LC-Knoten mit LC-Farben $\{1, 4\}$ und Nachbarn ■ und ⬟



Theorem
List Coloring ist NP-schwer (mittels Reduktion von Multicolored Independent Set).

Beweis

- Reduktion ist polynomiell
- Lösung für LC → Lösung für MIS
- Lösung für MIS → Lösung für LC

How to Presentation

Anschaulich oder formal?

- Bilder + Interpretation im Vergleich zu Formeln:
  - leichter zu verstehen
  - leichter zu merken
  - weniger zu merkende Notation
  - aber: Ist das nicht zu informell?

ok, aber $[\ell]$ ist unnötige Information

Formalisierung nah an der Interpretation
$\rightarrow$ in Ordnung falls:
- Interpretation auf der Tonspur
- Publikum hört gerade zu

---

not

How to Presentation: Beispielreduktion

gegeben:
- ungerichteter Graph $G = (V, E)$
- Partition $V = V_1 \cup V_2 \cup \cdots \cup V_k$

gesucht: $S \subseteq V$ sodass
- $\forall e \in E\colon |e \cap S| \leq 1$
- $\forall i \in [k]\colon |V_i \cap S| = 1$

Reduktion MIS $\rightarrow$ LC

E) von MIS

(V', E') und $C_v \subseteq [\ell]$ $(\forall v \in V')$) wie folgt

$_i \neq \emptyset\}$

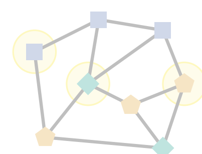
LIST COLORING
- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - $\forall v \in V\colon C_v \subseteq [\ell]$
- gesucht: $c\colon V \rightarrow [\ell]$ sodass
  - $\forall v \in V\colon c(v) \in C_v$
  - $\forall \{u, v\} \in E\colon c(u) \neq c(v)$

War das verständlich?

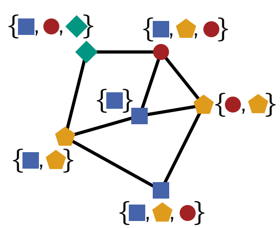
How to Presentation: zwe

passt zum Namen

MULTICOLORED INDEPENDENT SET (MIS)
- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass
  - independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S
  - bunt: S enthält jede Farbe genau einmal



LIST COLORING (LC)
- gegeben: Graph $G = (V, E)$ und $\forall v \in V$: Farbmenge C_v
- gesucht: Farbe für jeden Knoten, sodass
  - erlaubte Farben: v hat Farbe aus C_v
  - gültige Färbung: Nachbarn unterschiedlich gefärbt

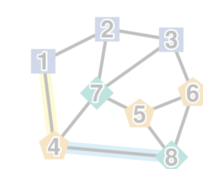


Beobachtung
- MIS: wähle einen Knoten pro Farbe
- LC: wähle eine Farbe pro Knoten

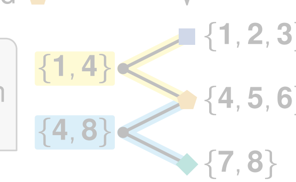
MULTICOLORED INDEPENDENT SET $\rightarrow$ LIST COLORING

Übersetzung der Entscheidungen
- LC-Knoten: einer pro MIS-Farbe
- mögliche LC-Farben: MIS-Knoten

Modellierung der Bedingungen
- Kante $\{1, 4\}$ in MIS $\Rightarrow$ nicht (1 und 4)
- LC: LC-Knoten mit LC-Farben $\{1, 4\}$ und Nachbarn und



Theorem
LIST COLORING ist NP-schwer (mittels Reduktion von MULTICOLORED INDEPENDENT SET).



Beweis
- Reduktion ist polynomiell
- Lösung für LC $\rightarrow$ Lösung für MIS
- Lösung für MIS $\rightarrow$ Lösung für LC

How to Presentation

Anschaulich oder formal?

- Bilder + Interpretation im Vergleich zu Formeln:
  - leichter zu verstehen
  - leichter zu merken
  - weniger zu merkende Notation
  - aber: Ist das nicht zu informell?

not

How to Presentation: Beispielreduktion

ok, aber $[\ell]$ ist unnötige Information

- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - Partition $V = V_1 \cup V_2 \cup \dots \cup V_k$
- gesucht: $S \subseteq V$ sodass
  - $\forall e \in E\colon |e \cap S| \leq 1$
  - $\forall i \in [k]\colon |V_i \cap S| = 1$

List Coloring

- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - $\forall v \in V\colon C_v \subseteq [\ell]$
- gesucht: $c\colon V \to [\ell]$ sodass
  - $\forall v \in V\colon c(v) \in C_v$
  - $\forall \{u, v\} \in E\colon c(u) \neq c(v)$

Reduktion MIS $\to$ LC

Formalisierung nah an der Interpretation
$\to$ in Ordnung falls:

- Interpretation auf der Tonspur
- Publikum hört gerade zu

…) von MIS

…(V', E') und $C_v \subseteq [\ell]$ $(\forall v \in V')$ wie folgt

War das verständlich?

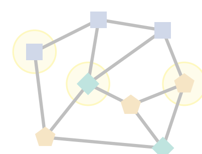
…$\neq \emptyset\}$

How to Presentation: zwe…

passt zum Namen

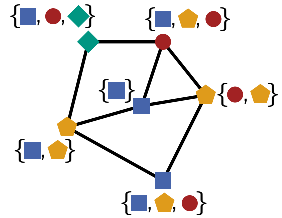
Multicolored Independent Set (MIS)

- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass
  - independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S ✓
  - bunt: S enthält jede Farbe genau einmal ✓



List Coloring (LC)

- gegeben: Graph $G = (V, E)$ und $\forall v \in V$: Farbmenge C_v
- gesucht: Farbe für jeden Knoten, sodass
  - erlaubte Farben: v hat Farbe aus C_v ✓
  - gültige Färbung: Nachbarn unterschiedlich gefärbt ✓



Beobachtung

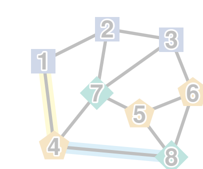
- MIS wählt einen Knoten pro Farbe

sprechende Benennung

Multicolored Independent Set $\to$ List Coloring

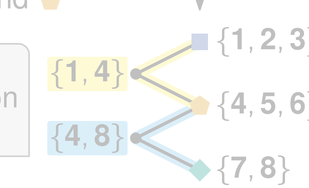
Übersetzung der Entscheidungen

- LC-Knoten: einer pro MIS-Farbe
- mögliche LC-Farben: MIS-Knoten



Modellierung der Bedingungen

- Kante $\{1, 4\}$ in MIS $\Rightarrow$ nicht (1 und 4)
- LC: LC-Knoten mit LC-Farben $\{1, 4\}$ und Nachbarn ■ und ⬟



Theorem
List Coloring ist NP-schwer (mittels Reduktion von Multicolored Independent Set).

Beweis

- Reduktion ist polynomiell
- Lösung für LC $\to$ Lösung für MIS
- Lösung für MIS $\to$ Lösung für LC

How to Presentation

Anschaulich oder formal?

- Bilder + Interpretation im Vergleich zu Formeln:
  - leichter zu verstehen
  - leichter zu merken
  - weniger zu merkende Notation
  - aber: Ist das nicht zu informell?

---

not

How to Presentation: Beispielreduktion

ok, aber $[\ell]$ ist unnötige Information

- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - Partition $V = V_1 \cup V_2 \cup \dots \cup V_k$
- gesucht: $S \subseteq V$ sodass
  - $\forall e \in E \colon |e \cap S| \leq 1$
  - $\forall i \in [k] \colon |V_i \cap S| = 1$

List Coloring

- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - $\forall v \in V \colon C_v \subseteq [\ell]$
- gesucht: $c \colon V \to [\ell]$ sodass
  - $\forall v \in V \colon c(v) \in C_v$
  - $\forall \{u, v\} \in E \colon c(u) \neq c(v)$

Reduktion MIS → LC

E) von MIS

(V', E') und $C_v \subseteq [\ell]$ $(\forall v \in V')$) wie folgt

Formalisierung nah an der Interpretation
→ in Ordnung falls:

- Interpretation auf der Tonspur
- Publikum hört gerade zu

War das verständlich?

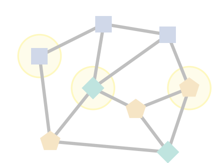
$_i \neq \emptyset\}$

How to Presentation: zwe

passt zum Namen

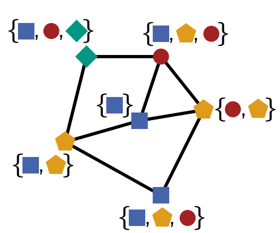
Multicolored Independent Set (MIS)

- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass
  - independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S ✓
  - bunt: S enthält jede Farbe genau einmal ✓



List Coloring (LC)

- gegeben: Graph $G = (V, E)$ und $\forall v \in V$: Farbmenge C_v
- gesucht: Farbe für jeden Knoten, sodass
  - erlaubte Farben: v hat Farbe aus C_v ✓
  - gültige Färbung: Nachbarn unterschiedlich gefärbt ✓



Beobachtung

- MIS wählt einen Knoten pro Farbe

sprechende Benennung

keine Formel, aber trotzdem präzise

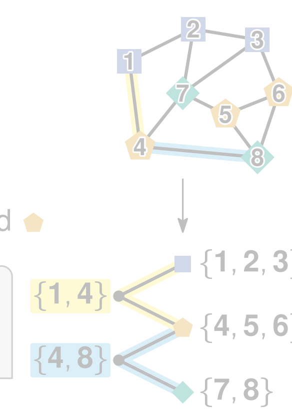
Multicolored Independent Set → List Coloring

Übersetzung der Entscheidungen

- LC-Knoten: einer pro MIS-Farbe
- mögliche LC-Farben: MIS-Knoten

Modellierung der Bedingungen

- Kante {1, 4} in MIS ⇒ nicht (1 und 4)
- LC: LC-Knoten mit LC-Farben {1, 4} und Nachbarn ■ und ⬟



Theorem
List Coloring ist NP-schwer (mittels Reduktion von Multicolored Independent Set).

Beweis

- Reduktion ist polynomiell
- Lösung für LC → Lösung für MIS
- Lösung für MIS → Lösung für LC

How to Presentation

Anschaulich oder formal?

- Bilder + Interpretation im Vergleich zu Formeln:
  - leichter zu verstehen
  - leichter zu merken
  - weniger zu merkende Notation
  - aber: Ist das nicht zu informell?

not

How to Presentation: Beispielreduktion

ok, aber $[\ell]$ ist unnötige Information

- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - Partition $V = V_1 \cup V_2 \cup \cdots \cup V_k$
- gesucht: $S \subseteq V$ sodass
  - $\forall e \in E \colon |e \cap S| \leq 1$
  - $\forall i \in [k] \colon |V_i \cap S| = 1$

Reduktion MIS → LC

) von MIS

(V', E') und $C_v \subseteq [\ell]$ $(\forall v \in V')$) wie folgt

$_i \neq \emptyset\}$

List Coloring
- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - $\forall v \in V \colon C_v \subseteq [\ell]$
- gesucht: $c \colon V \to [\ell]$ sodass
  - $\forall v \in V \colon c(v) \in C_v$
  - $\forall \{u, v\} \in E \colon c(u) \neq c(v)$

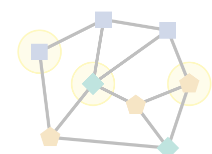
Formalisierung nah an der Interpretation
$\to$ in Ordnung falls:
- Interpretation auf der Tonspur
- Publikum hört gerade zu

War das verständlich?

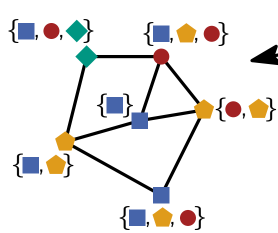
How to Presentation: zwe

passt zum Namen

Multicolored Independent Set (MIS)
- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass
  - independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S
  - bunt: S enthält jede Farbe genau einmal



List Coloring (LC)
- gegeben: Graph $G = (V, E)$ und $\forall v \in V$: Farbmenge C_v
- gesucht: Farbe für jeden Knoten, sodass
  - erlaubte Farben: v hat Farbe aus C_v
  - gültige Färbung: Nachbarn unterschiedlich gefärbt



Beobachtung

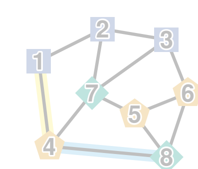
sprechende Benennung

keine Formel, aber trotzdem präzise

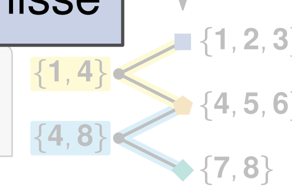
Multicolored Independent Set → List Coloring

Übersetzung der Entscheidungen
- LC-Knoten: einer pro MIS-Farbe
- mögliche LC-Farben: MIS-Knoten

Modellierung der Bedingungen



Beispiele vermeiden Missverständnisse



Theorem
List Coloring ist NP-schwer (mittels Reduktion von Multicolored Independent Set).

