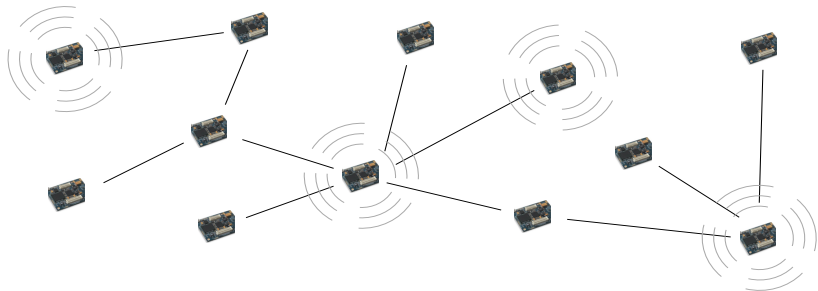


# Algorithmen für Ad-hoc- und Sensornetze

## VL 07 – Data Gathering

Fabian Fuchs | 24. Nov. 2015 (Version 1)

INSTITUT FÜR THEORETISCHE INFORMATIK - LEHRSTUHL FÜR ALGORITHMIK (PROF. WAGNER)



- Data Gathering (kurze Einführung)
  - Ein Name, viele Probleme
- Aggregation von Funktionen auf Sensorwerten
  - Anfragen und Funktionsklassen
  - Randomisierung und Schranken
- Scheduling von Data Gathering Trees
  - Einsammeln von großen Datenmengen
  - Energiesparen durch Koordination des Funkkanals

„Einsammeln von Daten (in einer Senke)“ kann heißen

- Ereignismeldungen
    - Knoten mit kritischen Werten teilen das mit
    - oft nur einzelne Pakete
- ⇒ Geringer Verkehr, Optimierungsziel z. B. geringe Latenz

„Einsammeln von Daten (in einer Senke)“ kann heißen

- Ereignismeldungen
  - Knoten mit kritischen Werten teilen das mit
  - oft nur einzelne Pakete
  - ⇒ Geringer Verkehr, Optimierungsziel z. B. geringe Latenz
- Antworten auf Anfragen
  - ⇒ Verkehr stark abhängig von Art/Frequenz der Anfrage

„Einsammeln von Daten (in einer Senke)“ kann heißen

- Ereignismeldungen
  - Knoten mit kritischen Werten teilen das mit
  - oft nur einzelne Pakete
  - ⇒ Geringer Verkehr, Optimierungsziel z. B. geringe Latenz
- Antworten auf Anfragen
  - ⇒ Verkehr stark abhängig von Art/Frequenz der Anfrage
- Permanenter Fluss von Daten
  - jeder Knoten schickt regelmäßig Sensorwerte Richtung Senke

- Topologiekontrolle / Power Control
  - MSTs, Shortest-Path-Trees, etc.
  - Auswahl einer geschickten Topologie kann jeweiligen Zweck unterstützen, Zeit / Energie sparen usw

- Topologiekontrolle / Power Control
  - MSTs, Shortest-Path-Trees, etc.
  - Auswahl einer geschickten Topologie kann jeweiligen Zweck unterstützen, Zeit / Energie sparen usw
- Datenaggregation
  - bei vielen Anfragen müssen nicht alle Sensordaten zur Senke, um eine Information bereitzustellen

- Topologiekontrolle / Power Control
  - MSTs, Shortest-Path-Trees, etc.
  - Auswahl einer geschickten Topologie kann jeweiligen Zweck unterstützen, Zeit / Energie sparen usw
- Datenaggregation
  - bei vielen Anfragen müssen nicht alle Sensordaten zur Senke, um eine Information bereitzustellen
- Scheduling von Übertragungen und Schlafzyklen
  - Absprache spart Energie: Kein ständiges Mithören von fremden Nachrichten!



- Data Gathering (kurze Einführung)
  - Ein Name, viele Probleme
- Aggregation von Funktionen auf Sensorwerten
  - Anfragen und Funktionsklassen
  - Randomisierung und Schranken
- Scheduling von Data Gathering Trees
  - Einsammeln von großen Datenmengen
  - Energiesparen durch Koordination des Funkkanals

Anfragen an ein Sensornetz ähneln oft denen an Datenbanken:  
*„Gib mir die Koordinaten der zehn Knoten mit der höchsten Temperatur“*

- TinyDB und ähnliche Services unterstützen Anfragesprachen mit SQL-ähnlicher Syntax.
- typischerweise Fluten der Anfrage, Aggregation der Antwort entlang eines Baumes
- beliebig komplexe Anfragen, aber einige Primitive

## Voraussetzungen

- jeder Knoten enthält genau einen Sensorwert
  - (nur zur Vereinfachung)
- ein zur Senke gerichteter Spannbaum ist gegeben
  - Durchmesser  $D$
- jede Nachricht darf nur 1-2 Elemente enthalten
  - (allgemeiner:  $O(1)$  Elemente)
- Anfragefunktionen sind *unabhängig* davon, welcher Knoten welches Element hält

Gegeben ein (Anfrage-)Baum, in dem jeder Knoten genau einen Sensorwert hält, was ist die einfachste Anfrage, die man sich vorstellen kann?

Eine (berechenbare) Funktion  $f$  auf einer Menge  $M$  von Elementen (das sind die Sensorwerte!) heißt *distributiv*, wenn es ausreicht, wenn  $f(M_1), f(M_2), \dots$  für eine Partition  $M_1, M_2, \dots$  von  $M$  bekannt ist, um  $f(M)$  zu berechnen<sup>a</sup>.

---

<sup>a</sup>Partition:  $M$  ist die *disjunkte* Vereinigung der  $M_i$

Eine (berechenbare) Funktion  $f$  auf einer Menge  $M$  von Elementen (das sind die Sensorwerte!) heißt *distributiv*, wenn es ausreicht, wenn  $f(M_1), f(M_2), \dots$  für eine Partition  $M_1, M_2, \dots$  von  $M$  bekannt ist, um  $f(M)$  zu berechnen<sup>a</sup>.

---

<sup>a</sup>Partition:  $M$  ist die *disjunkte* Vereinigung der  $M_i$

- Beispiele für distributive Funktionen:
  - Maximum:  $f(M) = \max_i f(M_i)$  (Minimum genauso)
  - Summe:  $f(M) = \sum_i f(M_i)$
  - Anzahl der Elemente mit bestimmter Eigenschaft:  $f(M) = \sum_i f(M_i)$

Distributive Funktionen lassen sich mit  $\Theta(n)$  Nachrichten in  $\Theta(D)$  Schritten verteilt berechnen.

## Klassischer Flooding-Echo-Ansatz

- Senke schickt Anfrage, jeder Knoten gibt die Anfrage an Kinder weiter.
- Blätter antworten mit Funktionswert
- Innere Knoten aggregieren ihren Funktionswert und den ihrer Teilbäume

Gegeben ein (Anfrage-)Baum, in dem jeder Knoten genau einen Sensorwert hält, was ist eine einfache nicht-distributive Anfrage?



