Algorithmische Methoden der Netzwerkanalyse

Marco Gaertler

Algorithmic Group
Faculty of Informatics
Universität Karlsruhe (TH)
Research University · founded 1825

18. November, 2008

- Teilgraphen, Wege und Zusammenhang
- Kerne

Starker Zusammenhang

Lemma

Zwei Knoten sind genau dann in einer starken Zusammenhangskomponente, wenn es eine geschlossene gerichtete Kantenfolge gibt, die beide enthält. Jeder Knoten liegt in genau einer starken Zusammenhangskomponente.

≫ Teilgraphen, Wege und Zusammenhang

≫ Kerne

Kerne

Definition

Der *k-Kern* eines schlichten ungerichteten Graphen $G = (V, E)$ ist der inklusionsmaximale Teilgraph $\mathrm{Core}_k(G) \subseteq G$ mit $\delta(\mathrm{Core}_k(G)) \geq k$, d.h. in dem jeder Knoten mindestens Grad k hat. Der *Kern*, $\mathrm{Core}(G)$, von G ist der nichtleere k-Kern mit maximalem k.

Lemma

Für alle $k, \ell \in \mathbb{N}_0$ ist $\mathrm{Core}_\mathrm{k}(G)$ eindeutig und

$$k \geq \ell \quad \Longrightarrow \quad \mathrm{Core}_k(G) \subseteq \mathrm{Core}_\ell(G) \ .$$

Kerne

Definition

Der *k-Kern* eines schlichten ungerichteten Graphen $G = (V, E)$ ist der inklusionsmaximale Teilgraph $\mathrm{Core}_k(G) \subseteq G$ mit $\delta(\mathrm{Core}_k(G)) \geq k$, d.h. in dem jeder Knoten mindestens Grad k hat. Der *Kern*, $\mathrm{Core}(G)$, von G ist der nichtleere k-Kern mit maximalem k.

Lemma

Für alle $k, \ell \in \mathbb{N}_0$ ist $\mathrm{Core}_\mathrm{k}(G)$ eindeutig und

$$k \geq \ell \quad \Longrightarrow \quad \mathrm{Core}_k(G) \subseteq \mathrm{Core}_\ell(G) \ .$$

Kernzahl

Definition

Die *Kernzahl* $\mathrm{core}(v)$ eines Knotens $v \in V$ ist das größte k, für das der Knoten im k-Kern enthalten ist.

Lemma

Es gilt:

$$\mathrm{core}(v) \leq |\{w \in N(v) \; : \; \mathrm{core}(w) \geq \mathrm{core}(v)\}| \quad .$$

Kernzahl

Definition

Die *Kernzahl* $\mathrm{core}(v)$ eines Knotens $v \in V$ ist das größte k, für das der Knoten im k-Kern enthalten ist.

Lemma

Es gilt:

$$\mathrm{core}(v) \leq |\{w \in N(v) : \mathrm{core}(w) \geq \mathrm{core}(v)\}| \quad .$$