Beweis
- Reduktion ist polynomiell
- Lösung für LC → Lösung für MIS
- MIS → Lösung für LC

How to Presentation

Anschaulich oder formal?

- Bilder + Interpretation im Vergleich zu Formeln:
  - leichter zu verstehen
  - leichter zu merken
  - weniger zu merkende Notation
  - aber: Ist das nicht zu informell?

How to Presentation: Beispielreduktion

not

Multicolored Independent Set
- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - Partition $V = V_1 \cup V_2 \cup \cdots \cup V_k$
- gesucht: $S \subseteq V$ sodass

List Coloring
- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - $\forall v \in V : C_v \subseteq [\ell]$
- gesucht: $c : V \to [\ell]$ sodass

Formalität zwingt uns hier schon über Kanten zu sprechen

Reduktion MIS → LC
- gegeben: Instanz $G = (V_1 \cup \cdots \cup V_k, E)$ von MIS
- konstruiere LC-Instanz: (Graph $G' = (V', E')$ und $C_v \subseteq [\ell]$ $(\forall v \in V')$) wie folgt
  - $V' = [k] \cup E$
  - $\forall i \in [k] : C_i = V_i$
  - $\forall e \in E : C_e = e$
  - $E' = \{\{i, e\} \mid i \in [k] \wedge e \in E \wedge e \cap V_i \neq \emptyset\}$

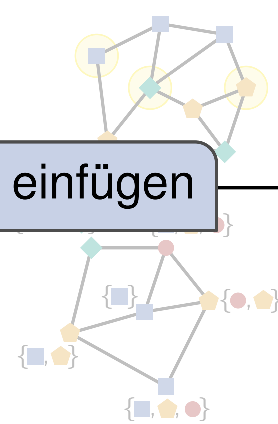
War das verständlich?

How to Presentation: zweiter Versuch

Multicolored Independent Set (MIS)
- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass
  - independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S

können später zusätzliche Knoten einfügen

List Coloring
- gegeben: Graph $G = (V, E)$ und $\forall v \in V$: Farbmenge C_v
- gesucht: Farbe für jeden Knoten, sodass
  - erlaubte Farben: v hat Farbe aus C_v
  - gültige Färbung: Nachbarn unterschiedlich gefärbt

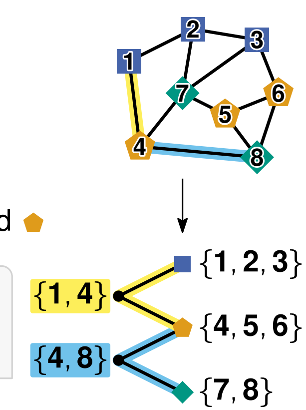


Beobachtung
- MIS: wähle einen Knoten pro Farbe
- LC: wähle eine Farbe pro Knoten

Multicolored Independent Set → List Coloring

Übersetzung der Entscheidungen
- LC-Knoten: einer pro MIS-Farbe
- mögliche LC-Farben: MIS-Knoten

Modellierung der Bedingungen
- Kante {1, 4} in MIS ⇒ nicht (1 und 4)
- LC: LC-Knoten mit LC-Farben $\{1, 4\}$ und Nachbarn ■ und ⬟



Theorem
List Coloring ist NP-schwer (mittels Reduktion von Multicolored Independent Set).

Beweis
- Reduktion ist polynomiell
- Lösung für LC → Lösung für MIS
- Lösung für MIS → Lösung für LC

How to Presentation

Anschaulich oder formal?

- Bilder + Interpretation im Vergleich zu Formeln:
  - leichter zu verstehen
  - leichter zu merken
  - weniger zu merkende Notation
  - aber: Ist das nicht zu informell?

schwer zu parsen, ohne Interpretation

---

not

How to Presentation: Beispielreduktion

Multicolored Independent Set
- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - Partition $V = V_1 \cup V_2 \cup \dots \cup V_k$
- gesucht: $S \subseteq V$ sodass

List Coloring
- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - $\forall v \in V \colon C_v \subseteq [\ell]$
- gesucht: $c \colon V \to [\ell]$ sodass

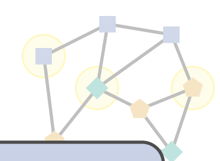
Formalität zwingt uns hier schon über Kanten zu sprechen

Reduktion MIS → LC
- gegeben: Instanz $G = (V_1 \cup \dots \cup V_k, E)$ von MIS
- konstruiere LC-Instanz: (Graph $G' = (V', E')$ und $C_v \subseteq [\ell]$ $(\forall v \in V')$) wie folgt
  - $V' = [k] \cup E$
  - $\forall i \in [k] \colon C_i = V_i$
  - $\forall e \in E \colon C_e = e$
  - $E' = \{\{i, e\} \mid i \in [k] \land e \in E \land e \cap V_i \neq \emptyset\}$

War das verständlich?

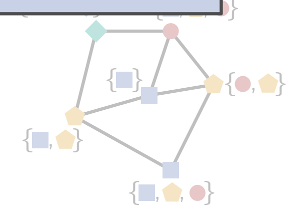
How to Presentation: zweiter Versuch

Multicolored Independent Set (MIS)
- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass
  - independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S



können später zusätzliche Knoten einfügen

List Coloring
- gegeben: Graph $G = (V, E)$ und $\forall v \in V$: Farbmenge C_v
- gesucht: Farbe für jeden Knoten, sodass
  - erlaubte Farben: v hat Farbe aus C_v
  - gültige Färbung: Nachbarn unterschiedlich gefärbt

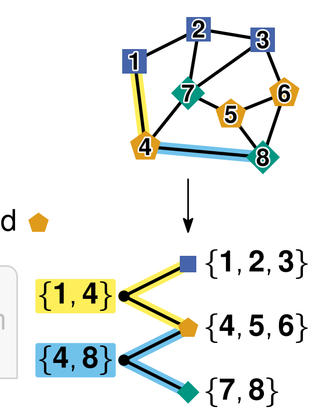


Beobachtung
- MIS: wähle einen Knoten pro Farbe
- LC: wähle eine Farbe pro Knoten

Multicolored Independent Set → List Coloring

Übersetzung der Entscheidungen
- LC-Knoten: einer pro MIS-Farbe
- mögliche LC-Farben: MIS-Knoten

Modellierung der Bedingungen
- Kante {1, 4} in MIS ⇒ nicht (1 und 4)
- LC: LC-Knoten mit LC-Farben {1, 4} und Nachbarn und



Theorem
List Coloring ist NP-schwer (mittels Reduktion von Multicolored Independent Set).

Beweis
- Reduktion ist polynomiell
- Lösung für LC → Lösung für MIS
- Lösung für MIS → Lösung für LC

How to Presentation

Anschaulich oder formal?

- Bilder + Interpretation im Vergleich zu Formeln:
  - leichter zu verstehen
  - leichter zu merken
  - weniger zu merkende Notation
  - aber: Ist das nicht zu informell?

schwer zu parsen, ohne Interpretation

not

How to Presentation: Beispielreduktion

Multicolored Independent Set

- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - Partition $V = V_1 \cup V_2 \cup \dots \cup V_k$
- gesucht: $S \subseteq V$ sodass

List Coloring

- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - $\forall v \in V\colon C_v \subseteq [\ell]$
- gesucht: $c\colon V \to [\ell]$ sodass

Formalität zwingt uns hier schon über Kanten zu sprechen

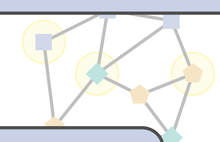
Reduktion MIS → LC

- gegeben: Instanz $G = (V_1 \cup \dots \cup V_k, E)$ von MIS
- konstruiere LC-Instanz: (Graph $G' = (V', E')$ und $C_v \subseteq [\ell]$ $(\forall v \in V')$) wie folgt
  - $V' = [k] \cup E$
  - $\forall i \in [k]\colon C_i = V_i$
  - $\forall e \in E\colon C_e = e$
  - $E' = \{\{i, e\} \mid i \in [k] \wedge e \in E \wedge e \cap V_i \neq \emptyset\}$

War das verständlich?

Unterscheidung zwischen Knoten/Farben in MIS/LC (ohne Formel)

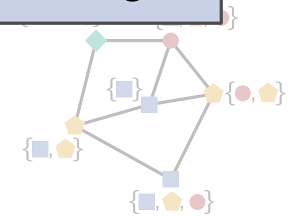
- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass
  - independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S



können später zusätzliche Knoten einfügen

List

- gegeben: Graph $G = (V, E)$ und $\forall v \in V$: Farbmenge C_v
- gesucht: Farbe für jeden Knoten, sodass
  - erlaubte Farben: v hat Farbe aus C_v
  - gültige Färbung: Nachbarn unterschiedlich gefärbt



Beobachtung

- MIS: wähle einen Knoten pro Farbe
- LC: wähle eine Farbe pro Knoten

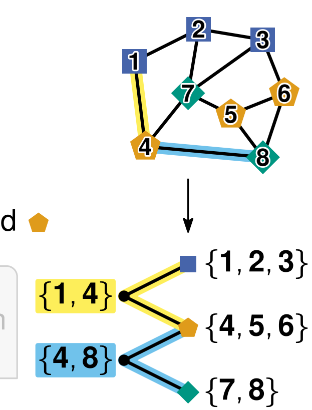
Multicolored Independent Set → List Coloring

Übersetzung der Entscheidungen

- LC-Knoten: einer pro MIS-Farbe
- mögliche LC-Farben: MIS-Knoten

Modellierung der Bedingungen

- Kante {1, 4} in MIS ⇒ nicht (1 und 4)
- LC: LC-Knoten mit LC-Farben $\{1, 4\}$ und Nachbarn ■ und ⬟



Theorem

List Coloring ist NP-schwer (mittels Reduktion von Multicolored Independent Set).

Beweis

- Reduktion ist polynomiell
- Lösung für LC → Lösung für MIS
- Lösung für MIS → Lösung für LC

How to Presentation

Anschaulich oder formal?

- Bilder + Interpretation im Vergleich zu Formeln:
  - leichter zu verstehen
  - leichter zu merken
  - weniger zu merkende Notation
  - aber: Ist das nicht zu informell?

schwer zu parsen, ohne Interpretation

---

not

How to Presentation: Beispielreduktion

Multicolored Independent Set

- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - Partition $V = V_1 \cup V_2 \cup \cdots \cup V_k$
- gesucht: $S \subseteq V$ sodass

List Coloring

- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - $\forall v \in V \colon C_v \subseteq [\ell]$
- gesucht: $c \colon V \to [\ell]$ sodass

Formalität zwingt uns hier schon über Kanten zu sprechen

Reduktion MIS → LC

- gegeben: Instanz $G = (V_1 \cup \cdots \cup V_k, E)$ von MIS
- konstruiere LC-Instanz: (Graph $G' = (V', E')$ und $C_v \subseteq [\ell]$ $(\forall v \in V')$) wie folgt
  - $V' = [k] \cup E$
  - $\forall i \in [k] \colon C_i = V_i$
  - $\forall e \in E \colon C_e = e$
  - $E' = \{\{i, e\} \mid i \in [k] \wedge e \in E \wedge e \cap V_i \neq \emptyset\}$

War das verständlich?

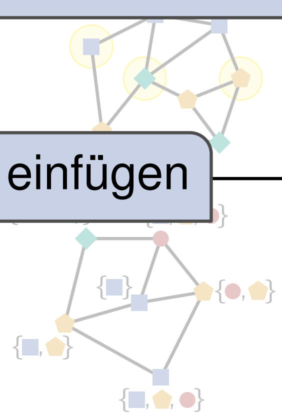
Unterscheidung zwischen Knoten/Farben in MIS/LC (ohne Formel)

- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass
  - independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S

können später zusätzliche Knoten einfügen

List

- gegeben: Graph $G = (V, E)$ und $\forall v \in V$: Farbmenge C_v
- gesucht: Farbe für jeden Knoten, sodass
  - erlaubte Farben: v hat Farbe aus C_v
  - gültige Färbung: Nachbarn unterschiedlich gefärbt



Beobachtung

- MIS: wähle einen Knoten pro Farbe
- LC: wähle eine Farbe pro Knoten

Multicolored Independent Set → List Coloring

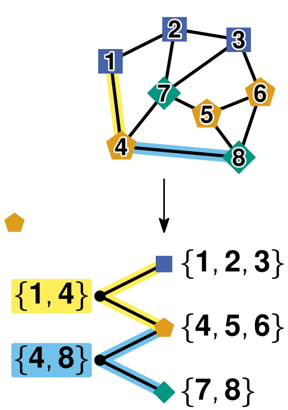
Übersetzung der Entscheidungen

- LC-Knoten: einer pro MIS-Farbe
- mögliche LC-Farben: MIS-Knoten

unpräzise

Modellierung der Bedingungen

- Kante {1, 4} in MIS ⇒ nicht (1 und 4)
- LC: LC-Knoten mit LC-Farben $\{1, 4\}$ und Nachbarn ■ und ⬟



Theorem

List Coloring ist NP-schwer (mittels Reduktion von Multicolored Independent Set).