Eine (berechenbare) Funktion  $f$  auf einer Menge  $M$  von Elementen (das sind die Sensorwerte!) heißt *algebraisch*, wenn es ausreicht, die Funktionswerte einer *konstanten Anzahl* distributiver Funktionen für  $M$  zu kennen.

Eine (berechenbare) Funktion  $f$  auf einer Menge  $M$  von Elementen (das sind die Sensorwerte!) heißt *algebraisch*, wenn es ausreicht, die Funktionswerte einer *konstanten Anzahl* distributiver Funktionen für  $M$  zu kennen.

- Häufigstes Beispiel: Durchschnittlicher Wert
  - Summe / Anzahl aller Elemente
- $k$ -größtes Element für festes  $k$ 
  - distributive Funktionen hängen voneinander ab!
- Aggregation mit  $\Theta(n)$  Nachrichten in  $\Theta(D)$  Zeit.
- gibt es was Schlimmeres?

Berechenbare Funktionen auf einer Menge  $M$  von Elementen, die nicht algebraisch sind, werden *holistisch* genannt.

Berechenbare Funktionen auf einer Menge  $M$  von Elementen, die nicht algebraisch sind, werden *holistisch* genannt.

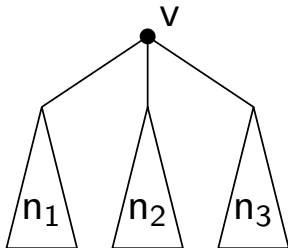
- Median,  $k$ -größtes Element
- z.B. in „Durchschnitt der 10% größten Werte“

Ist das wirklich schwerer? Vorschläge?

Wie wähle ich in  $\Theta(D)$  Schritten *gleichverteilt* ein zufälliges Element aus?

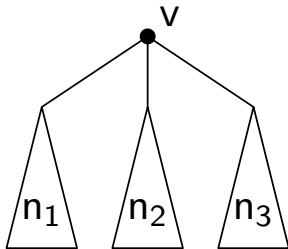
Wie wähle ich in  $\Theta(D)$  Schritten *gleichverteilt* ein zufälliges Element aus?

- Berechne Anzahl der Elemente unter jedem Knoten
- Flute Anfrage nach Zufallselement, Knoten  $v$  mit Teilbaumgrößen  $n_1, \dots, n_k$ 
  - gibt mit Wahrscheinlichkeit  $1/(1 + \sum_{i=1}^k n_i)$  seinen Wert zurück
  - leitet die Anfrage mit W'keit  $n_j/(1 + \sum_{i=1}^k n_i)$  in Teilbaum  $j$ .



Wie wähle ich in  $\Theta(D)$  Schritten *gleichverteilt* ein zufälliges Element aus?

- Berechne Anzahl der Elemente unter jedem Knoten
- Flute Anfrage nach Zufallselement, Knoten  $v$  mit Teilbaumgrößen  $n_1, \dots, n_k$ 
  - gibt mit Wahrscheinlichkeit  $1/(1 + \sum_{i=1}^k n_i)$  seinen Wert zurück
  - leitet die Anfrage mit W'keit  $n_j/(1 + \sum_{i=1}^k n_i)$  in Teilbaum  $j$ .



In  $O(D)$  Schritten kann ich auch ein zufälliges Element aus allen Elementen in einem Intervall  $(a, b)$  ziehen! (Klar?)

# Ein randomisierter Algorithmus

Mit dem Ziehen von zufälligen Elementen kann man eine binäre Suche nachbauen, um den Median zu finden (*k-größtes Element geht analog*).



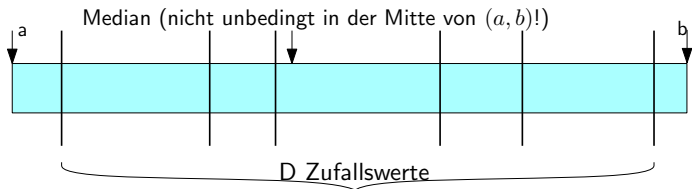
Mit dem Ziehen von zufälligen Elementen kann man eine binäre Suche nachbauen, um den Median zu finden (*k-größtes Element geht analog*).

- 1 setze  $a = -\infty, b = \infty$
- 2 bestimme zufälliges Element  $x$  mit Wert  $(a, b)$
- 3 bestimme, wie viele Elemente größer als  $x$  sind
  - mehr als die Hälfte der Elemente:  $a \leftarrow x$
  - weniger als die Hälfte der Elemente:  $b \leftarrow x$
  - genau die Hälfte:  $x$  ist Median
- 4 gehe zu 2 (Schritte 2,3 sind eine *Runde!*)

Jede Runde dauert nur  $\Theta(D)$  Schritte!  
 $\Rightarrow O(D \log n)$  erwartete Laufzeit.

In  $\Theta(D)$  Schritten/Runde kann ich ja noch viel mehr machen!

- suche parallel nach  $t = D$  zufälligen Elementen
  - letztes Element kommt nach  $O(D)$  Runden an, da  $t \in O(D)$
- Anfragen zum Zählen der Elemente in sich ergebenden Intervallen werden in aufeinanderfolgenden Schritten geschickt  
⇒ parallele Berechnung in  $O(D)$  Schritten
- jede Runde reduziert die Anzahl der Elemente in  $(a, b)$  *erwartet* auf weniger als  $1/D$ -tel!



In  $\Theta(D)$  Schritten/Runde kann ich ja noch viel mehr machen!

- suche parallel nach  $t = D$  zufälligen Elementen
  - letztes Element kommt nach  $O(D)$  Runden an, da  $t \in O(D)$
- Anfragen zum Zählen der Elemente in sich ergebenden Intervallen werden in aufeinanderfolgenden Schritten geschickt  
 $\Rightarrow$  parallele Berechnung in  $O(D)$  Schritten
- jede Runde reduziert die Anzahl der Elemente in  $(a, b)$  *erwartet* auf weniger als  $1/D$ -tel!

## Satz (ohne Beweis)

Der randomisierte Algorithmus benötigt mit hoher Wahrscheinlichkeit nur  $O(\log_D n)$  Runden, also  $O(D \log_D n)$  Schritte und  $O(D n \log_D n)$  Nachrichten.

## Satz (ohne Beweis)

Der randomisierte Algorithmus benötigt mit hoher Wahrscheinlichkeit nur  $O(\log_D n)$  Runden, also  $O(D \log_D n)$  Schritte und  $O(D n \log_D n)$  Nachrichten.

- Für  $D \in \Omega(n^d)$  für ein  $0 < d \leq 1$  ist

$$\log_D n \leq \log_{cn^d} n = \frac{\log_2 n}{\log_2(cn^d)} = \frac{\log_2 n}{\log_2 c + d \log_2 n} \leq 1/d$$

⇒ außer bei *fast konstantem* Durchmesser in  $O(D)$  Schritten und  $O(D n)$  Nachrichten!

