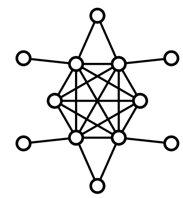
Algorithmische Graphentheorie
Wintersemester 2014/2015
Thomas Bläsius, Ignaz Rutter

Übungsblatt 4

Besprechung in der Übung am 11. Dezember 2014

Aufgabe 1: Simpliziale Knoten ⋆

Geben Sie alle simplizialen Knoten im nebenstehenden Graphen an. Argumentieren Sie, dass Sie alle simplizialen Knoten gefunden haben.



Aufgabe 2: Komplemente von Kreisen sind nicht chordal ⋆

Zeigen Sie, dass der Graph $\overline{C_n}$ für $n \geq 5$ nicht chordal ist.

Aufgabe 3: Separatoren in chordalen Graphen ⋆⋆⋆

Sei S ein inklusionsminimaler Knotenseparator in einem chordalen Graphen $G = (V, E)$. Zeigen Sie, dass jede Zusammenhangskomponente von G_{V-S} einen Knoten c enthält, sodass $S \subseteq \mathrm{Adj}(c)$.

Hinweis: Zeigen Sie die Inklusion mittels Induktion für jede Teilmenge $X \subseteq S$.

Aufgabe 4: Intervallgraphen sind chordal ⋆⋆

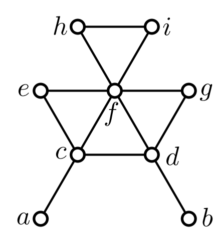
Sei G ein Intervallgraph. Geben Sie zwei unterschiedliche Beweise für die Chordalität von G an, indem Sie folgende Aussagen zeigen.

(a) G hat ein perfektes Eleminationsschema.

(b) Jeder inklusionsminimale Knotenseparator induziert einen vollständigen Subgraphen von G.

Aufgabe 5: Lexikographische Breitensuche ⋆⋆

Führen Sie eine Lexikographische Breitensuche auf dem nebenstehenden Graphen aus.
Machen Sie sich dabei klar, dass der Algorithmus in linearer Zeit implementiert werden kann. Geben Sie dazu in jedem Schritt den aktuellen Zustand der Queue-Datenstruktur (inklusive aller notwendigen Zeiger) an.

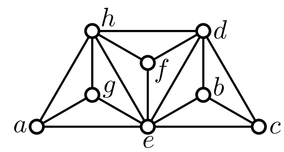


Aufgabe 6: Unberechenbare Eliminationsschemata ⋆⋆

Geben Sie einen Graph mit perfektem Eliminationsschema σ an, sodass σ nicht mittels lexikographischer BFS berechnet werden kann.

Aufgabe 7: Eliminationsschema oder nicht ⋆⋆

Sei $\sigma = [a, b, c, d, e, f, g, h]$ eine Knotenordnung auf dem nebenstehenden Graphen G. Führen Sie den Linearzeit-Algorithmus aus der Vorlesung aus, um zu überprüfen, ob σ ein perfektes Eliminationsschema für G ist.



Aufgabe 8: k-Bäume sind chordal ⋆⋆

Die Klasse der k-Bäume ist rekursiv wie folgt definiert. Der vollständige Graph K_k ist ein k-Baum. Sei T ein k-Baum mit einer Clique $C = \{x_1, \ldots, x_k\}$ der Größe k. Dann ist der Graph, den man aus T erhält, indem man einen neuen Knoten mit Nachbarschaft C hinzufügt, wieder ein k-Baum.

Zeigen Sie, dass k-Bäume chordal sind. Geben Sie einen chordalen Graphen an, der kein k-Baum ist.

Aufgabe 9: 2-Bäume und planare Graphen ⋆

Zeigen Sie, dass jeder 2-Baum planar ist.

Aufgabe 10: Triangulierte und chordale Graphen ⋆

Geben Sie einen triangulierten planaren Graphen an, der nicht chordal ist.