Beweis

- Reduktion ist polynomiell
- Lösung für LC → Lösung für MIS
- Lösung für MIS → Lösung für LC

How to Presentation

Anschaulich oder formal?

- Bilder + Interpretation im Vergleich zu Formeln:
  - leichter zu verstehen
  - leichter zu merken
  - weniger zu merkende Notation
  - aber: Ist das nicht zu informell?

schwer zu parsen, ohne Interpretation

$\overbrace{\text{How to}}^{\text{not}}$ Presentation: Beispielreduktion

Multicolored Independent Set

- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - Partition $V = V_1 \cup V_2 \cup \cdots \cup V_k$
- gesucht: $S \subseteq V$ sodass

List Coloring

- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - $\forall v \in V\colon C_v \subseteq [\ell]$
- gesucht: $c\colon V \to [\ell]$ sodass

Formalität zwingt uns hier schon über Kanten zu sprechen

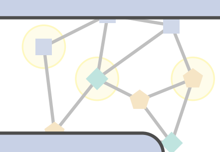
Reduktion MIS → LC

- gegeben: Instanz $G = (V_1 \cup \cdots \cup V_k, E)$ von MIS
- konstruiere LC-Instanz: (Graph $G' = (V', E')$ und $C_v \subseteq [\ell]$ $(\forall v \in V')$) wie folgt
  - $V' = [k] \cup E$
  - $\forall i \in [k]\colon C_i = V_i$
  - $\forall e \in E\colon C_e = e$
  - $E' = \{\{i, e\} \mid i \in [k] \wedge e \in E \wedge e \cap V_i \neq \emptyset\}$

War das verständlich?

Unterscheidung zwischen Knoten/Farben in MIS/LC (ohne Formel)

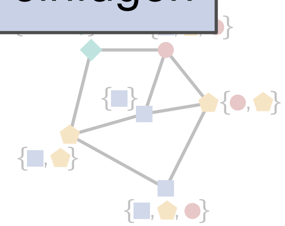
- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass
  - independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S ✓



können später zusätzliche Knoten einfügen

List Coloring

- gegeben: Graph $G = (V, E)$ und $\forall v \in V$: Farbmenge C_v
- gesucht: Farbe für jeden Knoten, sodass
  - erlaubte Farben: v hat Farbe aus C_v ✓
  - gültige Färbung: Nachbarn unterschiedlich gefärbt ✓



Beobachtung

- MIS: wähle einen Knoten pro Farbe
- LC: wähle eine Farbe pro Knoten

Multicolored Independent Set → List Coloring

aber mit Bild klar

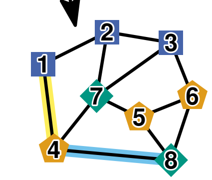
unpräzise

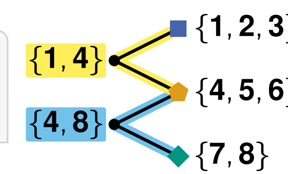
Übersetzung der Entscheidungen

- LC-Knoten: einer pro MIS-Farbe
- mögliche LC-Farben: MIS-Knoten

Modellierung der Bedingungen

- Kante {1, 4} in MIS ⇒ nicht (1 und 4)
- LC: LC-Knoten mit LC-Farben $\{1, 4\}$ und Nachbarn ■ und ⬟





Theorem

List Coloring ist NP-schwer (mittels Reduktion von Multicolored Independent Set).

Beweis

- Reduktion ist polynomiell
- Lösung für LC → Lösung für MIS
- Lösung für MIS → Lösung für LC

How to Presentation

Anschaulich oder formal?

- Bilder + Interpretation im Vergleich zu Formeln:
  - leichter zu verstehen
  - leichter zu merken
  - weniger zu merkende Notation
  - aber: Ist das nicht zu informell?
- kein exklusives oder: *nicht als Formel* $\neq$ *informell*
- Faustregel: präzise aber nicht mehr technische Notation als notwendig

---

$\overbrace{\text{How}}^{\text{not}}$ to Presentation: Beispielreduktion

Multicolored Independent Set
- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - Partition $V = V_1 \cup V_2 \cup \cdots \cup V_k$
- gesucht: $S \subseteq V$ sodass
  - $\forall e \in E\colon |e \cap S| \leq 1$
  - $\forall i \in [k]\colon |V_i \cap S| = 1$

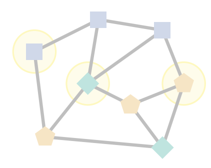
List Coloring
- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - $\forall v \in V\colon C_v \subseteq [\ell]$
- gesucht: $c\colon V \to [\ell]$ sodass
  - $\forall v \in V\colon c(v) \in C_v$
  - $\forall \{u, v\} \in E\colon c(u) \neq c(v)$

Reduktion MIS $\to$ LC
- gegeben: Instanz $G = (V_1 \cup \cdots \cup V_k, E)$ von MIS
- konstruiere LC-Instanz: (Graph $G' = (V', E')$ und $C_v \subseteq [\ell]$ ($\forall v \in V'$)) wie folgt
  - $V' = [k] \cup E$
  - $\forall i \in [k]\colon C_i = V_i$
  - $\forall e \in E\colon C_e = e$
  - $E' = \{\{i, e\} \mid i \in [k] \wedge e \in E \wedge e \cap V_i \neq \emptyset\}$

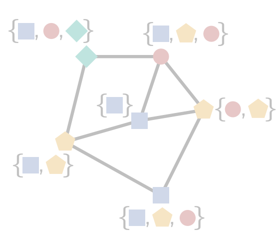
War das verständlich?

How to Presentation: zweiter Versuch

Multicolored Independent Set (MIS)
- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass
  - independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S
  - bunt: S enthält jede Farbe genau einmal



List Coloring (LC)
- gegeben: Graph $G = (V, E)$ und $\forall v \in V$: Farbmenge C_v
- gesucht: Farbe für jeden Knoten, sodass
  - erlaubte Farben: v hat Farbe aus C_v
  - gültige Färbung: Nachbarn unterschiedlich gefärbt

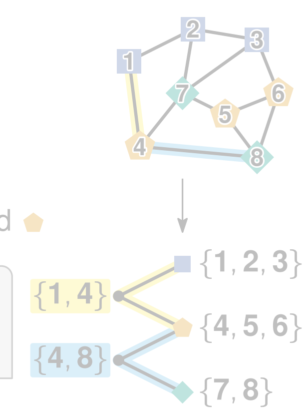


Beobachtung
- MIS: wähle einen Knoten pro Farbe
- LC: wähle eine Farbe pro Knoten

Multicolored Independent Set $\to$ List Coloring

Übersetzung der Entscheidungen
- LC-Knoten: einer pro MIS-Farbe
- mögliche LC-Farben: MIS-Knoten

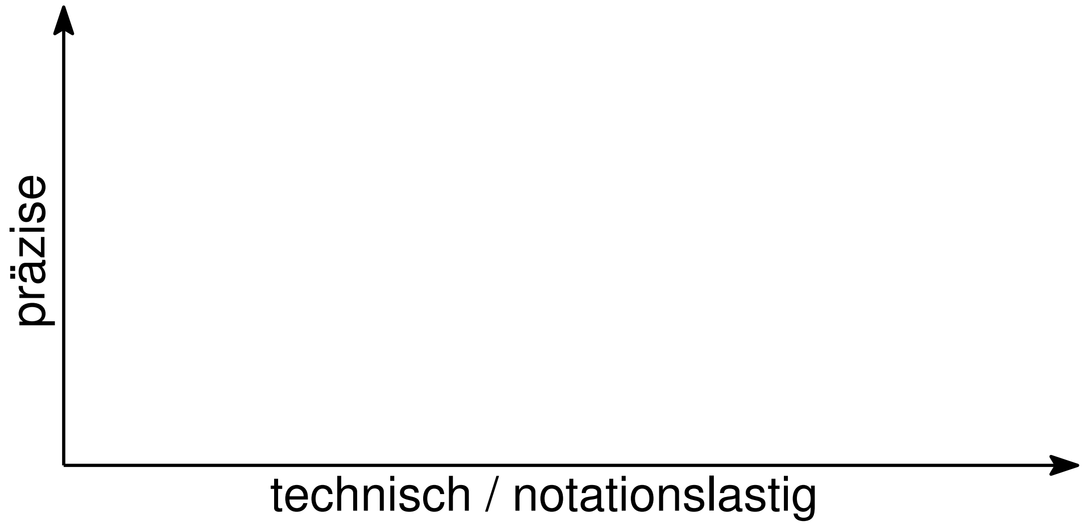
Modellierung der Bedingungen
- Kante $\{1, 4\}$ in MIS $\Rightarrow$ nicht (1 und 4)
- LC: LC-Knoten mit LC-Farben $\{1, 4\}$ und Nachbarn ■ und ⬟



Theorem
List Coloring ist NP-schwer (mittels Reduktion von Multicolored Independent Set).

Beweis
- Reduktion ist polynomiell
- Lösung für LC $\to$ Lösung für MIS
- Lösung für MIS $\to$ Lösung für LC

How to Presentation



$\underbrace{\text{How}}^{\text{not}}$ to Presentation: Beispielreduktion

Multicolored Independent Set
- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - Partition $V = V_1 \cup V_2 \cup \dots \cup V_k$
- gesucht: $S \subseteq V$ sodass
  - $\forall e \in E: |e \cap S| \leq 1$
  - $\forall i \in [k]: |V_i \cap S| = 1$

List Coloring
- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - $\forall v \in V: C_v \subseteq [\ell]$
- gesucht: $c: V \to [\ell]$ sodass
  - $\forall v \in V: c(v) \in C_v$
  - $\forall \{u, v\} \in E: c(u) \neq c(v)$

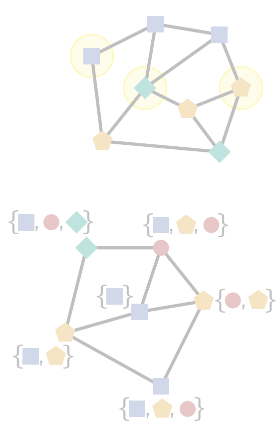
Reduktion MIS $\to$ LC
- gegeben: Instanz $G = (V_1 \cup \dots \cup V_k, E)$ von MIS
- konstruiere LC-Instanz: (Graph $G' = (V', E')$ und $C_v \subseteq [\ell]$ $(\forall v \in V')$) wie folgt
  - $V' = [k] \cup E$
  - $\forall i \in [k]: C_i = V_i$
  - $\forall e \in E: C_e = e$
  - $E' = \{\{i, e\} \mid i \in [k] \wedge e \in E \wedge e \cap V_i \neq \emptyset\}$

War das verständlich?

How to Presentation: zweiter Versuch

Multicolored Independent Set (MIS)
- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass
  - independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S
  - bunt: S enthält jede Farbe genau einmal

List Coloring (LC)
- gegeben: Graph $G = (V, E)$ und $\forall v \in V$: Farbmenge C_v
- gesucht: Farbe für jeden Knoten, sodass
  - erlaubte Farben: v hat Farbe aus C_v
  - gültige Färbung: Nachbarn unterschiedlich gefärbt

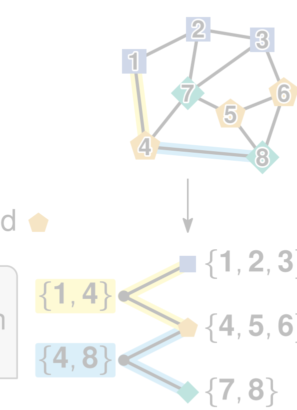


Beobachtung
- MIS: wähle einen Knoten pro Farbe
- LC: wähle eine Farbe pro Knoten

Multicolored Independent Set $\to$ List Coloring

Übersetzung der Entscheidungen
- LC-Knoten: einer pro MIS-Farbe
- mögliche LC-Farben: MIS-Knoten

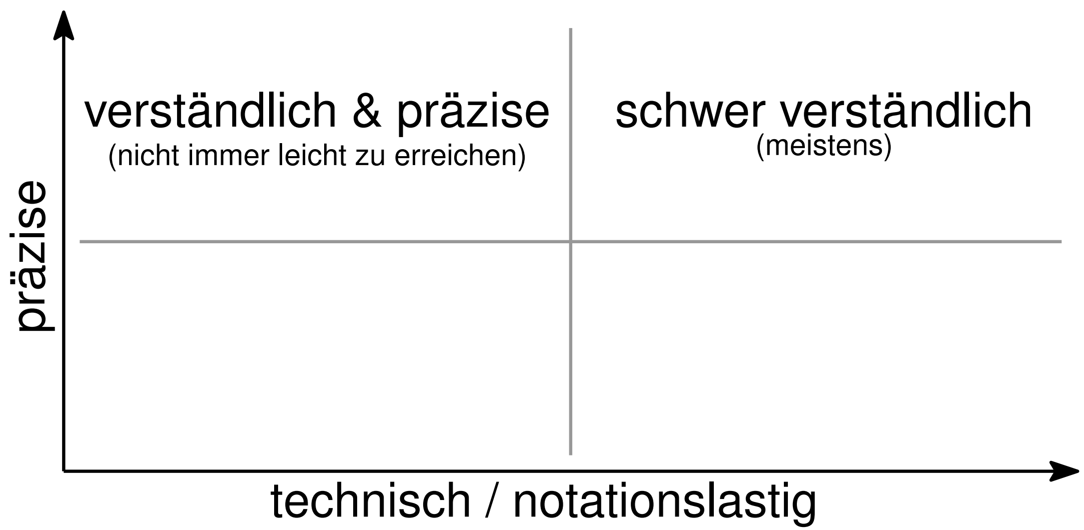
Modellierung der Bedingungen
- Kante $\{1, 4\}$ in MIS $\Rightarrow$ nicht (1 und 4)
- LC: LC-Knoten mit LC-Farben $\{1, 4\}$ und Nachbarn ■ und ⬟



Theorem
List Coloring ist NP-schwer (mittels Reduktion von Multicolored Independent Set).