- das ist offensichtlich asymptotisch zeitoptimal
- wie sieht es mit dem allgemeinen Fall aus?

## Bemerkung

Bester bekannter deterministischer Algorithmus hat Laufzeit  $O(D \log_D^2 n)$ .

- Randomisierter Algorithmus ist *echt besser!*

## Bemerkung

Bester bekannter deterministischer Algorithmus hat Laufzeit  $O(D \log_D^2 n)$ .

- Randomisierter Algorithmus ist *echt besser!*

## Satz (beweisen wir gleich!)

Jeder deterministische Algorithmus benötigt zur Bestimmung des Medians im worst-case  $\Omega(D \log_D n)$  Schritte.

- gilt auch für randomisierte Algorithmen
  - ist *noch* schwerer zu analysieren
- der randomisierte Algorithmus ist also auch allgemein optimal!

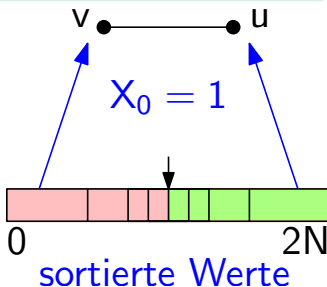
## Lemma

Zwei Knoten, die jeweils  $N$  Elemente halten und pro Runde  $B$  Elemente und beliebige Zusatzinformationen austauschen dürfen, benötigen im worst-case  $\Omega(\log_{2B} N)$  Runden, um den gemeinsamen Median zu ermitteln.

## Lemma

Zwei Knoten, die jeweils  $N$  Elemente halten und pro Runde  $B$  Elemente und beliebige Zusatzinformationen austauschen dürfen, benötigen im worst-case  $\Omega(\log_{2B} N)$  Runden, um den gemeinsamen Median zu ermitteln.

- Nimm  $2N$  beliebige Elemente,  $N = 2^b$
- würfle  $b$  Zufallswerte  $X_i \in \{0, 1\}$ 
  - Wenn  $X_0 = 1$ , teile  $N/2$  größte Elemente zu  $u$  und  $N/2$  kleinste zu  $v$ , sonst umgekehrt!
  - Wenn  $X_1 = 1$ , teile  $N/4$  nächstgrößte Elemente zu  $u$ ,  $N/4$  nächstkleinste Elemente zu  $v$ , sonst umgekehrt, usw.

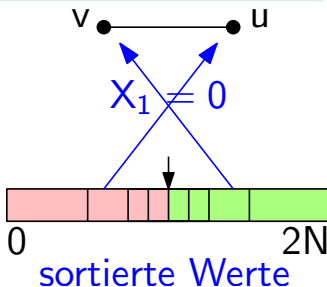




## Lemma

Zwei Knoten, die jeweils  $N$  Elemente halten und pro Runde  $B$  Elemente und beliebige Zusatzinformationen austauschen dürfen, benötigen im worst-case  $\Omega(\log_{2B} N)$  Runden, um den gemeinsamen Median zu ermitteln.

- Nimm  $2N$  beliebige Elemente,  $N = 2^b$
- würfle  $b$  Zufallswerte  $X_i \in \{0, 1\}$ 
  - Wenn  $X_0 = 1$ , teile  $N/2$  größte Elemente zu  $u$  und  $N/2$  kleinste zu  $v$ , sonst umgekehrt!
  - Wenn  $X_1 = 1$ , teile  $N/4$  nächstgrößte Elemente zu  $u$ ,  $N/4$  nächstkleinste Elemente zu  $v$ , sonst umgekehrt, usw.



## Beobachtung I

Wenn ein Knoten den Median kennt, kennt er alle  $X_i$ !

- Zähle die Elemente, die in  $u$  größer sind.
  - $N/2$  oder mehr  $\Rightarrow X_0 = 1...$

## Beobachtung I

Wenn ein Knoten den Median kennt, kennt er alle  $X_i$ !

- Zähle die Elemente, die in  $u$  größer sind.
  - $N/2$  oder mehr  $\Rightarrow X_0 = 1...$

## Beobachtung II

Die Zusatzinformationen können sich nur aus den Vergleichen zwischen Elementen ergeben, die einem Knoten bekannt sind.

- Vergleiche zwischen  $us$  Elementen und Elementen, die  $v$  schon geschickt hat
- Vergleiche zwischen  $vs$  Elementen und Elementen, die  $u$  schon geschickt hat

## Lemma

Zwei Knoten, die jeweils  $N$  Elemente halten und pro Runde  $B$  Elemente und beliebige Zusatzinformationen austauschen dürfen, benötigen im worst-case  $\Omega(\log_{2B} N)$  Runden, um den gemeinsamen Median zu ermitteln.

## Lemma

Zwei Knoten, die jeweils  $N$  Elemente halten und pro Runde  $B$  Elemente und beliebige Zusatzinformationen austauschen dürfen, benötigen im worst-case  $\Omega(\log_{2B} N)$  Runden, um den gemeinsamen Median zu ermitteln.

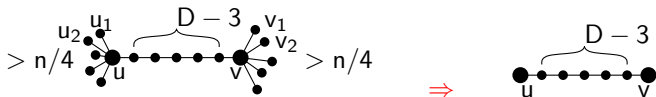
## Beweisskizze (nur für $B = 1$ )

- betrachte „abwechselndes“ Senden von einzelnen Elementen
  - egal, welches Element  $u$  an  $v$  zuerst schickt, im schlimmsten Fall enthält es keine Information über  $X_0$  hinaus!
    - z.B.: als erstes schickt  $u$  Element aus seiner kleineren Hälfte, schlecht für  $X_0 = 0$
    - danach gehts weiter für  $X_1$
- ⇒ mindestens  $\log_2 N$  Elemente müssen ausgetauscht werden

## Lemma (im Prinzip ist das unser Satz)

Für jedes  $D \geq 3$  gibt es eine Instanz, in der die Bestimmung des Medians  $\Omega(D \log_D n)$  Schritte benötigt.

- wir betrachten folgende Instanz mit  $D \in \Theta(n)$



- die  $D-3$  Knoten enthalten keine Elemente (das macht es nur leichter!)
- in Runde 1 kann nichts sinnvoller passieren, als dass  $u$  und  $v$  die Elemente von allen Satelliten erhalten

## Lemma (im Prinzip ist das unser Satz)

Für jedes  $D \geq 3$  gibt es eine Instanz, in der die Bestimmung des Medians  $\Omega(D \log_D n)$  Schritte benötigt.

Wir haben das auf eine Instanz zurückgeführt, in der zwei Knoten mind.  $n/4$  Elemente halten und durch einen Pfad der Länge  $D - 2$  getrennt sind.

## Lemma (im Prinzip ist das unser Satz)

Für jedes  $D \geq 3$  gibt es eine Instanz, in der die Bestimmung des Medians  $\Omega(D \log_D n)$  Schritte benötigt.

Wir haben das auf eine Instanz zurückgeführt, in der zwei Knoten mind.  $n/4$  Elemente halten und durch einen Pfad der Länge  $D - 2$  getrennt sind.

