

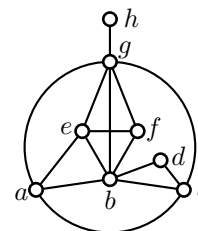
# Übungsblatt 8

Eine Besprechung in der Übung findet nicht statt.

## Aufgabe 1: Intervallgraphen und Cliquenordnungen ★

Gegeben sei der nebenstehende Graph  $G$ . Geben Sie alle inklusionsmaximalen Cliquen von  $G$  an und stellen Sie die zugehörige Cliquenmatrix auf.

Zeigen Sie, dass diese Matrix die Konsekutive-Einsen-Eigenschaft hat und konstruieren Sie daraus eine Intervallrepräsentation von  $G$ .



## Aufgabe 2: Echte Intervallgraphen und konsekutive Einsen ★★★

Sei  $G$  ein Graph und sei  $A$  seine erweiterte Adjazenzmatrix (Adjazenzmatrix mit Einsen auf der Diagonalen). Zeigen Sie, dass  $G$  genau dann ein echter Intervallgraph ist, wenn  $A$  die Konsekutive-Einsen-Eigenschaft für Spalten (und Zeilen) hat.

## Aufgabe 3: Intervallüberdeckung ★

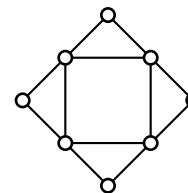
Sei  $I$  eine Menge von Intervallen auf der reellen Geraden  $\mathbb{R}$ , sodass jede Teilmenge paarweise disjunkter Intervalle maximal  $k$  Elemente enthält. Zeigen Sie, dass es  $k$  Punkte in  $\mathbb{R}$  gibt, sodass jedes Intervall in  $I$  mindestens einen dieser Punkte enthält.

## Aufgabe 4: Einheits- und echte Kreisbogengraphen ★★

Ein Graph ist ein Einheits-Kreisbogengraph, wenn er eine Kreisbogenrepräsentation besitzt, bei der alle Kreisbögen Länge 1 haben (die Größe des Kreises ist variabel).

Ein Graph ist ein echter Kreisbogengraph, wenn er eine Kreisbogenrepräsentation besitzt, sodass kein Kreisbogen einen anderen enthält.

Zeigen Sie, dass der nebenstehende Graph ein echter Kreisbogengraph aber kein Einheits-Kreisbogengraph ist.



### Aufgabe 5: Cliques in Kreisbogengraphen

Sei  $G_n$  der Graph, den man aus  $K_{2n}$  erhält, indem man ein Matching der Größe  $n$  löscht. Die Graphen  $G_2$  und  $G_3$  sind rechts dargestellt.

Zeigen Sie, dass  $G_n$  exponentiell viele inklusionsmaximale Cliques hat. Zeigen Sie außerdem, dass  $G_n$  ein Kreisbogengraph ist.