Beweis
- Reduktion ist polynomiell
- Lösung für LC $\to$ Lösung für MIS
- Lösung für MIS $\to$ Lösung für LC

How to Presentation



---

not

How to Presentation: Beispielreduktion

MULTICOLORED INDEPENDENT SET

- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - Partition $V = V_1 \cup V_2 \cup \cdots \cup V_k$
- gesucht: $S \subseteq V$ sodass
  - $\forall e \in E\colon |e \cap S| \leq 1$
  - $\forall i \in [k]\colon |V_i \cap S| = 1$

LIST COLORING

- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - $\forall v \in V\colon C_v \subseteq [\ell]$
- gesucht: $c\colon V \to [\ell]$ sodass
  - $\forall v \in V\colon c(v) \in C_v$
  - $\forall \{u, v\} \in E\colon c(u) \neq c(v)$

Reduktion MIS $\to$ LC

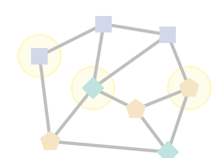
- gegeben: Instanz $G = (V_1 \cup \cdots \cup V_k, E)$ von MIS
- konstruiere LC-Instanz: (Graph $G' = (V', E')$ und $C_v \subseteq [\ell]$ $(\forall v \in V')$) wie folgt
  - $V' = [k] \cup E$
  - $\forall i \in [k]\colon C_i = V_i$
  - $\forall e \in E\colon C_e = e$
  - $E' = \{\{i, e\} \mid i \in [k] \wedge e \in E \wedge e \cap V_i \neq \emptyset\}$

War das verständlich?

How to Presentation: zweiter Versuch

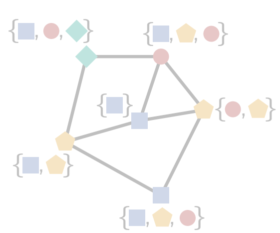
MULTICOLORED INDEPENDENT SET (MIS)

- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass
  - independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S ✓
  - bunt: S enthält jede Farbe genau einmal ✓



LIST COLORING (LC)

- gegeben: Graph $G = (V, E)$ und $\forall v \in V$: Farbmenge C_v
- gesucht: Farbe für jeden Knoten, sodass
  - erlaubte Farben: v hat Farbe aus C_v ✓
  - gültige Färbung: Nachbarn unterschiedlich gefärbt ✓



Beobachtung

- MIS: wähle einen Knoten pro Farbe
- LC: wähle eine Farbe pro Knoten

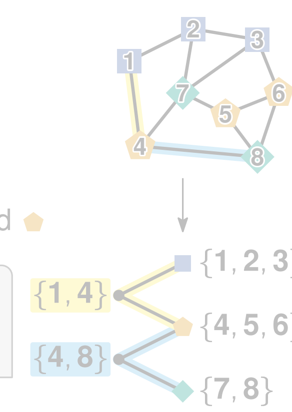
MULTICOLORED INDEPENDENT SET $\to$ LIST COLORING

Übersetzung der Entscheidungen

- LC-Knoten: einer pro MIS-Farbe
- mögliche LC-Farben: MIS-Knoten

Modellierung der Bedingungen

- Kante $\{1, 4\}$ in MIS $\Rightarrow$ nicht (1 und 4)
- LC: LC-Knoten mit LC-Farben $\{1, 4\}$ und Nachbarn ■ und ⬟

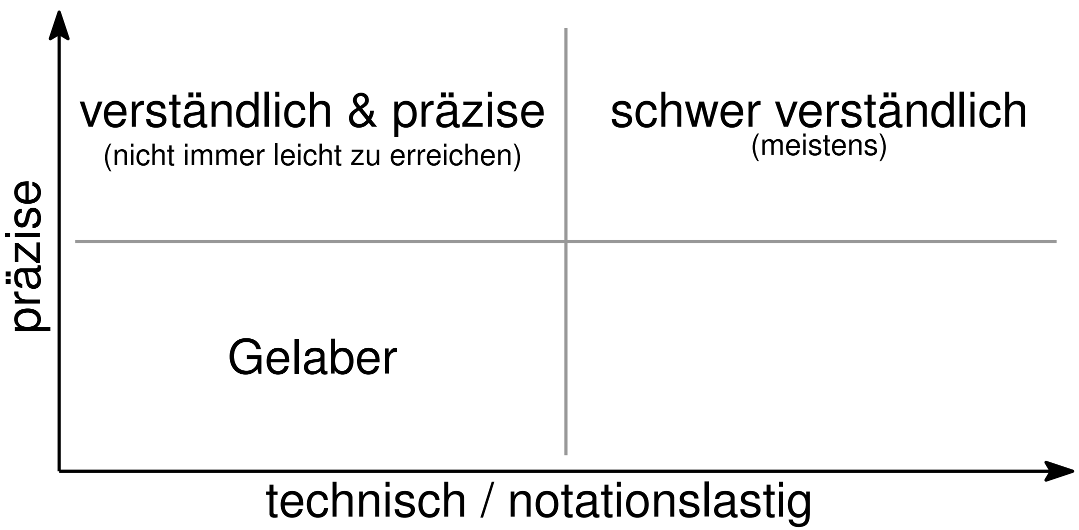


> **Theorem**
> LIST COLORING ist NP-schwer (mittels Reduktion von MULTICOLORED INDEPENDENT SET).

Beweis

- Reduktion ist polynomiell
- Lösung für LC $\to$ Lösung für MIS
- Lösung für MIS $\to$ Lösung für LC

How to Presentation



How ~~to~~ not to Presentation: Beispielreduktion

Multicolored Independent Set

- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - Partition $V = V_1 \cup V_2 \cup \dots \cup V_k$
- gesucht: $S \subseteq V$ sodass
  - $\forall e \in E \colon |e \cap S| \leq 1$
  - $\forall i \in [k] \colon |V_i \cap S| = 1$

List Coloring

- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - $\forall v \in V \colon C_v \subseteq [\ell]$
- gesucht: $c \colon V \to [\ell]$ sodass
  - $\forall v \in V \colon c(v) \in C_v$
  - $\forall \{u, v\} \in E \colon c(u) \neq c(v)$

Reduktion MIS → LC

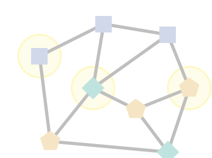
- gegeben: Instanz $G = (V_1 \cup \dots \cup V_k, E)$ von MIS
- konstruiere LC-Instanz: (Graph $G' = (V', E')$ und $C_v \subseteq [\ell]$ $(\forall v \in V')$) wie folgt
  - $V' = [k] \cup E$
  - $\forall i \in [k] \colon C_i = V_i$
  - $\forall e \in E \colon C_e = e$
  - $E' = \{\{i, e\} \mid i \in [k] \wedge e \in E \wedge e \cap V_i \neq \emptyset\}$

War das verständlich?

How to Presentation: zweiter Versuch

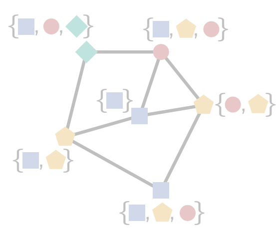
Multicolored Independent Set (MIS)

- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass
  - independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S ✓
  - bunt: S enthält jede Farbe genau einmal ✓



List Coloring (LC)

- gegeben: Graph $G = (V, E)$ und $\forall v \in V$: Farbmenge C_v
- gesucht: Farbe für jeden Knoten, sodass
  - erlaubte Farben: v hat Farbe aus C_v ✓
  - gültige Färbung: Nachbarn unterschiedlich gefärbt ✓



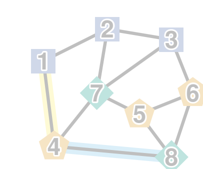
Beobachtung

- MIS: wähle einen Knoten pro Farbe
- LC: wähle eine Farbe pro Knoten

Multicolored Independent Set → List Coloring

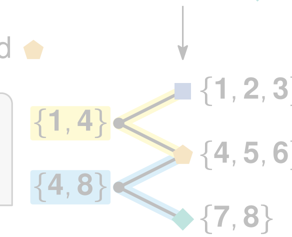
Übersetzung der Entscheidungen

- LC-Knoten: einer pro MIS-Farbe
- mögliche LC-Farben: MIS-Knoten



Modellierung der Bedingungen

- Kante $\{1, 4\}$ in MIS ⇒ nicht (1 und 4)
- LC: LC-Knoten mit LC-Farben $\{1, 4\}$ und Nachbarn ■ und ⬟

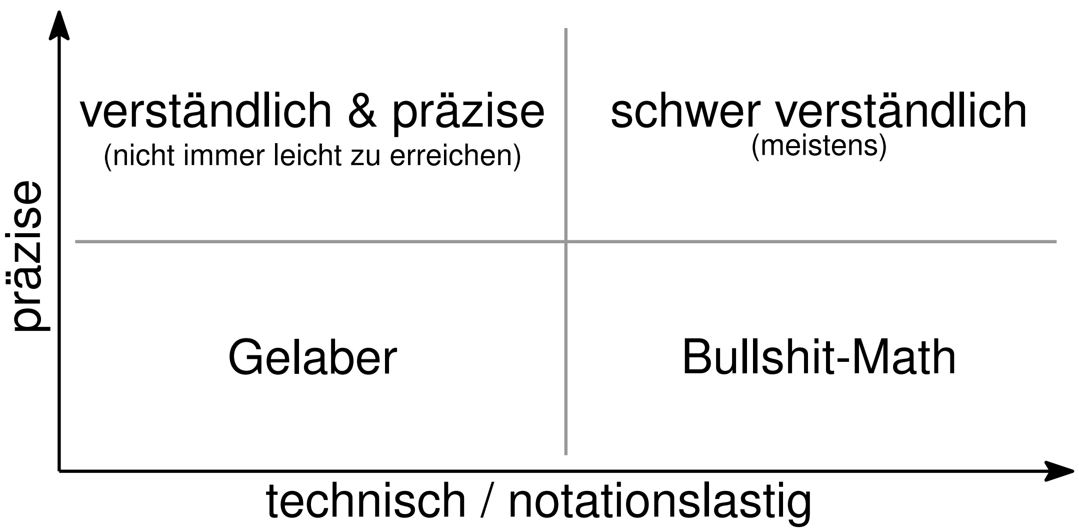


Theorem
List Coloring ist NP-schwer (mittels Reduktion von Multicolored Independent Set).

Beweis

- Reduktion ist polynomiell
- Lösung für LC → Lösung für MIS
- Lösung für MIS → Lösung für LC

How to Presentation



How $\underbrace{\ }_{\text{not}}$ to Presentation: Beispielreduktion

Multicolored Independent Set

- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - Partition $V = V_1 \cup V_2 \cup \cdots \cup V_k$
- gesucht: $S \subseteq V$ sodass
  - $\forall e \in E\colon |e \cap S| \leq 1$
  - $\forall i \in [k]\colon |V_i \cap S| = 1$

List Coloring

- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - $\forall v \in V\colon C_v \subseteq [\ell]$
- gesucht: $c\colon V \to [\ell]$ sodass
  - $\forall v \in V\colon c(v) \in C_v$
  - $\forall \{u, v\} \in E\colon c(u) \neq c(v)$

Reduktion MIS → LC

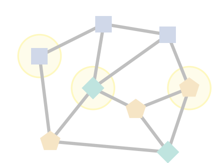
- gegeben: Instanz $G = (V_1 \cup \cdots \cup V_k, E)$ von MIS
- konstruiere LC-Instanz: (Graph $G' = (V', E')$ und $C_v \subseteq [\ell]$ $(\forall v \in V')$) wie folgt
  - $V' = [k] \cup E$
  - $\forall i \in [k]\colon C_i = V_i$
  - $\forall e \in E\colon C_e = e$
  - $E' = \{\{i, e\} \mid i \in [k] \wedge e \in E \wedge e \cap V_i \neq \emptyset\}$

War das verständlich?