- Anschlappen! Wir nehmen an, dass  $u$  und  $v$  in Runden zu je  $D - 2$  Schritten  $D - 2$  Elemente an alle anderen Knoten schicken können.
    - mehr geht nicht!
- ⇒ Die Annahme kann das Problem nur vereinfachen!



## Lemma (im Prinzip ist das unser Satz)

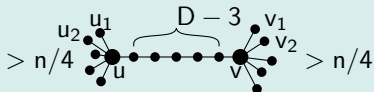
Für jedes  $D \geq 3$  gibt es eine Instanz, in der die Bestimmung des Medians  $\Omega(D \log_D n)$  Schritte benötigt.

Wir haben das auf eine Instanz zurückgeführt, in der zwei Knoten mind.  $n/4$  Elemente halten und durch einen Pfad der Länge  $D - 2$  getrennt sind.

- Anschlallen! Wir nehmen an, dass  $u$  und  $v$  in Runden zu je  $D - 2$  Schritten  $D - 2$  Elemente an alle anderen Knoten schicken können.
  - mehr geht nicht!
  - ⇒ Die Annahme kann das Problem nur vereinfachen!
- Schlussfolgerung?

# und eine letzte Schlussfolgerung

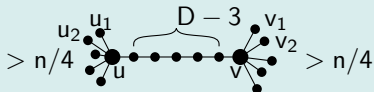
Wir machen es uns für diese Instanz nur leichter,



wenn  $u$  und  $v$  alle Werte der Satelliten kennen *und* wenn man annimmt, dass die beiden sich in Runden mit je  $D - 2$  Schritten genau  $D - 2$  Elemente zuschicken können.

# und eine letzte Schlussfolgerung

Wir machen es uns für diese Instanz nur leichter,



wenn  $u$  und  $v$  alle Werte der Satelliten kennen *und* wenn man annimmt, dass die beiden sich in Runden mit je  $D - 2$  Schritten genau  $D - 2$  Elemente zuschicken können.

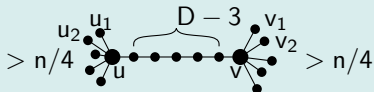
- Wir wissen, dass zwei Knoten mit je  $N = n/4$  Elementen, die sich pro Runde  $B = D - 2$  Elemente schicken können,

$$\Omega(\log_{2D-4} n/4) \in \Omega(\log_D n)$$

Runden benötigen.

# und eine letzte Schlussfolgerung

Wir machen es uns für diese Instanz nur leichter,



wenn  $u$  und  $v$  alle Werte der Satelliten kennen *und* wenn man annimmt, dass die beiden sich in Runden mit je  $D-2$  Schritten genau  $D-2$  Elemente zuschicken können.

- Wir wissen, dass zwei Knoten mit je  $N = n/4$  Elementen, die sich pro Runde  $B = D-2$  Elemente schicken können,

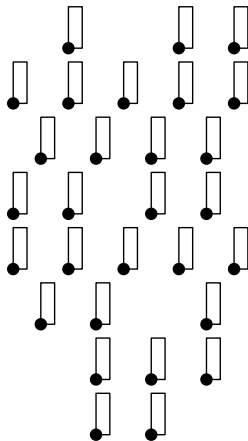
$$\Omega(\log_{2D-4} n/4) \in \Omega(\log_D n)$$

Runden benötigen.

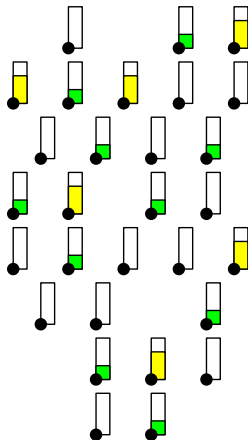
- unsere Runden hier dauern  $D-2$  Schritte
- das beweist die untere Schranke von  $\Omega(D \log_D n)$ !

- Data Gathering (kurze Einführung)
  - Ein Name, viele Probleme
- Aggregation von Funktionen auf Sensorwerten
  - Anfragen und Funktionsklassen
  - Randomisierung und Schranken
- Scheduling von Data Gathering Trees
  - Einsammeln von großen Datenmengen
  - Energiesparen durch Koordination des Funkkanals

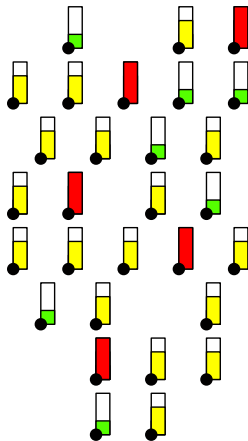
- Sensorknoten sammeln Daten
  - viele Pakete je Knoten,  $\sum = N$



- Sensorknoten sammeln Daten
  - viele Pakete je Knoten,  $\sum = N$

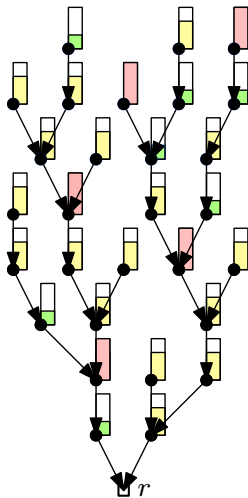


- Sensorknoten sammeln Daten
  - viele Pakete je Knoten,  $\sum = N$

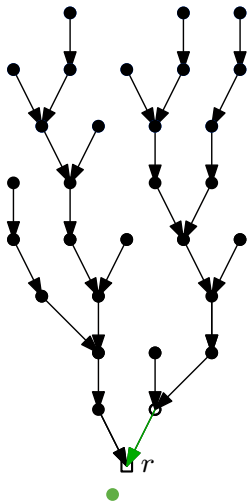




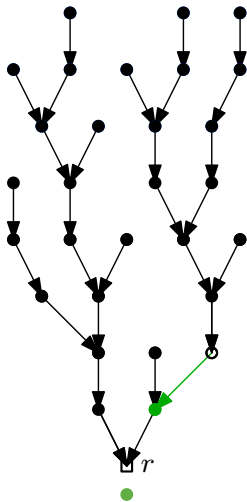
- Sensorknoten sammeln Daten
  - viele Pakete je Knoten,  $\sum = N$
- Bei Bedarf wird eine Anfrage geflutet
  - spannt Kürzeste-Wege-Baum auf
  - Daten sollen schnell zur Senke fließen



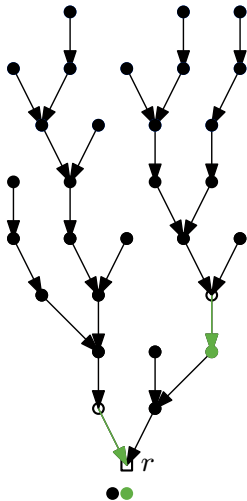
- Sensorknoten sammeln Daten
  - viele Pakete je Knoten,  $\sum = N$
- Bei Bedarf wird eine Anfrage geflutet
  - spannt Kürzeste-Wege-Baum auf
  - Daten sollen schnell zur Senke fließen
- Einschränkungen:
  - Knoten haben keinen/wenig zusätzlichen Speicher (Rohdaten oft extern gespeichert)
  - Übertragungen können nicht beliebig parallel stattfinden, ohne sich zu stören (Interferenzmodell)



