

6. Übungsblatt

Ausgabe: 12. Januar 2013

Abgabe: Keine, Besprechung am 16. Januar 2013

1 Kräfte und Potential

- (a) Geben Sie Kräfte für ein kräftebasiertes Layoutverfahren an, die geeignet sind um
- (i) einen Knoten in der Nähe einer vorgegebenen Position zu halten,
 - (ii) einen Knoten in der Nähe der x -Achse zu platzieren,
 - (iii) eine Kante parallel zur y -Achse auszurichten,
 - (iv) gerichtete Kanten (ähnlich wie in Lagenlayouts) aufwärts zu zeichnen.
- (b) Sei nun zusätzlich zum Graphen $G = (V, E)$ noch eine Clusterung \mathcal{C} gegeben, d.h. eine Partition der Knotenmenge V in disjunkte Teilmengen C_1, \dots, C_k mit $\cup_{C \in \mathcal{C}} C = V$. Überlegen Sie sich Kräfte, die dafür sorgen, dass die Knoten eines Clusters jeweils an einer ähnlichen Position liegen und verschiedene Cluster sich nicht zu nahe kommen.
- (c) Für einen Knoten u mit Position $p_u = (x_u, y_u)$ sei die Verschiebungsrichtung in einem kräftebasierten Layoutverfahren definiert durch $\text{disp} : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ mit

$$\text{disp}(p_u) = \sum_{\{u,v\} \in E} \frac{\|p_v - p_u\|^2}{d_{uv}} (p_v - p_u) - \sum_{v \in V} \frac{C}{\|p_v - p_u\|^2} (p_v - p_u).$$

Dabei sind $C \in \mathbb{R}$ und $d_{uv} \in \mathbb{R}$ (für alle Kanten $\{u, v\} \in E$) Konstanten. Bestimmen Sie eine Potentialfunktion $\text{pot} : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, so dass $\text{disp}(p_u) = -\nabla \text{pot}(p_u)$, d.h. der Verschiebevektor für den Knoten u soll gleich dem negativen Gradienten der Potentialfunktion sein.

2 Stabilität im Springembedder

- (a) Gegeben sei der Graph $G = (V, E)$ mit $V = \{a, b, c, d\}$ und $E = \{\{a, b\}, \{a, c\}, \{a, d\}\}$. Geben Sie eine stabile Ausgabe des Springembedder-Algorithmus nach Fruchterman und Reingold an. Geben Sie eine Zeichnung vor, die nicht stabil ist, und zeichnen Sie die Richtungen der Kräfte ein.
- (b) Überlegen Sie sich einen Graphen, der im Springembedder-Algorithmus in mindestens zwei unterschiedlichen stabilen Lösungen enden kann. Geben Sie zwei solche Lösungen an.

3 Knoten mit Fläche > 0

Bislang wurden die Springembedder-Algorithmen unter der vereinfachenden Annahme definiert, dass Knoten als Punkte dargestellt werden. Welche Anpassungen sind nötig, wenn Knoten als Kreise dargestellt werden? Wie sieht es für Rechtecke aus?

4 Schwerpunkt-Methode

Einer der ältesten Algorithmen zum Graphenzeichnen stammt von William T. Tutte aus dem Jahr 1963. Die Kräfte sind wie folgt definiert:

$$F(v) = \sum_{u \in N(v)} (p_u - p_v),$$

wobei $N(v)$ die Menge aller Nachbarknoten von v ist.

- (a) Was gilt für die Position eines Knotens v , wenn er stabil ist, d.h. $F(v) = 0$ gilt?
- (b) Sehen Sie ein Problem, wenn man versucht das Kräftemodell von Tutte iterativ in ein Gleichgewicht zu bringen? Entwickeln Sie einen Vorschlag, wie sich das Problem vermeiden lässt.