How to Presentation: zweiter Versuch

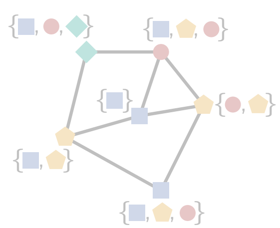
Multicolored Independent Set (MIS)

- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass
  - independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S ✓
  - bunt: S enthält jede Farbe genau einmal ✓



List Coloring (LC)

- gegeben: Graph $G = (V, E)$ und $\forall v \in V$: Farbmenge C_v
- gesucht: Farbe für jeden Knoten, sodass
  - erlaubte Farben: v hat Farbe aus C_v ✓
  - gültige Färbung: Nachbarn unterschiedlich gefärbt ✓



Beobachtung

- MIS: wähle einen Knoten pro Farbe
- LC: wähle eine Farbe pro Knoten

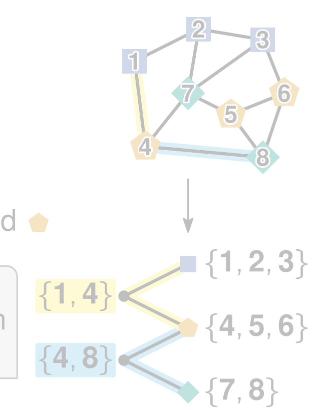
Multicolored Independent Set → List Coloring

Übersetzung der Entscheidungen

- LC-Knoten: einer pro MIS-Farbe
- mögliche LC-Farben: MIS-Knoten

Modellierung der Bedingungen

- Kante $\{1, 4\}$ in MIS ⇒ nicht (1 und 4)
- LC: LC-Knoten mit LC-Farben $\{1, 4\}$ und Nachbarn ■ und ⬟



> **Theorem**
> List Coloring ist NP-schwer (mittels Reduktion von Multicolored Independent Set).

Beweis

- Reduktion ist polynomiell
- Lösung für LC → Lösung für MIS
- Lösung für MIS → Lösung für LC

How to Presentation

Roter Faden

$\overbrace{\text{How}}^{\text{not}}$ to Presentation: Beispielreduktion

Multicolored Independent Set

- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - Partition $V = V_1 \cup V_2 \cup \cdots \cup V_k$
- gesucht: $S \subseteq V$ sodass
  - $\forall e \in E : |e \cap S| \leq 1$
  - $\forall i \in [k] : |V_i \cap S| = 1$

List Coloring

- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - $\forall v \in V : C_v \subseteq [\ell]$
- gesucht: $c : V \to [\ell]$ sodass
  - $\forall v \in V : c(v) \in C_v$
  - $\forall \{u, v\} \in E : c(u) \neq c(v)$

Reduktion MIS $\to$ LC

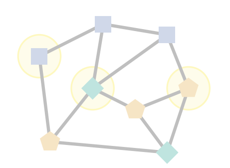
- gegeben: Instanz $G = (V_1 \cup \cdots \cup V_k, E)$ von MIS
- konstruiere LC-Instanz: (Graph $G' = (V', E')$ und $C_v \subseteq [\ell]$ $(\forall v \in V')$) wie folgt
  - $V' = [k] \cup E$
  - $\forall i \in [k] : C_i = V_i$
  - $\forall e \in E : C_e = e$
  - $E' = \{\{i, e\} \mid i \in [k] \wedge e \in E \wedge e \cap V_i \neq \emptyset\}$

War das verständlich?

How to Presentation: zweiter Versuch

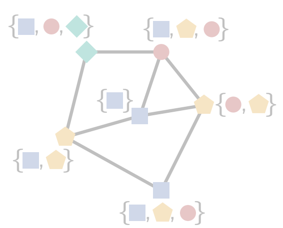
Multicolored Independent Set (MIS)

- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass
  - independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S
  - bunt: S enthält jede Farbe genau einmal



List Coloring (LC)

- gegeben: Graph $G = (V, E)$ und $\forall v \in V$: Farbmenge C_v
- gesucht: Farbe für jeden Knoten, sodass
  - erlaubte Farben: v hat Farbe aus C_v
  - gültige Färbung: Nachbarn unterschiedlich gefärbt



Beobachtung

- MIS: wähle einen Knoten pro Farbe
- LC: wähle eine Farbe pro Knoten

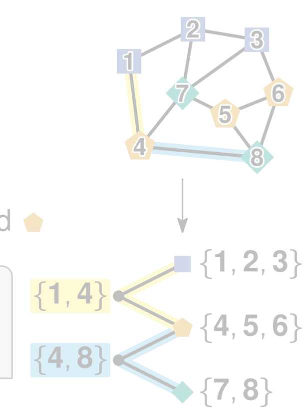
Multicolored Independent Set $\to$ List Coloring

Übersetzung der Entscheidungen

- LC-Knoten: einer pro MIS-Farbe
- mögliche LC-Farben: MIS-Knoten

Modellierung der Bedingungen

- Kante $\{1, 4\}$ in MIS $\Rightarrow$ nicht (1 und 4)
- LC: LC-Knoten mit LC-Farben $\{1, 4\}$ und Nachbarn ■ und ⬟



Theorem
List Coloring ist NP-schwer (mittels Reduktion von Multicolored Independent Set).

Beweis

- Reduktion ist polynomiell
- Lösung für LC $\to$ Lösung für MIS
- Lösung für MIS $\to$ Lösung für LC

How to Presentation

Roter Faden

- Weiß ich zu jedem Zeitpunkt, was gerade abgeht?
- Was ist das Ziel?
- Folgt der nächste Schritt natürlich aus dem davor?

not

How to Presentation: Beispielreduktion

KIT
Karlsruher Institut für Technologie

Multicolored Independent Set

- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - Partition $V = V_1 \cup V_2 \cup \cdots \cup V_k$
- gesucht: $S \subseteq V$ sodass
  - $\forall e \in E\colon |e \cap S| \leq 1$
  - $\forall i \in [k]\colon |V_i \cap S| = 1$

List Coloring

- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - $\forall v \in V\colon C_v \subseteq [\ell]$
- gesucht: $c\colon V \to [\ell]$ sodass
  - $\forall v \in V\colon c(v) \in C_v$
  - $\forall \{u, v\} \in E\colon c(u) \neq c(v)$

Reduktion MIS $\to$ LC

- gegeben: Instanz $G = (V_1 \cup \cdots \cup V_k, E)$ von MIS
- konstruiere LC-Instanz: (Graph $G' = (V', E')$ und $C_v \subseteq [\ell]$ $(\forall v \in V')$) wie folgt
  - $V' = [k] \cup E$
  - $\forall i \in [k]\colon C_i = V_i$
  - $\forall e \in E\colon C_e = e$
  - $E' = \{\{i, e\} \mid i \in [k] \wedge e \in E \wedge e \cap V_i \neq \emptyset\}$

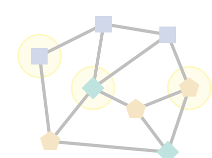
War das verständlich?

How to Presentation: zweiter Versuch

KIT
Karlsruher Institut für Technologie

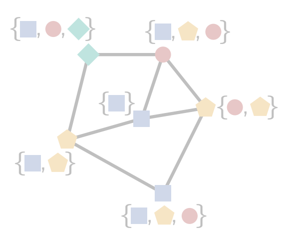
Multicolored Independent Set (MIS)

- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass
  - independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S
  - bunt: S enthält jede Farbe genau einmal



List Coloring (LC)

- gegeben: Graph $G = (V, E)$ und $\forall v \in V$: Farbmenge C_v
- gesucht: Farbe für jeden Knoten, sodass
  - erlaubte Farben: v hat Farbe aus C_v
  - gültige Färbung: Nachbarn unterschiedlich gefärbt



Beobachtung

- MIS: wähle einen Knoten pro Farbe
- LC: wähle eine Farbe pro Knoten

Multicolored Independent Set $\to$ List Coloring

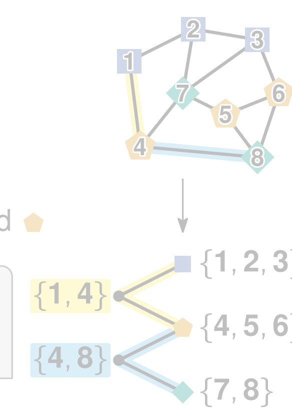
KIT
Karlsruher Institut für Technologie

Übersetzung der Entscheidungen

- LC-Knoten: einer pro MIS-Farbe
- mögliche LC-Farben: MIS-Knoten

Modellierung der Bedingungen

- Kante $\{1, 4\}$ in MIS $\Rightarrow$ nicht (1 und 4)
- LC: LC-Knoten mit LC-Farben $\{1, 4\}$ und Nachbarn und



> **Theorem**
> List Coloring ist NP-schwer (mittels Reduktion von Multicolored Independent Set).

Beweis

- Reduktion ist polynomiell
- Lösung für LC $\to$ Lösung für MIS
- Lösung für MIS $\to$ Lösung für LC

How to Presentation

Roter Faden

- Weiß ich zu jedem Zeitpunkt, was gerade abgeht?
- Was ist das Ziel?
- Folgt der nächste Schritt natürlich aus dem davor?
- das gilt im Großen wie im Kleinen
  (Gesamtstruktur) (Beweisdetails)

$\underbrace{\text{How}}^{\text{not}}$ to Presentation: Beispielreduktion

MULTICOLORED INDEPENDENT SET

- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - Partition $V = V_1 \cup V_2 \cup \dots \cup V_k$
- gesucht: $S \subseteq V$ sodass
  - $\forall e \in E\colon |e \cap S| \leq 1$
  - $\forall i \in [k]\colon |V_i \cap S| = 1$

LIST COLORING

- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - $\forall v \in V\colon C_v \subseteq [\ell]$
- gesucht: $c\colon V \to [\ell]$ sodass
  - $\forall v \in V\colon c(v) \in C_v$
  - $\forall \{u, v\} \in E\colon c(u) \neq c(v)$

Reduktion MIS → LC

- gegeben: Instanz $G = (V_1 \cup \dots \cup V_k, E)$ von MIS
- konstruiere LC-Instanz: (Graph $G' = (V', E')$ und $C_v \subseteq [\ell]$ $(\forall v \in V')$) wie folgt
  - $V' = [k] \cup E$
  - $\forall i \in [k]\colon C_i = V_i$
  - $\forall e \in E\colon C_e = e$
  - $E' = \{\{i, e\} \mid i \in [k] \land e \in E \land e \cap V_i \neq \emptyset\}$

War das verständlich?

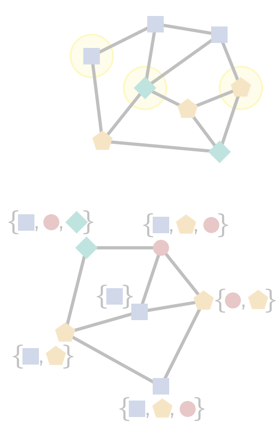
How to Presentation: zweiter Versuch

MULTICOLORED INDEPENDENT SET (MIS)

- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass
  - independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S
  - bunt: S enthält jede Farbe genau einmal

LIST COLORING (LC)

- gegeben: Graph $G = (V, E)$ und $\forall v \in V$: Farbmenge C_v
- gesucht: Farbe für jeden Knoten, sodass
  - erlaubte Farben: v hat Farbe aus C_v
  - gültige Färbung: Nachbarn unterschiedlich gefärbt



Beobachtung

- MIS: wähle einen Knoten pro Farbe
- LC: wähle eine Farbe pro Knoten

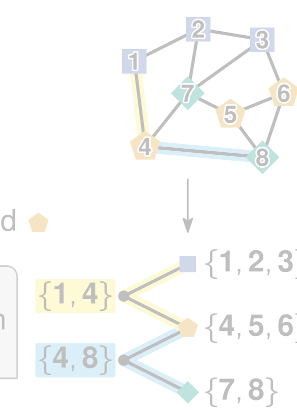
MULTICOLORED INDEPENDENT SET → LIST COLORING

Übersetzung der Entscheidungen

- LC-Knoten: einer pro MIS-Farbe
- mögliche LC-Farben: MIS-Knoten

Modellierung der Bedingungen

- Kante {1, 4} in MIS ⇒ nicht (1 und 4)
- LC: LC-Knoten mit LC-Farben $\{1, 4\}$ und Nachbarn ■ und ⬟



Theorem
LIST COLORING ist NP-schwer (mittels Reduktion von MULTICOLORED INDEPENDENT SET).