- Sensorknoten sammeln Daten
  - viele Pakete je Knoten,  $\sum = N$
- Bei Bedarf wird eine Anfrage geflutet
  - spannt Kürzeste-Wege-Baum auf
  - Daten sollen schnell zur Senke fließen
- Einschränkungen:
  - Knoten haben keinen/wenig zusätzlichen Speicher (Rohdaten oft extern gespeichert)
  - Übertragungen können nicht beliebig parallel stattfinden, ohne sich zu stören (Interferenzmodell)



- Sensorknoten sammeln Daten
  - viele Pakete je Knoten,  $\sum = N$
- Bei Bedarf wird eine Anfrage geflutet
  - spannt Kürzeste-Wege-Baum auf
  - Daten sollen schnell zur Senke fließen
- Einschränkungen:
  - Knoten haben keinen/wenig zusätzlichen Speicher (Rohdaten oft extern gespeichert)
  - Übertragungen können nicht beliebig parallel stattfinden, ohne sich zu stören (Interferenzmodell)



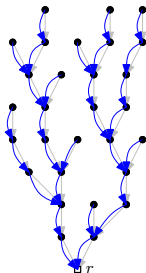
Die meiste Energie in Sensornetzen geht nicht verloren, weil so viel Daten zu übertragen sind, sondern weil Knoten zu oft wach sind und den Kanal überwachen!

- Feste *Schedules* verhindern das!
- Jeder Knoten weiß, wann er hören und wann er senden muss
- Henne-Ei-Problem: Wie verabredet man einen Schedule?

## Modell

In einem Anfragebaum darf jeder Knoten einmalig ein Paket mit  $O(\log N)$  Bits an jeden Nachbarn schicken, um sich auf einen Schedule zu einigen.

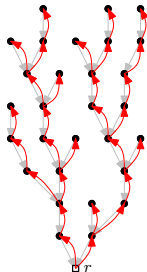
- Einzig sinnvolles Schema:
  - Convergecast zur Senke hin
  - Broadcast von der Senke weg



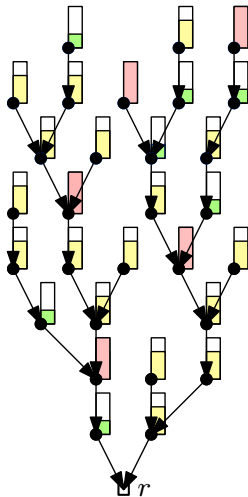
## Modell

In einem Anfragebaum darf jeder Knoten einmalig ein Paket mit  $O(\log N)$  Bits an jeden Nachbarn schicken, um sich auf einen Schedule zu einigen.

- Einzig sinnvolles Schema:
  - Convergecast zur Senke hin
  - Broadcast von der Senke weg



- Knoten haben Pakete
  - ggf. viele pro Knoten,  $\sum = N$
- Kürzeste-Wege-Baum (in Hops) gegeben
- *gesucht*: Zeitplan, wer wann sendet bzw. weiterleitet
  - leicht zu verabreden (das werden wir nicht zeigen)
  - kein Knoten soll mehr als ein Paket puffern müssen
  - parallele Übertragungen dürfen sich nicht stören

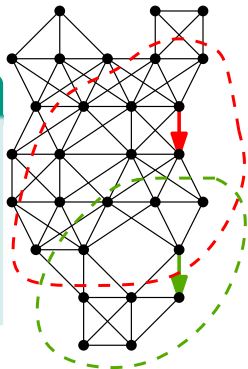




## $k$ -Hop-Interferenz

Im Modell der  $k$ -Hop-Interferenz kann ein Knoten eine Nachricht eines Nachbarn genau dann empfangen, wenn der Nachbar der einzige aktive Sender im Radius von  $k$  Hops ist.

- *Wir suchen nur Schedules, die in diesem Modell kollisionsfrei sind!*

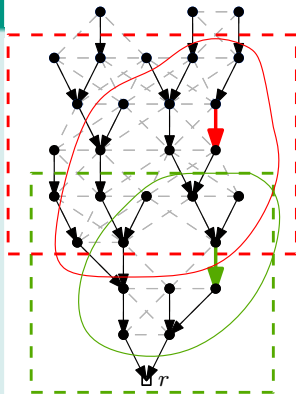


# Bäume mit $k$ -Lagenbeschränkter Interferenz

## $k$ -Lagenbeschränkte Interferenz

Ein Anfragebaum hat  $k$ -Lagenbeschränkte Interferenz, wenn ein Knoten  $u$  die Nachricht eines Kindes immer empfangen kann, wenn  $v$  der einzige aktive Sender in den Lagen  $h_u - k \dots h_u + k$  ist.

- Kürzeste-Wege-Bäume haben bei  $k$ -Hop-Interferenz  $k$ -Lagenbeschränkte Interferenz!
- Jeder Sender, der einen Knoten  $u$  stören könnte, hat maximal Abstand  $k$  im Graphen und kann dann auch nur eine Höhendifferenz von  $k$  im Baum haben!



## Lemma

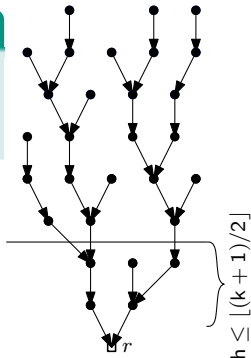
In jedem gültigen Schedule darf in der  $\lfloor (k+1)/2 \rfloor$ -Nachbarschaft der Senke zu jedem Zeitpunkt nur maximal ein aktiver Sender sein.

### ■ Beweis:

- Die Empfänger haben jeweils nur Abstand  $\lfloor (k+1)/2 \rfloor - 1$  zur Senke.
- damit haben „falsche“ Sender-Empfänger-Paare Abstand

$$2 \cdot \lfloor (k+1)/2 \rfloor - 1 \leq k$$

⇒ Die würden sich stören!



$$k = 3$$

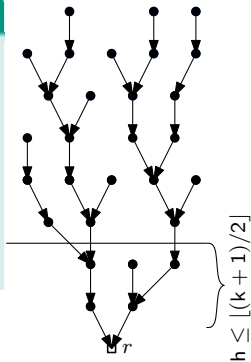
## Lemma

Bezeichnet  $h_u$  die Entfernung von Knoten  $u$  zur Senke und  $p_u$  die Anzahl der Pakete, die  $u$  am Anfang enthält, benötigt jeder gültige Schedule mindestens

$$\sum_{u \in V} (p_u \cdot \min\{h_u, \lfloor (k+1)/2 \rfloor\})$$

Zeiteinheiten.