Beweis

- Reduktion ist polynomiell
- Lösung für LC → Lösung für MIS
- Lösung für MIS → Lösung für LC

How to Presentation

Roter Faden

- Weiß ich zu jedem Zeitpunkt, was gerade abgeht?
- Was ist das Ziel?
- Folgt der nächste Schritt natürlich aus dem davor?
- das gilt im Großen wie im Kleinen
  (Gesamtstruktur) (Beweisdetails)

How to $\underbrace{\ }_{\text{not}}$ Presentation: Beispielreduktion

MULTICOLORED INDEPENDENT SET
- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - Partition $V = V_1 \cup V_2 \cup \cdots \cup V_k$
- gesucht: $S \subseteq V$ sodass
  - $\forall e \in E\colon |e \cap S| \leq 1$
  - $\forall i \in [k]\colon |V_i \cap S| = 1$

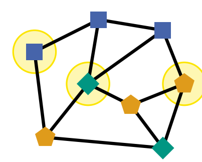
LIST COLORING
- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - $\forall v \in V\colon C_v \subseteq [\ell]$
- gesucht: $c\colon V \to [\ell]$ sodass
  - $\forall v \in V\colon c(v) \in C_v$
  - $\forall \{u, v\} \in E\colon c(u) \neq c(v)$

Reduktion MIS → LC
- gegeben: Instanz $G = (V_1 \cup \cdots \cup V_k, E)$ von MIS
- konstruiere LC-Instanz: (Graph $G' = (V', E')$ und $C_v \subseteq [\ell]$ ($\forall v \in V'$)) wie folgt
  - $V' = [k] \cup E$
  - $\forall i \in [k]\colon C_i = V_i$
  - $\forall e \in E\colon C_e = e$
  - $E' = \{\{i, e\} \mid i \in [k] \wedge e \in E \wedge e \cap V_i \neq \emptyset\}$

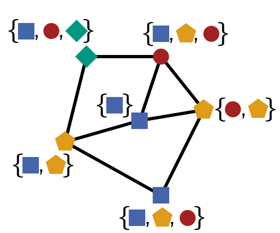
War das verständlich?

How to Presentation: zweiter Versuch

MULTICOLORED INDEPENDENT SET (MIS)
- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass
  - independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S ✓
  - bunt: S enthält jede Farbe genau einmal ✓



LIST COLORING (LC)
- gegeben: Graph $G = (V, E)$ und $\forall v \in V$: Farbmenge C_v
- gesucht: Farbe für jeden Knoten, sodass
  - erlaubte Farben: v hat Farbe aus C_v ✓
  - gültige Färbung: Nachbarn unterschiedlich gefärbt ✓



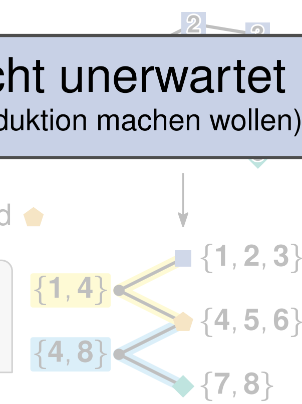
Beobachtung
- MIS: wähle einen Knoten pro Farbe
- LC: wähle eine Farbe pro Knoten

MULTICOLORED INDEPENDENT SET → LIST COLORING

Übersetzung der Entscheidungen

gut: Definition zweier Probleme nicht unerwartet
(Annahme: es ist aus dem Kontext klar, dass wir eine Reduktion machen wollen)

- Kante $\{1, 4\}$ in MIS ⇒ nicht (1 und 4)
- LC: LC-Knoten mit LC-Farben $\{1, 4\}$ und Nachbarn ■ und ⬟



Theorem
LIST COLORING ist NP-schwer (mittels Reduktion von MULTICOLORED INDEPENDENT SET).

Beweis
- Reduktion ist polynomiell
- Lösung für LC → Lösung für MIS
- Lösung für MIS → Lösung für LC

How to Presentation

Roter Faden

- Weiß ich zu jedem Zeitpunkt, was gerade abgeht?
- Was ist das Ziel?
- Folgt der nächste Schritt natürlich aus dem davor?
- das gilt im Großen wie im Kleinen
  (Gesamtstruktur) (Beweisdetails)

gut: nochmal sagen, was das bedeutet

---

not

How to Presentation: Beispielreduktion

Multicolored Independent Set
- gegeben:
- gesucht: $S \subseteq V$ sodass
  - $\forall e \in E \colon |e \cap S| \leq 1$
  - $\forall i \in [k] \colon |V_i \cap S| = 1$

List Coloring
- gegeben:
- gesucht: $c \colon V \to [\ell]$ sodass
  - $\forall v \in V \colon c(v) \in C_v$
  - $\forall \{u, v\} \in E \colon c(u) \neq c(v)$

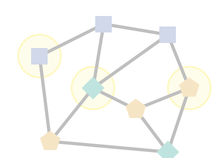
gut: wir starten jetzt mit der Reduktion MIS $\to$ LC

Reduktion MIS $\to$ LC
- gegeben: Instanz $G = (V_1 \cup \cdots \cup V_k, E)$ von MIS
- konstruiere LC-Instanz: (Graph $G' = (V', E')$ und $C_v \subseteq [\ell]$ $(\forall v \in V')$) wie folgt
  - $V' = [k] \cup E$
  - $\forall i \in [k] \colon C_i = V_i$
  - $\forall e \in E \colon C_e = e$
  - $E' = \{\{i, e\} \mid i \in [k] \wedge e \in E \wedge e \cap V_i \neq \emptyset\}$

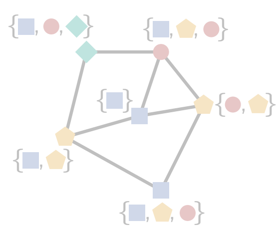
War das verständlich?

How to Presentation: zweiter Versuch

Multicolored Independent Set (MIS)
- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass
  - independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S ✓
  - bunt: S enthält jede Farbe genau einmal ✓



List Coloring (LC)
- gegeben: Graph $G = (V, E)$ und $\forall v \in V$: Farbmenge C_v
- gesucht: Farbe für jeden Knoten, sodass
  - erlaubte Farben: v hat Farbe aus C_v ✓
  - gültige Färbung: Nachbarn unterschiedlich gefärbt ✓

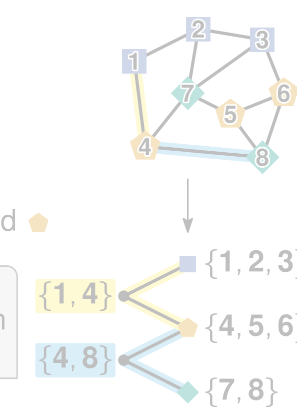


Beobachtung
- MIS: wähle einen Knoten pro Farbe
- LC: wähle eine Farbe pro Knoten

Multicolored Independent Set $\to$ List Coloring

Übersetzung der Entscheidungen
- LC-Knoten: einer pro MIS-Farbe
- mögliche LC-Farben: MIS-Knoten

Modellierung der Bedingungen
- Kante $\{1, 4\}$ in MIS $\Rightarrow$ nicht (1 und 4)
- LC: LC-Knoten mit LC-Farben $\{1, 4\}$ und Nachbarn ■ und ⬟



Theorem
List Coloring ist NP-schwer (mittels Reduktion von Multicolored Independent Set).

Beweis
- Reduktion ist polynomiell
- Lösung für LC $\to$ Lösung für MIS
- Lösung für MIS $\to$ Lösung für LC

How to Presentation

Roter Faden

- Weiß ich zu jedem Zeitpunkt, was gerade abgeht?
- Was ist das Ziel?
- Folgt der nächste Schritt natürlich aus dem davor?
- das gilt im Großen wie im Kleinen
  (Gesamtstruktur) (Beweisdetails)

not
How to Presentation: Beispielreduktion

MULTICOLORED INDEPENDENT SET
- gegeben:

LIST COLORING
- gegeben:

$V, E)$

schlecht: unklar, warum ein Knoten pro Farbe
(ein „friss erstmal die Definition, wir sehen später, dass sie funktioniert“ möglichst vermeiden)

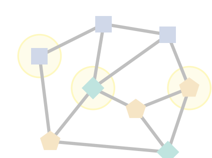
$\forall \{u, v\} \subseteq E : c(u) \neq c(v)$

Reduktion MIS $\rightarrow$ LC
- gegeben: Instanz $G = (V_1 \cup \cdots \cup V_k, E)$ von MIS
- konstruiere LC-Instanz: (Graph $G' = (V', E')$ und $C_v \subseteq [\ell]$ $(\forall v \in V')$) wie folgt
  - $V' = [k] \cup E$
  - $\forall i \in [k] \colon C_i = V_i$
  - $\forall e \in E \colon C_e = e$
  - $E' = \{\{i, e\} \mid i \in [k] \land e \in E \land e \cap V_i \neq \emptyset\}$

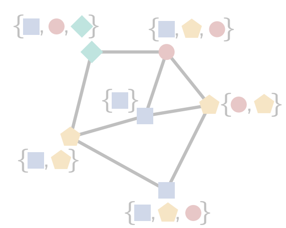
War das verständlich?

How to Presentation: zweiter Versuch

MULTICOLORED INDEPENDENT SET (MIS)
- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass
  - independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S
  - bunt: S enthält jede Farbe genau einmal



LIST COLORING (LC)
- gegeben: Graph $G = (V, E)$ und $\forall v \in V$: Farbmenge C_v
- gesucht: Farbe für jeden Knoten, sodass
  - erlaubte Farben: v hat Farbe aus C_v
  - gültige Färbung: Nachbarn unterschiedlich gefärbt

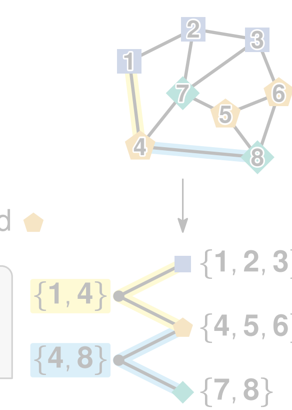


Beobachtung
- MIS: wähle einen Knoten pro Farbe
- LC: wähle eine Farbe pro Knoten

MULTICOLORED INDEPENDENT SET $\rightarrow$ LIST COLORING

Übersetzung der Entscheidungen
- LC-Knoten: einer pro MIS-Farbe
- mögliche LC-Farben: MIS-Knoten

Modellierung der Bedingungen
- Kante $\{1, 4\}$ in MIS $\Rightarrow$ nicht (1 und 4)
- LC: LC-Knoten mit LC-Farben $\{1, 4\}$ und Nachbarn ■ und ⬟



Theorem
LIST COLORING ist NP-schwer (mittels Reduktion von MULTICOLORED INDEPENDENT SET).

Beweis
- Reduktion ist polynomiell
- Lösung für LC $\rightarrow$ Lösung für MIS
- Lösung für MIS $\rightarrow$ Lösung für LC

How to Presentation

Roter Faden

- Weiß ich zu jedem Zeitpunkt, was gerade abgeht?
- Was ist das Ziel?
- Folgt der nächste Schritt natürlich aus dem davor?
- das gilt im Großen wie im Kleinen
  (Gesamtstruktur) (Beweisdetails)

$\overbrace{\text{How}}^{\text{not}}$ to Presentation: Beispielreduktion

Multicolored Independent Set
- gegeben:

List Coloring
- gegeben: $, E)$

schlecht: unklar, warum ein Knoten pro Farbe
(ein „friss erstmal die Definition, wir sehen später, dass sie funktioniert“ möglichst vermeiden)

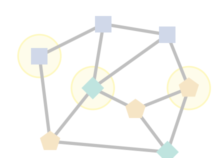
Reduktion MIS → LC
- gegeben: Instanz $G = (V_1 \cup \dots \cup V_k, E)$ von MIS
- konstruiere LC-Instanz: (Graph $G' = (V', E')$ und $C_v \subseteq [\ell]$ $(\forall v \in V')$) wie folgt
  - $V' = [k] \cup E$
  - $\forall i \in [k]: C_i = V_i$
  - $\forall e \in E: C_e = e$

War das verständlich?

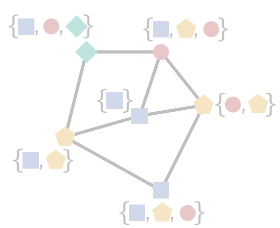
noch schlechter: warum ein Knoten pro Kante wird erst viel später klar

How to Presentation: zweiter Versuch

Multicolored Independent Set (MIS)
- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass
  - independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S
  - bunt: S enthält jede Farbe genau einmal



List Coloring (LC)
- gegeben: Graph $G = (V, E)$ und $\forall v \in V$: Farbmenge C_v
- gesucht: Farbe für jeden Knoten, sodass
  - erlaubte Farben: v hat Farbe aus C_v
  - gültige Färbung: Nachbarn unterschiedlich gefärbt



Beobachtung
- MIS: wähle einen Knoten pro Farbe
- LC: wähle eine Farbe pro Knoten

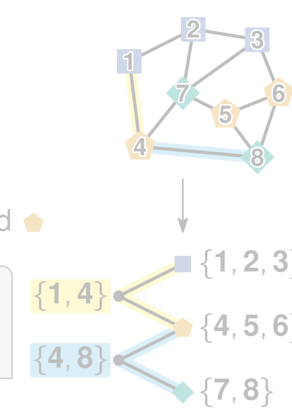
Multicolored Independent Set → List Coloring

Übersetzung der Entscheidungen
- LC-Knoten: einer pro MIS-Farbe
- mögliche LC-Farben: MIS-Knoten

Modellierung der Bedingungen
- Kante {1, 4} in MIS ⇒ nicht (1 und 4)
- LC: LC-Knoten mit LC-Farben $\{1, 4\}$ und Nachbarn ■ und ⬟

Theorem
List Coloring ist NP-schwer (mittels Reduktion von Multicolored Independent Set).