- Jedes Paket von einem Knoten  $u$  in Entfernung  $h_u$  zur Senke schlägt mit mindestens  $\min\{h_u, \lfloor (k+1)/2 \rfloor\}$  Zeiteinheiten „zu Buche“, in denen es von einem Knoten in der  $\lfloor (k+1)/2 \rfloor$ -Nachbarschaft der Senke gesendet wird!



$$k = 3$$

# 2-Phasen-Algorithmus

Nur Pakete, die *dicht* an der Senke sind, schlagen in unterer Schranke mit ihrer Entfernung zu Buche, weit entfernte Pakete trotzdem nur mit  $\lfloor (k + 1)/2 \rfloor$  Zeitslots.

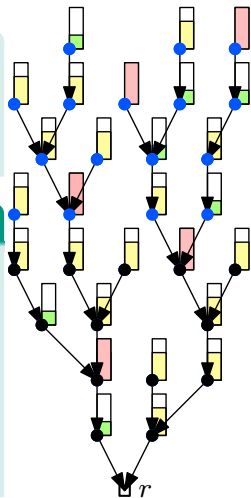
# 2-Phasen-Algorithmus

Nur Pakete, die *dicht* an der Senke sind, schlagen in unterer Schranke mit ihrer Entfernung zu Buche, weit entfernte Pakete trotzdem nur mit  $\lfloor (k + 1)/2 \rfloor$  Zeitslots.

## Idee!

Das können wir nachbauen! Wir geben zwei Schedules an, die nacheinander ablaufen.

- 1 Einsammeln aller weit entfernter Pakete mit „Pipelining“
- 2 Einsammeln aller Pakete in der  $k + 2$ -Hop-Nachbarschaft der Senke *ohne parallele Übertragungen*



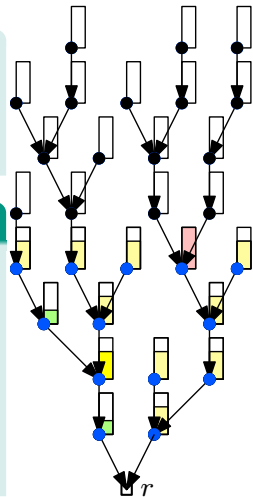
# 2-Phasen-Algorithmus

Nur Pakete, die *dicht* an der Senke sind, schlagen in unterer Schranke mit ihrer Entfernung zu Buche, weit entfernte Pakete trotzdem nur mit  $\lfloor (k + 1)/2 \rfloor$  Zeitslots.

## Idee!

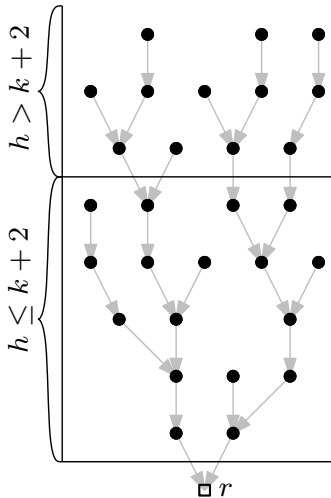
Das können wir nachbauen! Wir geben zwei Schedules an, die nacheinander ablaufen.

- 1 Einsammeln aller weit entfernter Pakete mit „Pipelining“
- 2 Einsammeln aller Pakete in der  $k + 2$ -Hop-Nachbarschaft der Senke *ohne parallele Übertragungen*



# Phase I - Pipelining entferntere Pakete

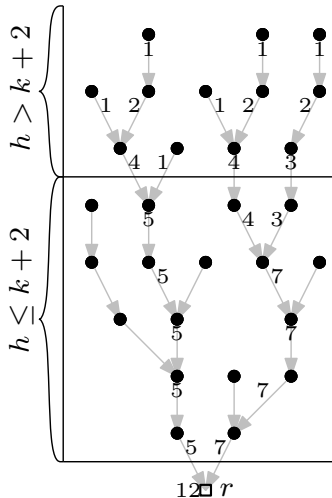
- Jeder Knoten lernt, wie viele Pakete mit Höhe über  $k + 2$  er sendet/weiterleitet





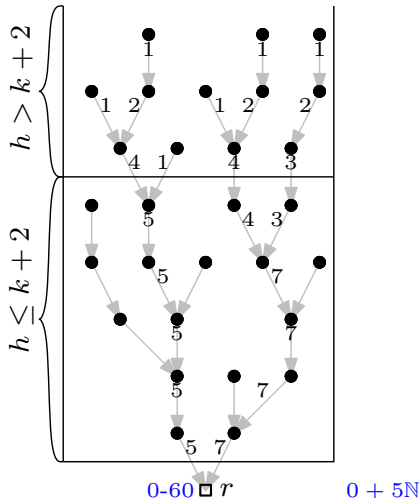
# Phase I - Pipelining entferntere Pakete

- Jeder Knoten lernt, wie viele Pakete mit Höhe über  $k + 2$  er sendet/weiterleitet



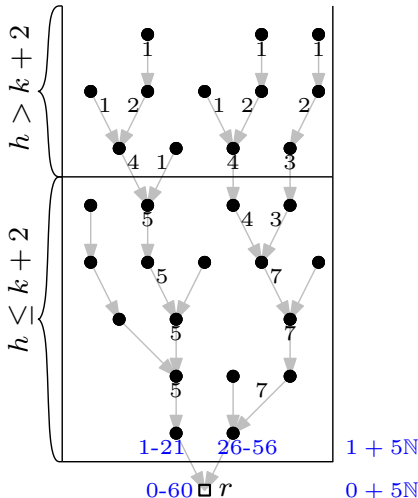
# Phase I - Pipelining entfernter Pakete

- Jeder Knoten lernt, wie viele Pakete mit Höhe über  $k + 2$  er sendet/weiterleitet
- Knoten senden in einem Intervall alle  $k + 2$  Slots
  - die Senke sendet "virtuell" in den Slots  $0, k + 2, \dots$
  - ein Knoten, der sendet, empfängt im nächsten Slot



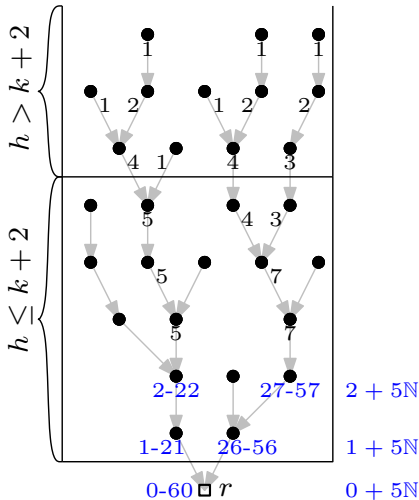
# Phase I - Pipelining entfernter Pakete

- Jeder Knoten lernt, wie viele Pakete mit Höhe über  $k + 2$  er sendet/weiterleitet
- Knoten senden in einem Intervall alle  $k + 2$  Slots
  - die Senke sendet "virtuell" in den Slots  $0, k + 2, \dots$
  - ein Knoten, der sendet, empfängt im nächsten Slot



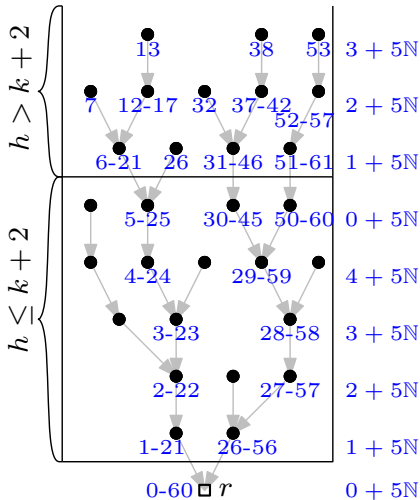
# Phase I - Pipelining entfernter Pakete

- Jeder Knoten lernt, wie viele Pakete mit Höhe über  $k + 2$  er sendet/weiterleitet
- Knoten senden in einem Intervall alle  $k + 2$  Slots
  - die Senke sendet "virtuell" in den Slots  $0, k + 2, \dots$
  - ein Knoten, der sendet, empfängt im nächsten Slot



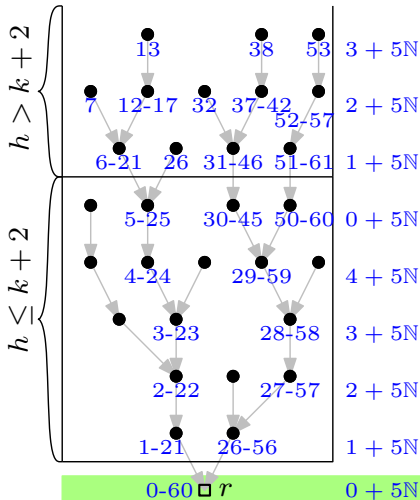
# Phase I - Pipelining entfernteter Pakete

- Jeder Knoten lernt, wie viele Pakete mit Höhe über  $k + 2$  er sendet/weiterleitet
- Knoten senden in einem Intervall alle  $k + 2$  Slots
  - die Senke sendet "virtuell" in den Slots  $0, k + 2, \dots$
  - ein Knoten, der sendet, empfängt im nächsten Slot



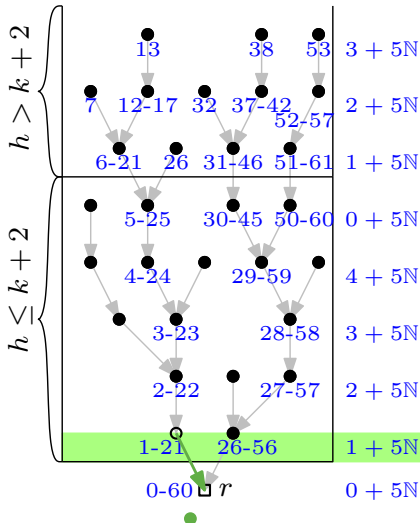
# Phase I - Pipelining entfernter Pakete

- Jeder Knoten lernt, wie viele Pakete mit Höhe über  $k + 2$  er sendet/weiterleitet
- Knoten senden in einem Intervall alle  $k + 2$  Slots
  - die Senke sendet "virtuell" in den Slots  $0, k + 2, \dots$
  - ein Knoten, der sendet, empfängt im nächsten Slot



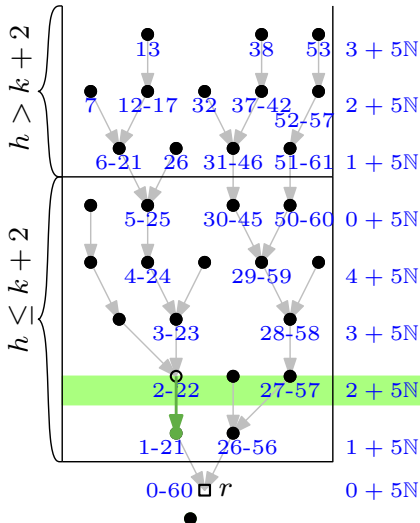
# Phase I - Pipelining entfernteter Pakete

- Jeder Knoten lernt, wie viele Pakete mit Höhe über  $k + 2$  er sendet/weiterleitet
- Knoten senden in einem Intervall alle  $k + 2$  Slots
  - die Senke sendet "virtuell" in den Slots  $0, k + 2, \dots$
  - ein Knoten, der sendet, empfängt im nächsten Slot



# Phase I - Pipelining entfernter Pakete

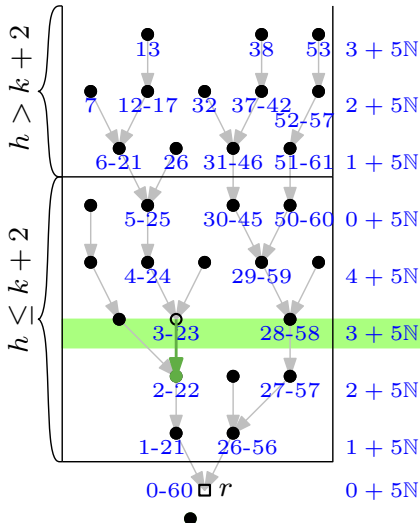
- Jeder Knoten lernt, wie viele Pakete mit Höhe über  $k + 2$  er sendet/weiterleitet
- Knoten senden in einem Intervall alle  $k + 2$  Slots
  - die Senke sendet "virtuell" in den Slots  $0, k + 2, \dots$
  - ein Knoten, der sendet, empfängt im nächsten Slot





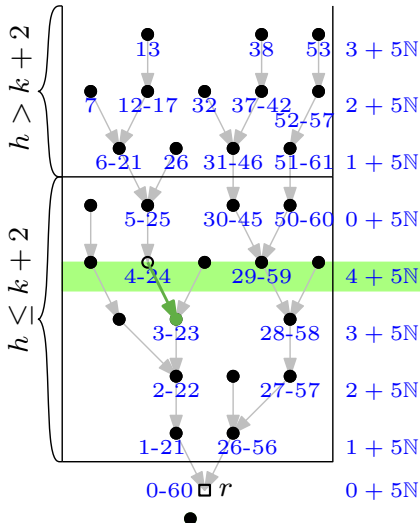
# Phase I - Pipelining entfernter Pakete

- Jeder Knoten lernt, wie viele Pakete mit Höhe über  $k + 2$  er sendet/weiterleitet
- Knoten senden in einem Intervall alle  $k + 2$  Slots
  - die Senke sendet "virtuell" in den Slots  $0, k + 2, \dots$
  - ein Knoten, der sendet, empfängt im nächsten Slot



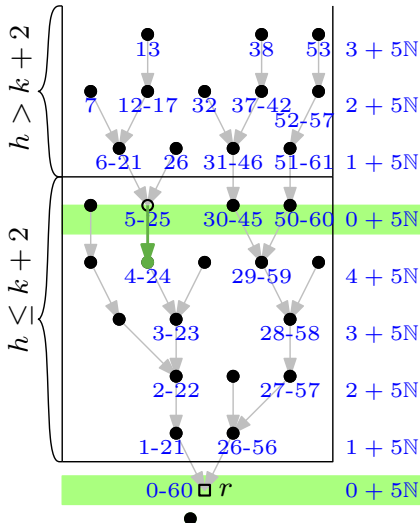
# Phase I - Pipelining entfernter Pakete