Beweis
- Reduktion ist polynomiell
- Lösung für LC → Lösung für MIS
- Lösung für MIS → Lösung für LC



How to Presentation

Roter Faden

- Weiß ich zu jedem Zeitpunkt, was gerade abgeht?
- Was ist das Ziel?
- Folgt der nächste Schritt natürlich aus dem davor?
- das gilt im Großen wie im Kleinen
  (Gesamtstruktur) (Beweisdetails)

$\underbrace{\text{How to}}^{\text{not}}$ Presentation: Beispielreduktion

Multicolored Independent Set
- gegeben:

List Coloring
- gegeben:

schlecht: unklar, warum ein Knoten pro Farbe
(ein „friss erstmal die Definition, wir sehen später, dass sie funktioniert“ möglichst vermeiden)

Reduktion MIS $\to$ LC
- gegeben: Instanz $G = (V_1 \cup \cdots \cup V_k, E)$ von MIS
- konstruiere LC-Instanz: (Graph $G' = (V', E')$ und $C_v \subseteq [\ell]$ $(\forall v \in V')$) wie folgt
  - $V' = [k] \cup E$
  - $\forall i \in [k]\colon C_i = V_i$
  - $\forall e \in E\colon C_e = e$

War das verständlich?

noch schlechter: warum ein Knoten pro Kante wird erst viel später klar

How to Presentation: zweiter Versuch

Multicolored Independent Set (MIS)
- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass
  - independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S

einfache Beobachtung zu den treffenden Entscheidungen

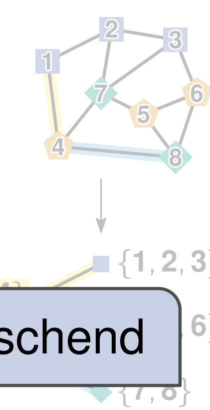
List Coloring (LC)
- gegeben: Graph $G = (V, E)$ und $\forall v \in V$: Farbmenge C_v
- gesucht: Farbe für jeden Knoten, sodass
  - erlaubte Farben: v hat Farbe aus C_v
  - gültige Färbung: Nachbarn unterschiedlich gefärbt

Beobachtung
- MIS: wähle einen Knoten pro Farbe
- LC: wähle eine Farbe pro Knoten

Multicolored Independent Set $\to$ List Coloring

Übersetzung der Entscheidungen
- LC-Knoten: einer pro MIS-Farbe
- mögliche LC-Farben: MIS-Knoten

Modellierung der Bedingungen
- $\{1, 4\}$ in MIS $\Rightarrow$ nicht (1 und 4)
- LC: LC-Knoten mit LC-Farben $\{1, 4\}$ und Nachbarn und



Theorem

gut: Übersetzung Knoten $\leftrightarrow$ Kanten wenig überraschend

Beweis
- Reduktion ist polynomiell
- Lösung für LC $\to$ Lösung für MIS
- Lösung für MIS $\to$ Lösung für LC

How to Presentation

Roter Faden

- Weiß ich zu jedem Zeitpunkt, was gerade abgeht?
- Was ist das Ziel?
- Folgt der nächste Schritt natürlich aus dem davor?
- das gilt im Großen wie im Kleinen
  (Gesamtstruktur) (Beweisdetails)

not

How to Presentation: Beispielreduktion

MULTICOLORED INDEPENDENT SET
- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - Partition $V = V_1 \cup V_2$
- gesucht: $S \subseteq V$ sodass
  - $\forall e \in E\colon |e \cap S| \leq 1$
  - $\forall i \in [k]\colon |V_i \cap S| = 1$

LIST COLORING
- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$

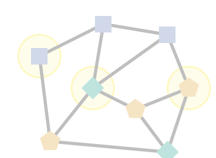
Reduktion MIS → LC
- gegeben: Instanz $G =$
- konstruiere LC-Instanz:
  - $V' = [k] \cup E$
  - $\forall i \in [k]\colon C_i = V_i$
  - $\forall e \in E\colon C_e = e$
  - $E' = \{\{i, e\} \mid i \in [k] \land e \in E \land e \cap V_i \neq \emptyset\}$

schlecht: sehr viel unklar
- Warum ein Knoten pro Kante?
- Warum diese Farben?
- Warum diese Verbindungen?

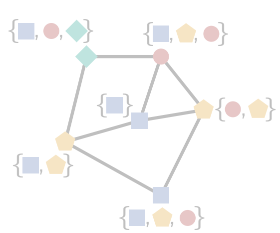
War das verständlich?

How to Presentation: zweiter Versuch

MULTICOLORED INDEPENDENT SET (MIS)
- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass
  - independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S ✓
  - bunt: S enthält jede Farbe genau einmal ✓



LIST COLORING (LC)
- gegeben: Graph $G = (V, E)$ und $\forall v \in V$: Farbmenge C_v
- gesucht: Farbe für jeden Knoten, sodass
  - erlaubte Farben: v hat Farbe aus C_v ✓
  - gültige Färbung: Nachbarn unterschiedlich gefärbt ✓

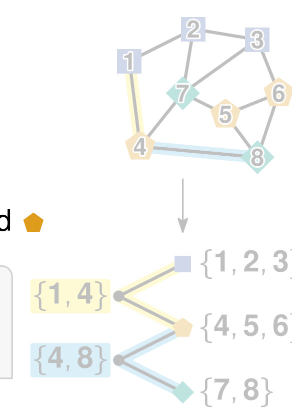


Beobachtung
- MIS: wähle einen Knoten pro Farbe
- LC: wähle eine Farbe pro Knoten

MULTICOLORED INDEPENDENT SET → LIST COLORING

Übersetzung der Entscheidungen
- LC-Knoten: einer pro MIS-Farbe
- mögliche LC-Farben: MIS-Knoten

Modellierung der Bedingungen
- Kante {1, 4} in MIS ⇒ nicht (1 und 4)
- LC: LC-Knoten mit LC-Farben $\{1, 4\}$ und Nachbarn ■ und ⬟



Theorem
LIST COLORING ist NP-schwer (mittels Reduktion von MULTICOLORED INDEPENDENT SET).

Beweis
- Reduktion ist polynomiell
- Lösung für LC → Lösung für MIS
- Lösung für MIS → Lösung für LC

How to Presentation

Roter Faden

- Weiß ich zu jedem Zeitpunkt, was gerade abgeht?
- Was ist das Ziel?
- Folgt der nächste Schritt natürlich aus dem davor?
- das gilt im Großen wie im Kleinen
  (Gesamtstruktur) (Beweisdetails)

$\overbrace{\text{How to}}^{\text{not}}$ Presentation: Beispielreduktion

KIT Karlsruher Institut für Technologie

Multicolored Independent Set
- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - Partition $V = V_1 \cup V_2$ ...
- gesucht: $S \subseteq V$ sodass
  - $\forall e \in E\colon |e \cap S| \leq 1$
  - $\forall i \in [k]\colon |V_i \cap S| = 1$

List Coloring
- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$

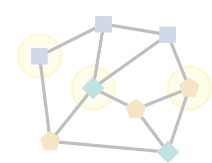
Reduktion MIS → LC
- gegeben: Instanz $G = ($...
- konstruiere LC-Instanz:
  - $V' = [k] \cup E$
  - $\forall i \in [k]\colon C_i = V_i$
  - $\forall e \in E\colon C_e = e$
  - $E' = \{\{i, e\} \mid i \in [k] \land e \in E \land e \cap V_i \neq \emptyset\}$

schlecht: sehr viel unklar
- Warum ein Knoten pro Kante?
- Warum diese Farben?
- Warum diese Verbindungen?

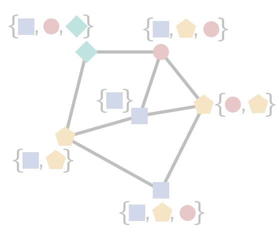
War das verständlich?

How to Presentation: zweiter Versuch

Multicolored Independent Set (MIS)
- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass
  - independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S ✓
  - bunt: S enthält jede Farbe genau einmal ✓



List Coloring (LC)
- gegeben: Graph $G = (V, E)$ und $\forall v \in V$: Farbmenge C_v
- gesucht: Farbe für jeden Knoten, sodass
  - erlaubte Farben: v hat Farbe aus C_v ✓
  - gültige Färbung: Nachbarn unterschiedlich gefärbt ✓

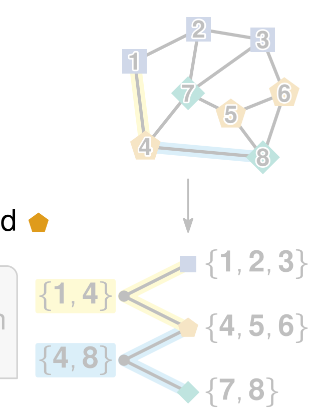


Beobachtung
- MIS: wähle einen Knoten pro Farbe
- LC: wähle eine Farbe pro Knoten

---

dass wir noch etwas mit den Kanten machen müssen ist nicht unerwartet

Übersetzung der Entscheidungen
- LC-Knoten: einer pro MIS-Farbe
- mögliche LC-Farben: MIS-Knoten



Modellierung der Bedingungen
- Kante {1, 4} in MIS ⇒ nicht (1 und 4)
- LC: LC-Knoten mit LC-Farben $\{1, 4\}$ und Nachbarn ■ und ⬟

Theorem
List Coloring ist NP-schwer (mittels Reduktion von Multicolored Independent Set).

Beweis
- Reduktion ist polynomiell
- Lösung für LC → Lösung für MIS
- Lösung für MIS → Lösung für LC

How to Presentation

Roter Faden

- Weiß ich zu jedem Zeitpunkt, was gerade abgeht?
- Was ist das Ziel?
- Folgt der nächste Schritt natürlich aus dem davor?
- das gilt im Großen wie im Kleinen
  (Gesamtstruktur) (Beweisdetails)

---

not

How to Presentation: Beispielreduktion

Multicolored Independent Set
- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - Partition $V = V_1 \cup V_2$ ...
- gesucht: $S \subseteq V$ sodass
  - $\forall e \in E\colon |e \cap S| \leq 1$
  - $\forall i \in [k]\colon |V_i \cap S| = 1$

List Coloring
- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$

Reduktion MIS → LC
- gegeben: Instanz G ...
- konstruiere LC-Instanz ...
  - $V' = [k] \cup E$
  - $\forall i \in [k]\colon C_i = V_i$
  - $\forall e \in E\colon C_e = e$
  - $E' = \{\{i, e\} \mid i \in [k] \land e \in E \land e \cap V_i \neq \emptyset\}$

schlecht: sehr viel unklar
- Warum ein Knoten pro Kante?
- Warum diese Farben?
- Warum diese Verbindungen?

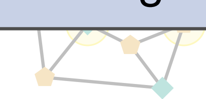
War das verständlich?

How to Presentation: zweiter Versuch

dass wir noch etwas mit den Kanten machen müssen ist nicht unerwartet

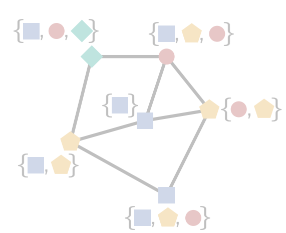
Bedienung einer einzelnen Kante an die zuvor genannte Entscheidung

Multicolored Independent Set (MIS)



- independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S
- bunt: S enthält jede Farbe genau einmal

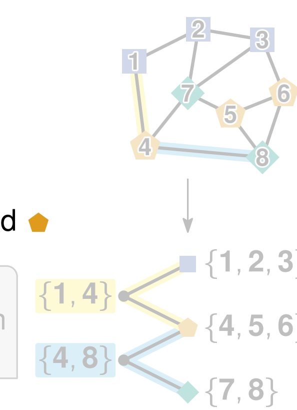
List Coloring (LC)
- gegeben: Graph $G = (V, E)$ und $\forall v \in V$: Farbmenge C_v
- gesucht: Farbe für jeden Knoten, sodass
  - erlaubte Farben: v hat Farbe aus C_v
  - gültige Färbung: Nachbarn unterschiedlich gefärbt



Beobachtung
- MIS: wähle einen Knoten pro Farbe
- LC: wähle eine Farbe pro Knoten

Übersetzung der Entscheidungen
- ...-Farbe
- ...-Knoten

Modellierung der Bedingungen
- Kante {1, 4} in MIS ⇒ nicht (1 und 4)
- LC: LC-Knoten mit LC-Farben $\{1, 4\}$ und Nachbarn ■ und ⬟



Theorem
List Coloring ist NP-schwer (mittels Reduktion von Multicolored Independent Set).

Beweis
- Reduktion ist polynomiell
- Lösung für LC → Lösung für MIS
- Lösung für MIS → Lösung für LC

How to Presentation

Roter Faden

- Weiß ich zu jedem Zeitpunkt, was gerade abgeht?
- Was ist das Ziel?
- Folgt der nächste Schritt natürlich aus dem davor?
- das gilt im Großen wie im Kleinen
  (Gesamtstruktur) (Beweisdetails)

How $\underbrace{\text{to}}_{}$ Presentation: Beispielreduktion

not

Multicolored Independent Set
- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - Partition $V = V_1 \cup V_2$ …
- gesucht: $S \subseteq V$ sodass
  - $\forall e \in E\colon |e \cap S| \leq 1$
  - $\forall i \in [k]\colon |V_i \cap S| = 1$

List Coloring
- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$

Reduktion MIS → LC
- gegeben: Instanz G …
- konstruiere LC-Instanz:
  - $V' = [k] \cup E$
  - $\forall i \in [k]\colon C_i = V_i$
  - $\forall e \in E\colon C_e = e$
  - $E' = \{\{i, e\} \mid i \in [k] \wedge e \in E \wedge e \cap V_i \neq \emptyset\}$

schlecht: sehr viel unklar
- Warum ein Knoten pro Kante?
- Warum diese Farben?
- Warum diese Verbindungen?

War das verständlich?

How to Presentation: zweiter Versuch

dass wir noch etwas mit den Kanten machen müssen ist nicht unerwartet

Multicolored Independent Set (MIS)

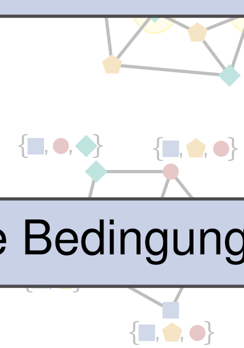
Bedienung einer einzelnen Kante an die zuvor genannte Entscheidung

- independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S
- bunt: S enthält jede Farbe genau einmal

List Coloring (LC)
- gegeben: Graph $G = (V, E)$ und $\forall v \in V$: Farbmenge C_v

leicht einzusehen, dass das die selbe Bedingung modelliert

- gültige Farbung: Nachbarn unterschiedlich gefärbt

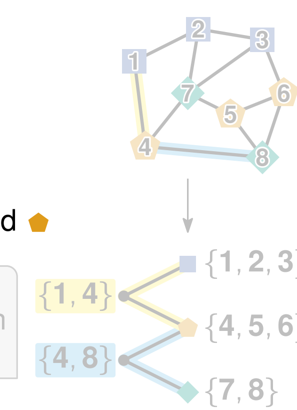


Beobachtung
- MIS: wähle einen Knoten pro Farbe
- LC: wähle eine Farbe pro Knoten

Übersetzung der Entscheidungen
- …-Farbe
- …-Knoten

Modellierung der Bedingungen
- Kante {1, 4} in MIS ⇒ nicht (1 und 4)
- LC: LC-Knoten mit LC-Farben $\{1, 4\}$ und Nachbarn ■ und ⬟

Theorem
List Coloring ist NP-schwer (mittels Reduktion von Multicolored Independent Set).



Beweis
- Reduktion ist polynomiell
- Lösung für LC → Lösung für MIS
- Lösung für MIS → Lösung für LC

How to Presentation

Roter Faden

- Weiß ich zu jedem Zeitpunkt, was gerade abgeht?
- Was ist das Ziel?
- Folgt der nächste Schritt natürlich aus dem davor?
- das gilt im Großen wie im Kleinen
  (Gesamtstruktur) (Beweisdetails)

$\underbrace{\text{How}}^{\text{not}}$ to Presentation: Beispielreduktion

Multicolored Independent Set

- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - Partition $V = V_1 \cup V_2 \cup \cdots \cup V_k$
- gesucht: $S \subseteq V$ sodass
  - $\forall e \in E \colon |e \cap S| \leq 1$
  - $\forall i \in [k] \colon |V_i \cap S| = 1$

List Coloring

- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - $\forall v \in V \colon C_v \subseteq [\ell]$
- gesucht: $c \colon V \to [\ell]$ sodass
  - $\forall v \in V \colon c(v) \in C_v$
  - $\forall \{u, v\} \in E \colon c(u) \neq c(v)$

Reduktion MIS → LC

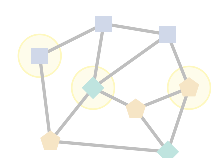
- gegeben: Instanz $G = (V_1 \cup \cdots \cup V_k, E)$ von MIS
- konstruiere LC-Instanz: (Graph $G' = (V', E')$ und $C_v \subseteq [\ell]$ $(\forall v \in V')$) wie folgt
  - $V' = [k] \cup E$
  - $\forall i \in [k] \colon C_i = V_i$
  - $\forall e \in E \colon C_e = e$
  - $E' = \{\{i, e\} \mid i \in [k] \land e \in E \land e \cap V_i \neq \emptyset\}$

War das verständlich?

How to Presentation: zweiter Versuch

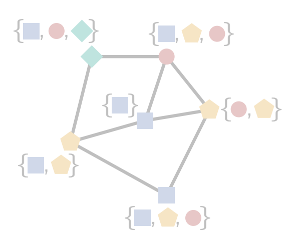
Multicolored Independent Set (MIS)

- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass
  - independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S ✓
  - bunt: S enthält jede Farbe genau einmal ✓



List Coloring (LC)

- gegeben: Graph $G = (V, E)$ und $\forall v \in V$: Farbmenge C_v
- gesucht: Farbe für jeden Knoten, sodass
  - erlaubte Farben: v hat Farbe aus C_v ✓
  - gültige Färbung: Nachbarn unterschiedlich gefärbt ✓



Beobachtung

- MIS: wähle einen Knoten pro Farbe
- LC: wähle eine Farbe pro Knoten

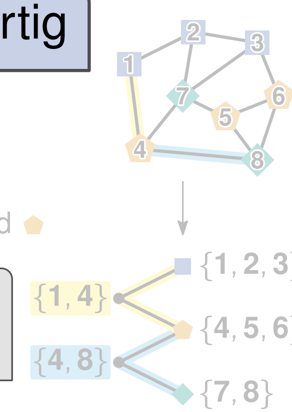
Multicolored Independent Set → List Coloring

klarer Schnitt: Reduktion ist jetzt fertig

- mögliche LC-Farben: MIS-Knoten

Modellierung der Bedingungen

- Kante $\{1, 4\}$ in MIS ⇒ nicht (1 und 4)
- LC: LC-Knoten mit LC-Farben $\{1, 4\}$ und Nachbarn ■ und ⬟



> **Theorem**
> List Coloring ist NP-schwer (mittels Reduktion von Multicolored Independent Set).

Beweis

- Reduktion ist polynomiell
- Lösung für LC → Lösung für MIS
- Lösung für MIS → Lösung für LC

How to Presentation

Roter Faden

- Weiß ich zu jedem Zeitpunkt, was gerade abgeht?
- Was ist das Ziel?
- Folgt der nächste Schritt natürlich aus dem davor?
- das gilt im Großen wie im Kleinen
  (Gesamtstruktur) (Beweisdetails)

$\overbrace{\text{How}}^{\text{not}}$ to Presentation: Beispielreduktion

Multicolored Independent Set

- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - Partition $V = V_1 \cup V_2 \cup \dots \cup V_k$
- gesucht: $S \subseteq V$ sodass
  - $\forall e \in E\colon |e \cap S| \leq 1$
  - $\forall i \in [k]\colon |V_i \cap S| = 1$

List Coloring

- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - $\forall v \in V\colon C_v \subseteq [\ell]$
- gesucht: $c\colon V \to [\ell]$ sodass
  - $\forall v \in V\colon c(v) \in C_v$
  - $\forall \{u, v\} \in E\colon c(u) \neq c(v)$

Reduktion MIS → LC

- gegeben: Instanz $G = (V_1 \cup \dots \cup V_k, E)$ von MIS
- konstruiere LC-Instanz: (Graph $G' = (V', E')$ und $C_v \subseteq [\ell]$ $(\forall v \in V')$) wie folgt
  - $V' = [k] \cup E$
  - $\forall i \in [k]\colon C_i = V_i$
  - $\forall e \in E\colon C_e = e$
  - $E' = \{\{i, e\} \mid i \in [k] \wedge e \in E \wedge e \cap V_i \neq \emptyset\}$

War das verständlich?

How to Presentation: zweiter Versuch

Multicolored Independent Set (MIS)

- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass
  - independent set: keine Kanten zwischen Knoten in S

nochmal sauber formulieren, was jetzt die Aussage ist

List Coloring (LC)

- gegeben: Graph $G = (V, E)$ und $\forall v \in V$: Farbmenge C_v
- gesucht: Farbe für jeden Knoten, sodass
  - erlaubte Farben: v hat Farbe aus C_v
  - gültige Färbung: Nachbarn unterschiedlich gefärbt

Beobachtung

- MIS: wähle einen Knoten pro Farbe
- LC: wähle eine Farbe pro Knoten

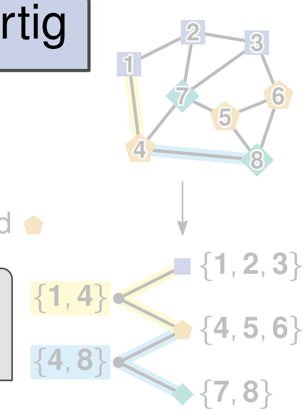
Multicolored Independent Set → List Coloring

klarer Schnitt: Reduktion ist jetzt fertig

- mögliche LC-Farben: MIS-Knoten

Modellierung der Bedingungen

- Kante $\{1, 4\}$ in MIS ⇒ nicht (1 und 4)
- LC: LC-Knoten mit LC-Farben $\{1, 4\}$ und Nachbarn ■ und ⬟



Theorem
List Coloring ist NP-schwer (mittels Reduktion von Multicolored Independent Set).

Beweis

- Reduktion ist polynomiell
- Lösung für LC → Lösung für MIS
- Lösung für MIS → Lösung für LC

How to Presentation

Roter Faden

- Weiß ich zu jedem Zeitpunkt, was gerade abgeht?
- Was ist das Ziel?
- Folgt der nächste Schritt natürlich aus dem davor?
- das gilt im Großen wie im Kleinen
  (Gesamtstruktur) (Beweisdetails)

not

How to Presentation: Beispielreduktion

Multicolored Independent Set
- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - Partition $V = V_1 \cup V_2 \cup \cdots \cup V_k$
- gesucht: $S \subseteq V$ sodass
  - $\forall e \in E\colon |e \cap S| \leq 1$
  - $\forall i \in [k]\colon |V_i \cap S| = 1$

List Coloring
- gegeben:
  - ungerichteter Graph $G = (V, E)$
  - $\forall v \in V\colon C_v \subseteq [\ell]$
- gesucht: $c\colon V \to [\ell]$ sodass
  - $\forall v \in V\colon c(v) \in C_v$
  - $\forall \{u, v\} \in E\colon c(u) \neq c(v)$

Reduktion MIS → LC
- gegeben: Instanz $G = (V_1 \cup \cdots \cup V_k, E)$ von MIS
- konstruiere LC-Instanz: (Graph $G' = (V', E')$ und $C_v \subseteq [\ell]$ $(\forall v \in V')$) wie folgt
  - $V' = [k] \cup E$
  - $\forall i \in [k]\colon C_i = V_i$
  - $\forall e \in E\colon C_e = e$
  - $E' = \{\{i, e\} \mid i \in [k] \wedge e \in E \wedge e \cap V_i \neq \emptyset\}$

War das verständlich?

How to Presentation: zweiter Versuch

Multicolored Independent Set (MIS)
- gegeben: mit k Farben gefärbter Graph $G = (V, E)$
- gesucht: Knotenmenge $S \subseteq V$ mit $|S| = k$, sodass

nochmal sauber formulieren, was jetzt die Aussage ist

List Coloring (LC)
- gegeben: Graph $G = (V, E)$ und $\forall v \in V$: Farbmenge C_v
- gesucht: Farbe für jeden Knoten, sodass
  - erlaubte Farben: v hat Farbe aus C_v
  - gültige Färbung: Nachbarn unterschiedlich gefärbt

Beobachtu
- MIS: wäh
- LC: wähle eine Farbe pro Knoten

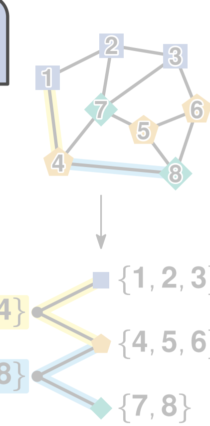
Überblick zu zeigender Aussagen

Multicolored Independent Set → List Coloring

klarer Schnitt: Reduktion ist jetzt fertig

- mögliche LC-Farben: MIS-Knoten

dellierung der Bedingungen
- ante {1, 4} in MIS ⇒ nicht (1 und 4)
- LC: LC-Knoten mit LC-Farben $\{1, 4\}$ und Nachbarn ■ und ⬟



Theorem
List Coloring ist NP-schwer (mittels Reduktion von Multicolored Independent Set).

Beweis
- Reduktion ist polynomiell
- Lösung für LC → Lösung für MIS
- Lösung für MIS → Lösung für LC