- Jeder Knoten lernt, wie viele Pakete mit Höhe über  $k + 2$  er sendet/weiterleitet
- Knoten senden in einem Intervall alle  $k + 2$  Slots
  - die Senke sendet "virtuell" in den Slots  $0, k + 2, \dots$
  - ein Knoten, der sendet, empfängt im nächsten Slot



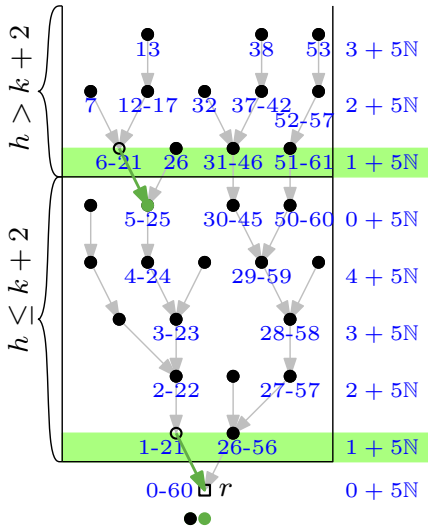
# Phase I - Pipelining entfernteter Pakete

- Jeder Knoten lernt, wie viele Pakete mit Höhe über  $k + 2$  er sendet/weiterleitet
- Knoten senden in einem Intervall alle  $k + 2$  Slots
  - die Senke sendet "virtuell" in den Slots  $0, k + 2, \dots$
  - ein Knoten, der sendet, empfängt im nächsten Slot



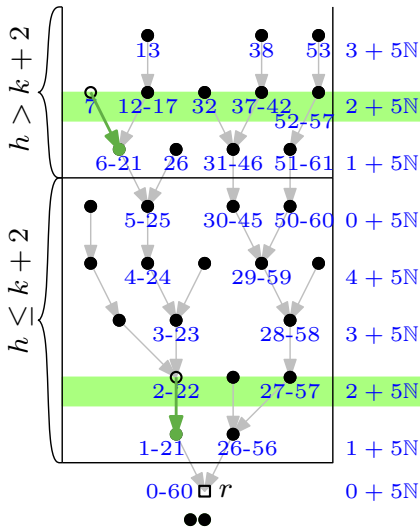
# Phase I - Pipelining entfernter Pakete

- Jeder Knoten lernt, wie viele Pakete mit Höhe über  $k + 2$  er sendet/weiterleitet
- Knoten senden in einem Intervall alle  $k + 2$  Slots
  - die Senke sendet "virtuell" in den Slots  $0, k + 2, \dots$
  - ein Knoten, der sendet, empfängt im nächsten Slot



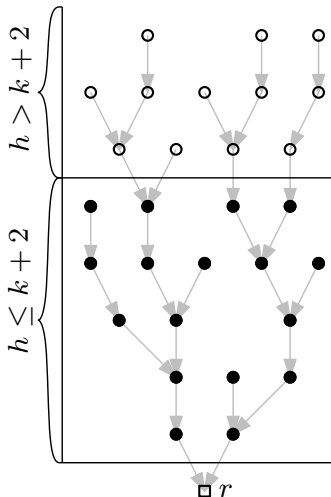
# Phase I - Pipelining entfernteter Pakete

- Jeder Knoten lernt, wie viele Pakete mit Höhe über  $k + 2$  er sendet/weiterleitet
- Knoten senden in einem Intervall alle  $k + 2$  Slots
  - die Senke sendet "virtuell" in den Slots  $0, k + 2, \dots$
  - ein Knoten, der sendet, empfängt im nächsten Slot
- Für jedes Paket werden  $k + 2$  Slots benötigt



# Phase I - Pipelining entfernter Pakete

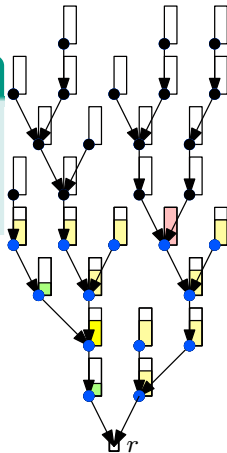
- Jeder Knoten lernt, wie viele Pakete mit Höhe über  $k + 2$  er sendet/weiterleitet
- Knoten senden in einem Intervall alle  $k + 2$  Slots
  - die Senke sendet "virtuell" in den Slots  $0, k + 2, \dots$
  - ein Knoten, der sendet, empfängt im nächsten Slot
- Für jedes Paket werden  $k + 2$  Slots benötigt



## Lemma (ohne Beweis)

Für Bäume mit konstant beschränkter Höhe kann ein Schedule verabredet werden, in dem in jedem Zeitschritt genau ein Paket übertragen wird!

- zentral ist das ohnehin einfach
  - jeweils linkerster dichtester Knoten mit Paketen schickt Paket auf den Weg..
- das lässt sich auch verteilt durchnummerieren (ohne Beweis)



## Satz

Der 2-Phasen-Algorithmus benötigt höchstens 4 mal soviele Zeitschritte wie ein optimaler Schedule!

- Phase I: Jedes Paket mit  $h_u > k + 2$  schlägt mit  $k + 2$  Zeitschritten zu Buche (Pipelining!)
- Phase II: Jedes Paket mit  $h_u \leq k + 2$  schlägt mit  $h_u$  Zeitschritten zu Buche (exklusives Senden)

⇒ Gesamtzeit:

$$\sum_{u \in V} (p_u \cdot \min\{h_u, k + 2\})$$

- $\min\{h_u, k + 2\} \leq \frac{k+2}{\lfloor (k+1)/2 \rfloor} \min\{h_u, \lfloor (k+1)/2 \rfloor\}$
- $\frac{k+2}{\lfloor (k+1)/2 \rfloor} \leq 4$



- Data Gathering ist ein Hauptzweck vieler Sensornetze
  - leider auch eine vielschichtige Herausforderung
- Datenaggregation
  - geschickte Verarbeitung im Netz kann Anfragen beschleunigen
  - bei Primitiven einigermaßen gut verstanden
  - bei komplexeren (Datenbank-)Operationen noch viele offene Fragen!
- Koordination / Scheduling
  - Klare Schedules sparen Mithören und unnötige Aktivzeiten

- 1 Fabian Kuhn, Thomas Locher, Roger Wattenhofer: *Tight Bounds for Distributed Selection*. In: 19th ACM Symposium on Parallelism in Algorithms and Architectures (SPAA), 2007
- 2 Bastian Katz, Steffen Mecke, Dorothea Wagner: *Efficient Scheduling of Data Harvesting Trees*. In: Proceedings of the 4th International Workshop on Algorithmic Aspects of Wireless Sensor Networks (ALGOSENSORS), 2008